

射电天体物理学

A. G. 帕考尔楚克 著

科学出版社

射电天体物理学

A. G. 帕考尔楚克著
王绶琯　郭成光　译

科学出版社
1973

内 容 简 介

本书根据美国1970年出版的《Radio Astrophysics》译出。书的特点是比较系统、全面地介绍了宇宙射电源的主要物理机制的理论和应用。书中的数学推导深入浅出，参考文献比较齐全。

本书主要供射电天文工作者使用，也可供等离子体物理、宇宙射线、高层大气物理等学科工作者参考。

RADIO ASTROPHYSICS

A. G. Pacholczyk

Freeman, 1970

射电天体物理学

A. G. 帕考尔楚克著

王绶琯 郭成光 译

*

科学出版社出版

北京朝阳门内大街137号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1973年8月第一版 开本：787×1092 1/32

1973年8月第一次印刷 印张：9 5/16

印数：0001—13,550 字数：204,000

统一书号：13031·95

本社书号：200·13—5

定价：0.95元

译 者 的 话

二十余年前射电天文学的诞生，在人类认识宇宙的行程中，展开了一个新的天地。

二十余年来，宇宙空间的无线电波不断地送来了新的宇宙信息；而我们面前出现的一个新的问题是，如何来理解这些信息。

目前的物理学知识，正如本书作者在第七章引言中所指出的，还远不足以解答宇宙无线电波所带来的全部问题。但是，天文学史的经验表明：每一个这种问题的解决，都将进一步扩大天文学的眼界，并对物理学的进展作出新的贡献。

本书的内容和结构反映在篇首的目录中。它的主要特点是，用了绝大部分的篇幅对宇宙射电现象中业已成熟的物理解释作了系统、详尽的介绍。因而可以认为，它的主要价值在于可以为进一步的探索担任一个比较可靠的响导。对于那些尚待解决、因而也是富有活力的问题，书中除了简要的评述外，还提供了比较完整的参考文献。

当然，对于目前射电天文上各种现象的理论见解，还远未达到可以取得一致的阶段。我们在翻译中尽量不离作者的原意，希望读者在使用中批判地吸收。对书中个别的明显错误，我们在译文中作了删改，并对一些文字表达上比较费解的地方加了译者注。

此外，根据习惯，许多涉及天文现象或射电天文学专用的无线电词汇，我们通常用“射电”二字来代替“无线电”。

作 者 前 言

本书的主要对象是从事观测的射电天文学家和研究生，他们的工作牵涉到对射电天文资料的解释。在书中，我把重点放在目前认为是形成银河射电源和河外射电源的那些物理过程。对许多观测结果的解释和讨论，则只限于提一下参考文献；在当前射电天文学的发展阶段，对这种问题的介绍，看来最有用的还是那些评述性的论文。

本书材料的编写，取材于我在1965—1968年在亚利桑那(Arizona)大学讲授的射电天文学课程。我十分感谢许多同事和学生在这本书的写作过程中提供的帮助和意见[†]。

A. G. 帕考尔楚克

1969年3月于亚利桑那大学

---

† 以下详列致谢名单，从略。——译者注

预 备 读 物 表

理解本书材料，虽然不需具备天体物理学和射电天文学知识，但熟悉一下这两门科学的一些基本内容是有好处的。关于天体物理和射电天文方面的介绍性读物，推荐以下两本：

1. T. L. Swihart, *Astrophysics and Stellar Astronomy*, Wiley and Sons, New York, 1969.
2. J. L. Steinberg and J. Lequeux, *Radio Astronomy*, McGraw-Hill, New York, 1963.

然而，读者应当对以下的物理学方面有透彻的了解：(a)经典力学，要达到文献 3 的水平，特别是要熟悉质点相对论力学，如文献 4 中第一至三章所给出的；(b)经典电动力学，包括狭义相对论，如文献 4 中第四至九章或是文献 5 中所给出的。

3. L. D. Landau and E. M. Lifshitz, *Mechanics*, Pergamon Press, Oxford; Addison-Wesley, Reading, Mass., 1960.
4. L. D. Landau and E. M. Lifshitz, *The Classical Theory of Fields*, Pergamon Press, Oxford; Addison-Wesley, Reading, Mass., 1962.
5. J. D. Jackson, *Classical Electrodynamics*, Wiley and Sons, New York, 1962.

阅读本书第八章需要了解一些光谱学知识，例如文献 6 的材料，以及如文献 7 第 4 节叙述的谱线变宽过程的一些知识。

6. G. 赫兹堡，原子光谱与原子结构(科学出版社)。
7. K. M. Böhm, "Basic Theory of Line Formation," In J. L. Greenstein, ed., *Stellar Atmospheres*, Univ. of Chicago Press, 1960. Chapter 3.

参考一下附录 1 的参考书，也会对读者有所帮助。

符　　号

因为这本书是为天体物理学家而不是为无线电工程师写的，从头到尾将使用高斯系统单位。读者需要把通常用米、千克、秒单位给出的射电源实测辐射流量变换到厘米、克、秒单位（第一章），然后就不用再接触到米、千克、秒系统。为了把辐射表为厘米、克、秒单位，就要将给定的米、千克、秒值乘以 10^3 的因子，因为

$$1\text{ 瓦}\cdot\text{米}^{-2}\cdot\text{赫}^{-1}=10^3\text{尔格}\cdot\text{厘米}^{-2}\cdot\text{秒}^{-1}\cdot\text{赫}^{-1},$$

$$\begin{aligned}1\text{ 流量单位}^{\dagger}&=10^{-26}\text{瓦}\cdot\text{米}^{-2}\cdot\text{赫}^{-1}\\&=10^{-23}\text{尔格}\cdot\text{厘米}^{-2}\cdot\text{秒}^{-1}\cdot\text{赫}^{-1}。\end{aligned}$$

可惜的是，贯穿全书都用同一组符号和保留学科中常用的符号的要求互不一致。因此，书中各章的符号将会略有变动；而且，即使在同一章里，还会有一个符号用在两个不同的量上的情形。然而，只要有某些程度的理解，这将不会引起混淆。以下是符号的表。

物理常数

$c=2.998E\,10$　光速[††]

$h=6.625E-27$　普朗克常数

$e=4.803E-10$　电子电荷

$m=9.108E-28$　电子质量

---

† 以后简称 f. u.——译者注

†† $E\,10$表为 10^{10}，E-27 代表 10^{-27}。——译者注

$k = 1.380E-16$　玻耳兹曼常数

$mc^2 = 8.186E-07$　电子静能

$\Lambda_C = 2.426E-10$　康普顿波长

$\sigma_T = 6.653E-25$　汤姆逊截面

变换因子

1 电子伏=1.602E-12 尔格，1 尔格=6.242E 11 电子伏

1 年=3.156E 07 秒，　　1 秒=3.169E-08 年

1 秒差距=3.086E 18 厘米，1 厘米=3.240E-19 秒差距

符号上方加记号

· 　时间导数

∧ 　表明等离子体中同步加速器辐射的量

下角标和上角标

$_C$　逆康普顿散射;连续谱(第八章)

$_E$　单位能量间隔

$_F$　法拉弟旋转

$_{i,f}$　分别表示碰撞前和碰撞后瞬间；“起始值”和“终值”(第五章)

$_I$　介质中电离能量耗损

$_K$　连续谱

$_L$　谱线;实验室坐标系

$_n$　富里叶 n 次谐波(第三章)

$_{n,m}$　分别表示 E_n 及 E_m 能态

$_{nm}$　从能态 E_n 跃迁到 E_m

$_R$　静系

$_S$　同步加速器辐射;“在源上”测量(第八章)

$_T$ 热辐射

$_\lambda$ 单位波长间隔

$_\nu$ 单位频率间隔

$_\Omega$ 单位立体角

$_{(i)}$ 两个垂直线偏振 $i=1$ 和 $i=2$，方向 2 与磁场平行(第三章)

$_{\perp,\parallel}$ 分别对一个给定方向垂直和平行的偏振

$_+$ 正离子

$_-$ 电子

$'$ 推迟时间(第三章)

$*$ 单位矢量；复共轭数(第三章)

拉丁字母

$\boldsymbol{A}$ 电磁矢势

A_e 天线有效孔径

A_{nm} 爱因斯坦自发射系数

$B(T)$ 普朗克函数 [(A.31) 式]

B_{mn} 爱因斯坦吸收系数

B_{nm} 爱因斯坦受激发射系数

BWFN 天线第一零点束宽

c_v 比热

D 天线方向性[(1.15)式]

e 质点电荷

E 能量

$\boldsymbol{E}$ 电场

E_T $=1/\xi_S t$ (第六章)

E_L 电子分布的低能端截止

E_H 电子分布的高能端截止；射电源中磁场总能量

E_e 射电源中相对论性电子总能量

E_p 射电源中重质点总能量

$\mathscr{E}$ 能量;辐射标度[(6.2)式]

$\mathscr{E}_E$ 静电能

$\mathscr{E}_T$ 热能

f 相空间中质点分布函数

F 流量

$\boldsymbol{F}$ 力,特别是洛伦兹力[(A.16)式]

F_A 射电源视流量[(1.7)式]

F_N 非偏振辐射流量

F_P 全偏振辐射流量

$\boldsymbol{F}$ 力密度,特别是洛伦兹力密度

g 能级统计权

$G(\vartheta,\varphi)$ 天线方向增益[(1.18)式]

$\boldsymbol{H}$ 磁场强度

HPBW 天线半功率点束宽

$\mathscr{H}$ 哈密顿量

I 辐射强度[(A.7)式]

I_A 射电源视亮度[(1.8)式]

I_N 非偏振辐射强度

I_P 全偏振辐射强度

I_S 射电源平均亮度[(1.9)式]

$\boldsymbol{j}$ 净电流密度[(2.49)式]

$\boldsymbol{J}$ 总电流密度[(2.51)式]

J 平均强度[(A.14)式]

$\boldsymbol{J}_{conv}$ 对流电流密度[(2.50)式]

k 波数

$\boldsymbol{k}$ 向观测者的方向, $\equiv \boldsymbol{R}_0^*$

L　抛物面天线直径；光度[(7.3)式]

m　质点质量

M　质点质量

n　折射指数；富里叶谐波数(第三章)

$\boldsymbol{n}$　面的法线；瞬时电子速度方向，$=\boldsymbol{\beta}^*$

N　质点数密度

N_0　电子能量分布 $N_E = N_0 E^{-\gamma}$ 中的常数

$\mathcal{N}$　质点数目

$\mathcal{N}_0$　电子能量分布 $\mathcal{N}_E = \mathcal{N}_0 E^{-\gamma}$ 中的常数

$\boldsymbol{p}$　动量

p　同步加速器辐射功率；标量压强

$p_{\rm rad}$　辐射压强[(A.20)式]

$\mathfrak{p}_i$　广义动量

$\boldsymbol{P}$　电子动量(第五章)

$P(\vartheta,\varphi)$　天线方向图

$\boldsymbol{q}$　热流矢量[(2.35)式]

$\mathfrak{q}_i$　广义坐标

$\boldsymbol{r}_C$　导中心[(2.98)式]

$\boldsymbol{r}_H$　在磁场中电子迴转半径[(2.94)式]

$\boldsymbol{r}'$　体积元 $d\tau$ 的矢径(第三章)

$\boldsymbol{r}(t)$　点电荷矢径

R　电阻(第一章)

$\boldsymbol{R}$　即时坐标，特别是观测者的矢径

$\boldsymbol{R}_0$　观测者与点电荷体积元之间的矢径，$=\boldsymbol{R}-\boldsymbol{r}'$

s　沿视线路程长度

S　表为波长单位的干涉仪基线；源函数[(A.23)式]

t　时间

t'　推迟时间，$=t-[R_0(t')/c]$（第三章）；从相对论

性电子喷射开始后的时间(第六章)

T　绝对温度

T_A　天线温度[(1.24)式]

T_B　亮温度[(1.25)式]

T_e　电子温度

T_R　接收机噪音温度

$\boldsymbol{u}$　质点本速度

u_{rad}　辐射能量密度[(A.19)式]

U　斯托克斯参量[(A.8)式]

$\boldsymbol{U}$　相空间中质点速度

$\boldsymbol{v}$　质点速度

v_T　均方根质点速度

V　电压;斯托克斯参量[(A.9)式];干涉仪可见度函数的幅度[(1.46)式]

$\boldsymbol{V}$　质点平均速度[(2.28)式]

V_{gr}　群速度

V_{ph}　相速度

V_r　径向速度

V_A　阿尔芬速度

V_S　声速

$\mathscr{V}$　干涉仪的复可见度函数[(1.46)式]

$\boldsymbol{w}$　磁不均匀性(磁镜)速度

W　光子能量(第五章);功率;以及单位频带功率

W_A　天线输出功率

W_I　干涉仪平均输出功率

W_R　接收机单位频带噪音功率

x　$=\nu/\nu_C$

x_H　$=\nu/\nu_H$

x_L $= \nu/\nu_L$

x_M $= \nu/\nu_M$

x_T $= \nu/\nu_T$

$X_{F/R}$ 费米阈能对静能的比值[(2.13)式]

$X_{H/R}$ 磁能对静能的比值[(2.83)式]

$X_{T/E}$ 热能对库伦能的比值[(2.10)式]

$X_{T/F}$ 热能对费米阈能的比值[(2.12)式]

$X_{T/H}$ 热能对磁能的比值[(2.84)式]

$X_{T/R}$ 热能对静能的比值[(2.11)式]

Y 以 mc 为单位的电子动量(第五章)

z 红移[(7.1)式]

Z 原子数

希腊字母

α $= \nu/\nu_S$; 起始或最终的光子方向和电子运动方向之间的角度(第五章);频谱指数

α_B 统计迴旋加速器加速参量[(2.105)式]

α_F 统计费米加速参量[(2.110)式]

$\boldsymbol{\beta}$ $= \boldsymbol{v}/c$

$\tilde{\beta}$ $= d\chi_F/ds$

β_T $= v_T/c$

γ $= E/mc^2 = (1 - \beta^2)^{-1/2}$

δ $= \kappa/\tilde{\beta}$ [(3.68)式]; 光子偏振平面与散射平面之间的角度(第五章)

ε 发射系数

e 热能密度;以 mc^2 为单位的光子能量(第五章)

ε_m 天线漏泄因子[(1.17)式]

ε_M 天线束效率[(1.16)式]

ζ　$=\gamma\nu_0/\nu_C=\nu_S/\nu_0\gamma$；电子能量耗损方程中的系数[(6.11)式]

η　$=\beta_S$[(3.68)式]；电子速度$\boldsymbol{\beta}$方向和指向观测者的方向$\boldsymbol{k}$之间的角度；电子能量耗损方程中的系数[(6.11)式]

η_F　费米加速参量[(2.112)式]

θ　电子速度和磁场方向之间的角度；散射角度：即光子起始和最终方向之间的角度(第五章)

ϑ　磁场和向观测者方向之间的角度

κ　改正了受激辐射后的吸收系数[(A.41)式]

$\tilde{\kappa}$　吸收系数[(A.22)式]

λ　波长；以及$\cos\theta$，θ为散射角(第五章)

λ_i　等离子体中质点临界碰撞参量[(2.1)式]

λ_O　等离子体中质点平均自由程[(2.3)式]

λ_P　等离子体中质点之间的平均距离[(2.4)式]

λ_D　德拜长度[(2.9)式]

λ_E　电子波的特征长度[(2.76)式]

λ_F　跟磁镜碰撞的平均自由程

λ_m　$=\lambda(\nu_m)$

Λ　光子波长(第五章)

μ　$=\cos\alpha$，α为光子偏振面和散射面之间的交角(第五章)

ν　频率

ν_{RF}　信号频率

ν_{IF}　接收机中频

ν_{LO}　接收机本机振荡器频率

ν_C　碰撞频率(第二章)；临界频率[(3.28)式]

ν_S　$=2\nu_0^2/3\nu_G\sin\vartheta$[(4.10)式]

ν_0　等离子体频率[(2.72)式]

ν_1　光学厚度为1时的频率

ν_G　拉莫尔频率[(2.57)式]

ν_H　电子迴转频率[(2.93)式];以及 $\nu_C(E_H)$

ν_m　$= 0.29\nu_C$

ν_M　$= \nu_c(E = kT)$

ν_T　$= \nu_C(E_T)$

ν_L　$= \nu_C(E_L)$; 谱线频率(第八章)

ξ　电子能量耗损方程中的系数[(6.11)式]

π_{ij}　运动压强张量[(2.32)式]

Π　偏振度[(1.39)式]

Π_{ij}　总压强张量[(2.31)式]

ρ　质量密度[(2.27)式]

σ　表面面积;干涉仪可见度函数的相位[(1.46)式]

Σ　总散射截面

$\frac{d\Sigma}{d\Omega}$　微分散射截面

τ　接收机积分常数; 光学厚度 [(A.27) 式。"光学厚度"的名称,当然不单是对光学波段而言。]

τ_m　$= \tau(\nu_m)$

τ_C　对康普顿耗损的电子寿命

τ_S　对同步加速器辐射耗损的电子寿命

φ　电磁标势

ϕ　磁通量; 电子反冲角: 即入射光子和反冲电子之间的角度(第五章)

χ　y 轴和最终光子在垂直于电子速度的 yz 平面上的投影之间的角度(见图 5.5)

χ_F　法拉弟旋转角

χ_H　图 3.10 中的角度

ϕ　电子原始速度（即在包含磁场和观测者方向的平面上的瞬时速度）方向与观测者方向之间的角度；起始光子和散射光子偏振方向之间的角度（第五章）

ω　角频率 $= 2\pi\nu$（对所有下角标）

Ω　立体角

Ω_A　天线束面积[(1.4)式]

Ω_m　天线旁瓣立体角[(1.14)式]

Ω_M　天线主瓣立体角[(1.13)式]

Ω_S　射电源所含的立体角

目　　录

第 一 章

射电天文测量

1.1 导言 射电窗

地球大气吸收了大部分波长的电磁波。不过，在有些波段上，大气基本上是透明的。其中有两个波段足够宽而具有很大的重要性。最熟悉的是“光学窗”，波长从 0.3 微米到 1 微米左右；另一个是“射电窗”，波长从 1 毫米到 15 米左右。图 1.1 为地球大气透明度的示意图。

光学窗短波端的吸收主要是分子（臭氧）吸收（图 1.2)。在辐射波长接近X射线时，则以原子吸收为主；而对于非常硬的X射线和 γ 射线区，最重要的则是核吸收。在光学窗长波端和射电窗短波端之间的吸收主要是由水汽和二氧化碳的红外吸收带所引起。在 1 微米和 24 微米之间有几个部分透明的波段。在 1 毫米到 10 毫米波段中，吸收主要来自氧和水汽。射电窗的长波端在电离层反射的临界频率上截止。由于反射的临界频率依赖于电离层电子密度，而这种密度是变化无常的，因此，常常可以在低于 20 兆赫(15 米)的截止频率上，一直到 9 兆赫，有时甚至于低到 1 兆赫的频率上进行观测。电离层的电子密度随着每天的时间、观测者地理位置、太阳活动等等而变化。

由于大气密度和折射指数随高度变化，射电窗和光学窗都受到折射的影响。这使得地平线上的源看起来比实际位置高。射电窗短波区域的折射大约是光学折射的两倍，并且随

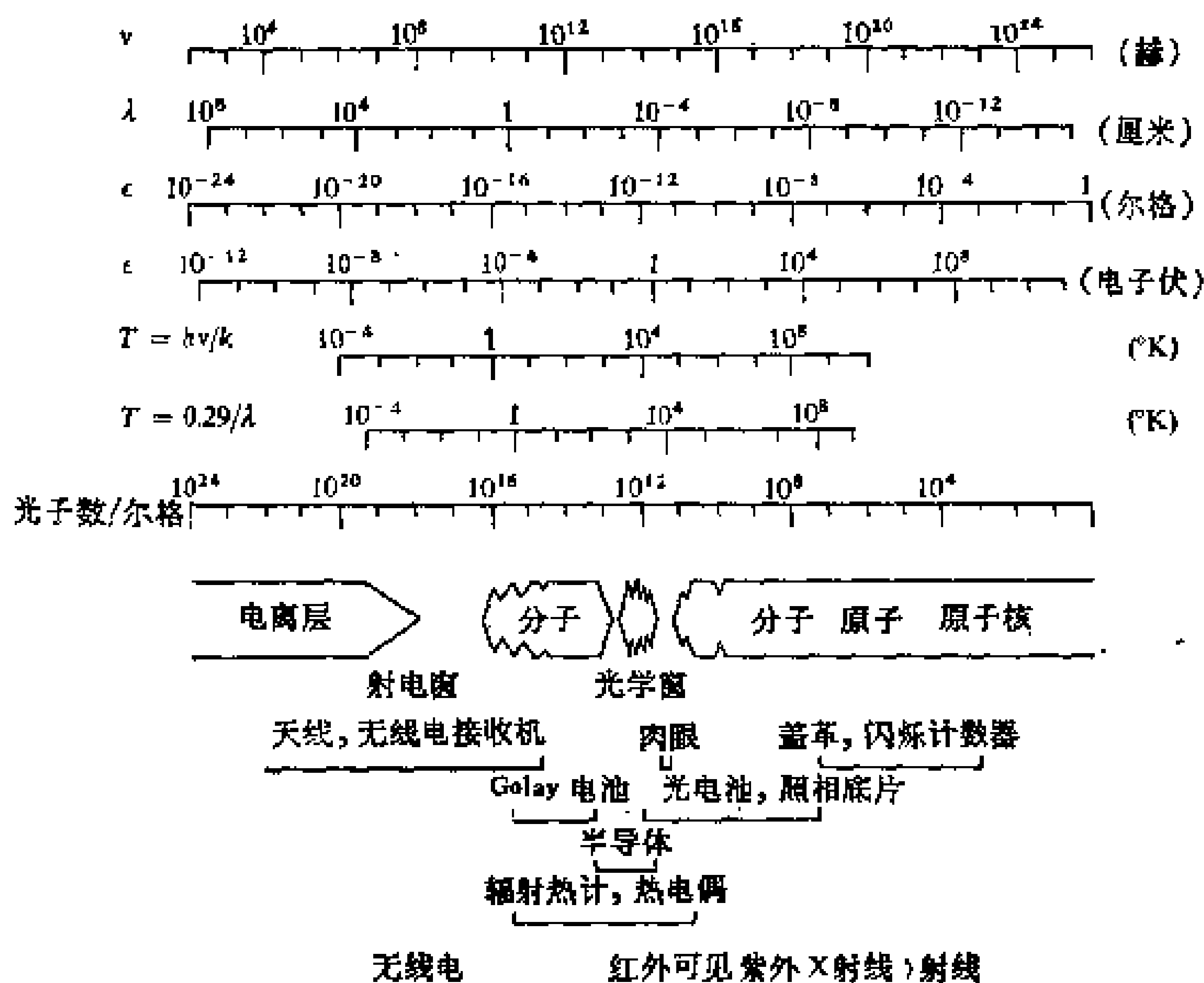


图 1.1 大气透明度作为波长的函数(示意)

着水汽的含量而变化。它的典型值在仰角 1° 时为 0.5°，随着仰角的增加而迅速减小。长波还受到电离层的影响，这使得折射增加，从而引起射电窗在长波端的截止。在 60 兆赫，对于处在地平以上 5° 的源，典型的电离层折射为 20′。大气的特性不单是随着地平高度而变化。在光学窗里，局部不均匀性引起了星光闪烁。在射电窗内，电离层电子密度的起伏，对于角径大到 30′ 的射电源都产生着闪烁效应。这种强度起伏的时间标度，在波长 1.5 米以上大约为一分钟的数量级。在太阳风带着的行星际介质中，电子密度的起伏引起了射电源准周期为一秒数量级的闪烁效应。只有对尺度小于 1″ 左右的源，这种效应才会产生。如果源的角径小到不能由干涉仪测出，或即使是干涉仪可以测出，而为了方便计，我们可以利

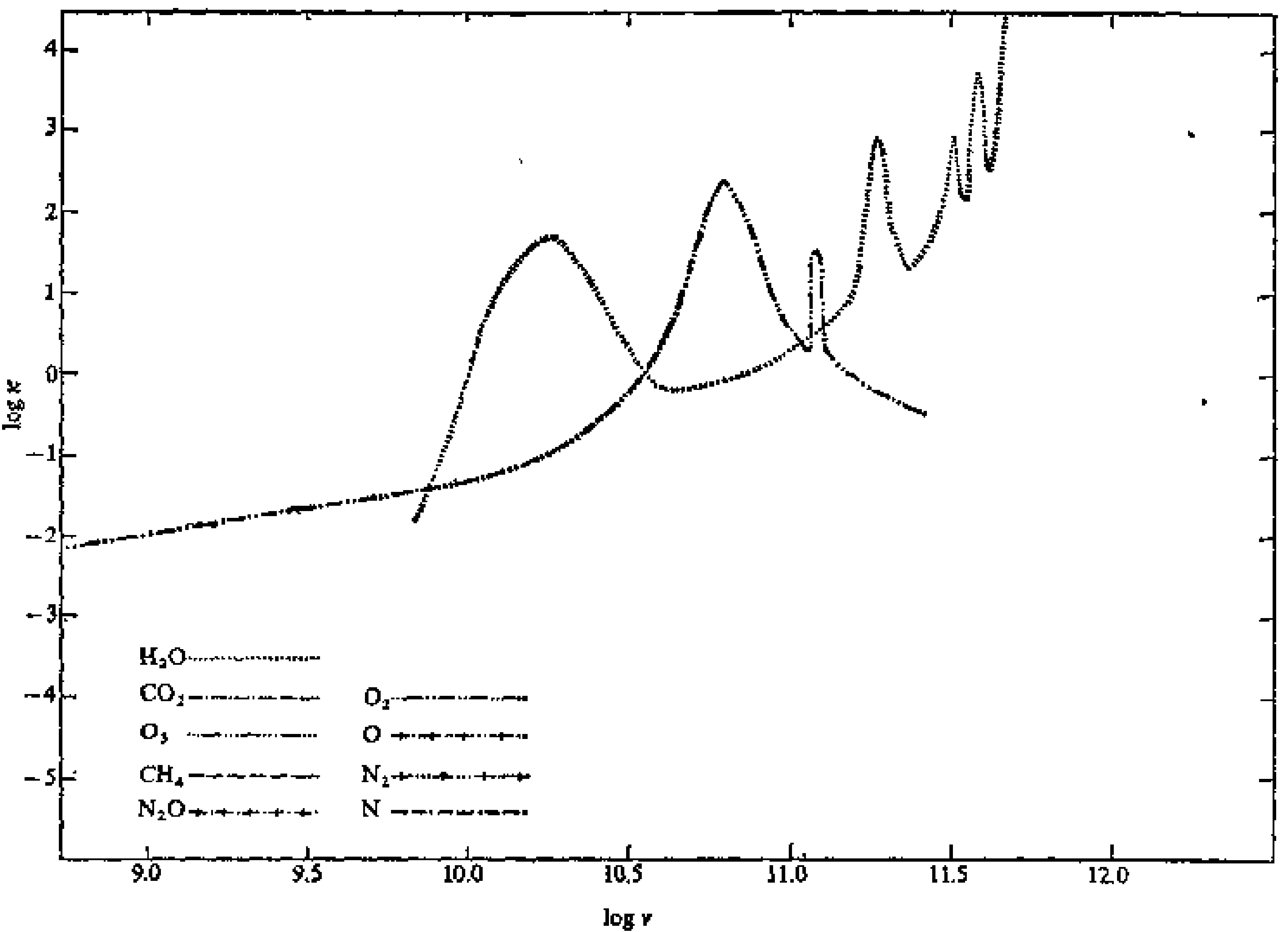


图 1.2A　大气吸收 κ（对于标准条件下的气体，即 0℃ 及 760 毫米水银柱高）作为紫外、可见、红外和毫米波区域的频率的函数（接下页图）。

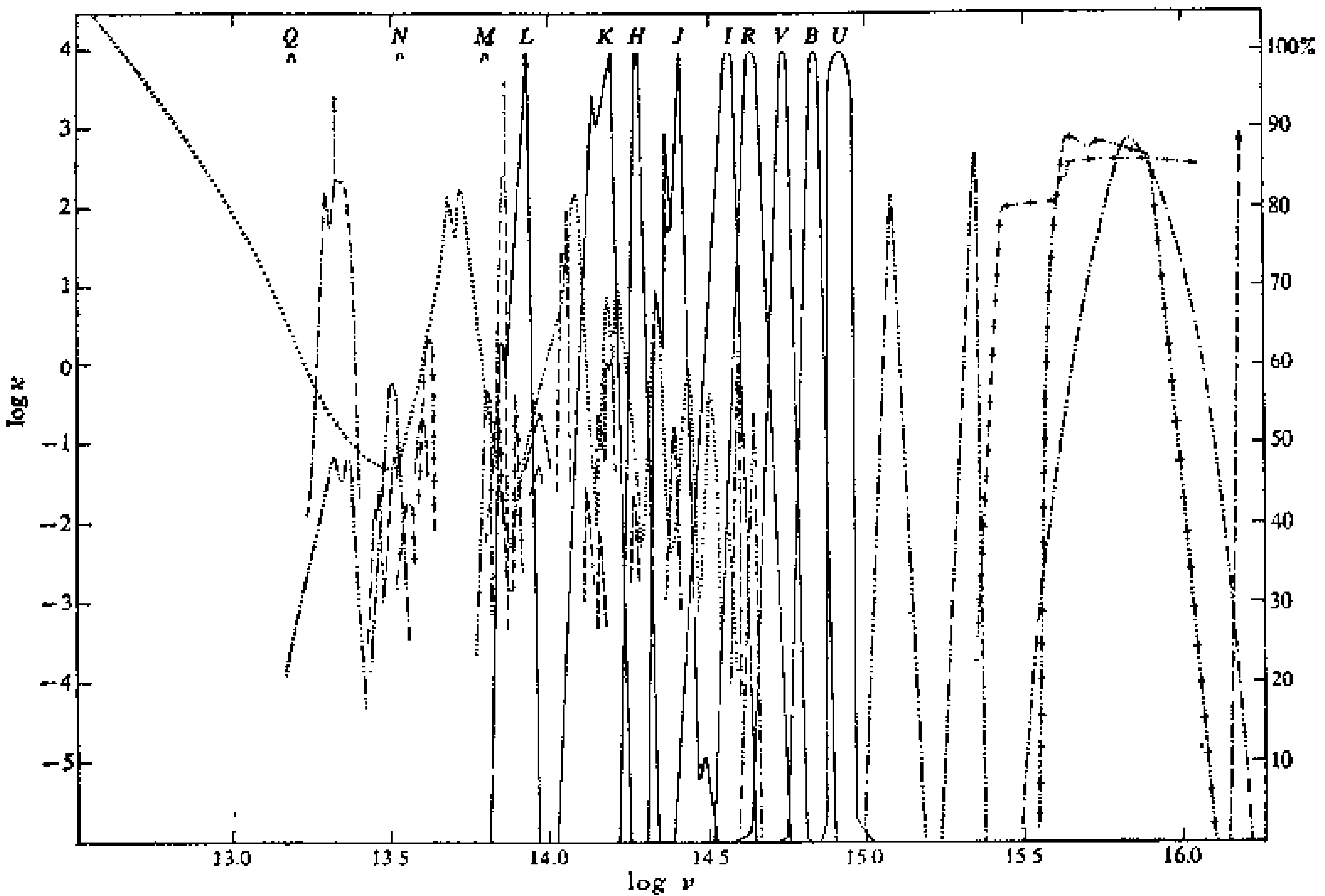


图1.2B　图1.2A的延续，并表示 *UBVRIJHKL* 光度学系统的响应曲线和 *MNQ* 光度学系统（右方标度）的响应曲线的极大值。

用这种闪烁效应的观测来估计出它的大小。

在射电窗内，背景辐射相对于源的强度比光学窗的要大得多。例如，在射电窗的低频端，总背景辐射是太阳的 10^4 倍。在地球上，低频段观测到最强的源是太阳、木星和仙后座 A（一个超新星的遗迹，是一种银河同步加速器源）。在射电天空中，太阳不象在光学天空中那样占有突出的位置。宁静太阳（在黑子峰年）的流量为 4×10^{-22} 瓦·米$^{-2}$·赫$^{-1}$（在 100 兆赫处）增到 5×10^{-20} 瓦·米$^{-2}$·赫$^{-1}$（在 10^4 兆赫处）；而仙后座 A 的流量则在 2×10^{-22} 瓦·米$^{-2}$·赫$^{-1}$（在 100 兆赫处）和 5×10^{-24} 瓦·米$^{-2}$·赫$^{-1}$（在 10^4 兆赫处）之间。

光学窗包含了多得多的元素谱线，因此比射电窗包含有更多的关于元素丰富度的材料。在这两个区域中，产生连续谱的主要机制也不相同。宇宙目标的光学光谱主要是由热机制所形成。大部分射电源的射电连续谱则认为是由同步加速器机制所引起，而可以给出关于宇宙磁场和相对论性质点的材料。

1.2 天线对投来的辐射的响应

这一章的目的是使读者熟悉观测资料的来源、特点和精度，它们对于旨在理解射电源的物理和结构的那些天体物理的论点说来是基本的。关于实测射电天文方面更详细的讲述，则可以参考本章参考文献。

射电望远镜是一种接收和测量宇宙射电噪音的设备。天线收集了一定偏振状态的宇宙无线电波的能量，通过适当的传输线，把这些能量送到接收机。天线还限定了接收天空辐射的范围。为了使耗损尽可能小，天线、传输线和接收机输入端的阻抗都要正确地匹配，天线有着某种滤波作用，但通常 [illegible] 镜的频带宽度。抛物面天线的频

段范围比较宽。在高频段，它受反射面公差的限制；而在低频段，则受抛物面孔径的限制（在长波段，衍射效应使得抛物面的方向性变得非常差）。照明器（一般放在抛物面焦点上）的频率选择性通常比抛物面本身高得多；然而在进行不同波长的观测时，一般可以调换。其它类型的天线有着比较窄一些的频带。

天线的响应有着偏振性（偏振一般是椭圆的，大部分接近于线偏振），因此，如果入射辐射是非偏振的，则天线响应的是入射能流量的一半（这种说法适用于相干探测器，而不适用于，例如，能接收两个偏振方向的测辐射热计）。电磁振荡在接收机中经过滤波，放大许多个数量级，检波，最后在接收机输出端得到测量。宇宙射电功率的测量一般是把观测到的功率和一个校准用的噪音发生器的功率相比对。

让我们回顾一下（见附录 1），联系辐射强度 I_ν 和在时间 dt 内频率间隔 ν 到 $\nu + d\nu$ 内、流经一个面积 $d\sigma$、沿着与 $d\sigma$ 法线 $\boldsymbol{n}$ 成 ϑ 角的方向进到立体角 $d\Omega$ 的功率 $dW_\nu d\nu$ 或能量 $dE_\nu d\nu$ 的表达式（这个式子就当作是强度 I_ν 的定义）：

$$dW_\nu d\nu = \frac{dE_\nu}{dt} d\nu = I_\nu \cos\vartheta d\Omega d\sigma d\nu。 \qquad (1.1)$$

和这个定义相当的几何关系示于图 1.3。如果 $d\sigma$ 为发射天线上的一个面元（surface element），则 $dW_\nu d\nu$ 将为这个天线的面元 $d\sigma$ 发射出的功率（在 $d\nu$ 内，以及在与法线 $\boldsymbol{n}$ 成 ϑ 角方向上的 $d\Omega$ 范围内）。如果 $d\sigma$ 为接收天线上的一个面元，天线吸收到来自天空的辐射也由方程(1.1)表达，其中 $dW_\nu d\nu$ 现在是代表天线所吸收的功率（等于该天线用作发射时的功率乘以负号），而 I_ν 则代表接收到的辐射的亮度[1]（等于该天线用

[1] 在射电天文上，亮度有时用 B 而不用 I 来表示。为了避免和普朗克函数（通常用 B 代表）相混，我们保留 I 来作为亮度的符号。

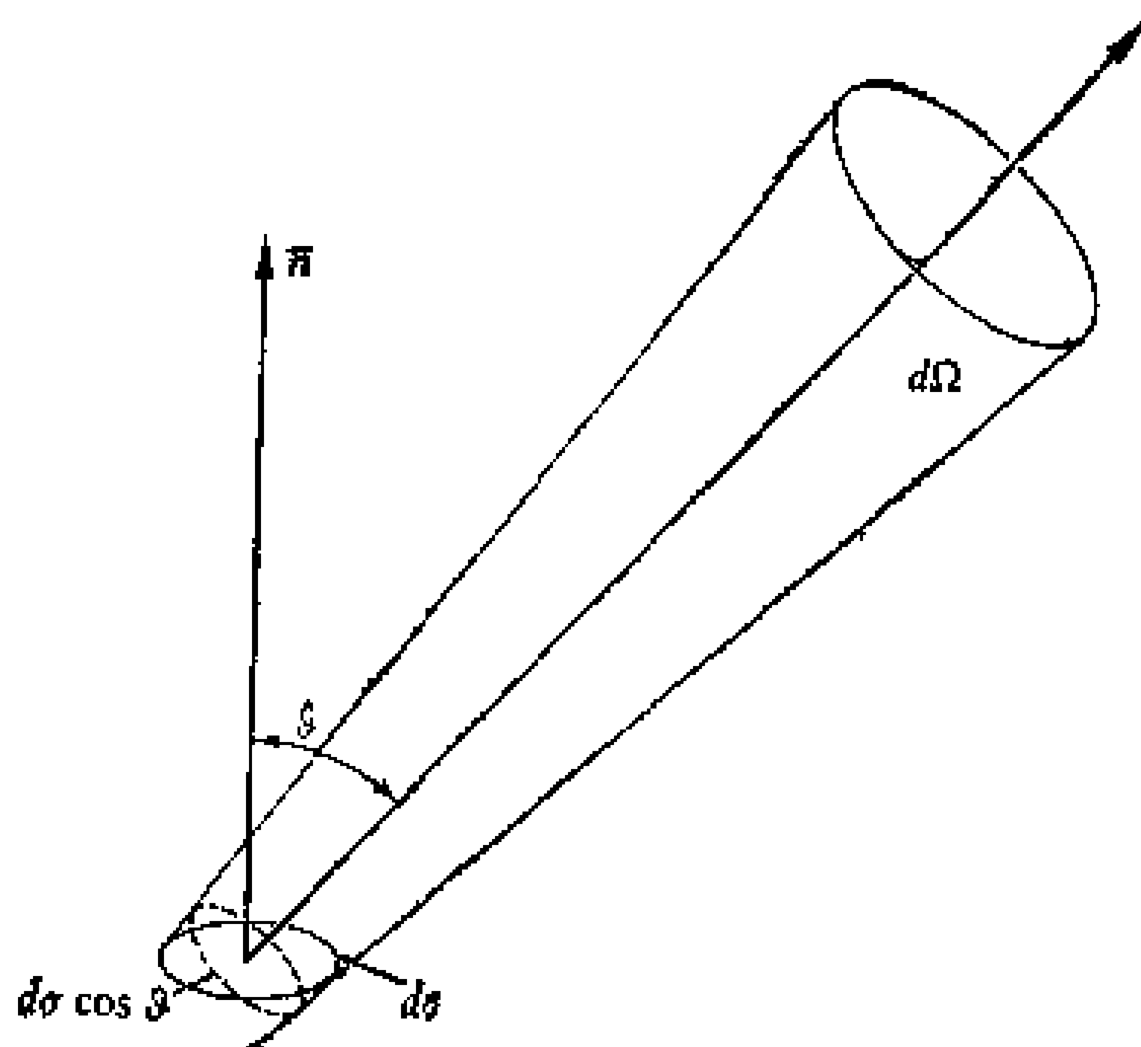


图 1.3　介绍辐射强度的定义

作发射时对应于同一个 $dW_\nu d\nu$ 所发射的辐射乘以负号)。

一般说来,亮度依赖于方向。我们可以用地平坐标,或是赤道坐标,或是任何其他坐标系统的任何两个坐标来代表方向。天线的面元 $d\sigma$ 对于来自立体角 Ω 范围内的辐射的响应(即吸收到的功率),将依赖于含在立体角 Ω 内的天区的辐射亮度分布。实际的天线表面是由许多个有着不同法线方向的单元所组成的(用以增加天线的方向性;见本章下一节)。为了表达整个天线对投来的辐射的响应,我们将引入一个函数,叫做天线方向图[1],用以把天线响应表为方向的函数。天线方向图,对于天线用作发射和接收都是一样的,这可以从热力学第二定律证出。

---

1) 在近处,方向图是距离的函数(近场方向图)。这种对距离的依赖关系,在距离足够大时变成不重要;而在射电天文学中,天线方向图被看作只是方向的函数(远场方向图),与距离的关系可以完全不计。本书中指的将是天线的功率方向图。一般说来,天线方向图依赖于频率。

如果 $P_\nu(\vartheta, \varphi)$ 为天线方向图［在 $P_\nu(0, 0) = 1$ 的意义上归一化］，而 A_e 为天线有效孔径（有效面积），我们可以把(1.1)式对立体角 Ω 和对天线面积积分：

$$W_\nu d\nu = \frac{1}{2} A_e d\nu \iint_\Omega I_\nu(\vartheta, \varphi) P_\nu(\vartheta, \varphi) d\Omega, \qquad (1.2)$$

其中 ϑ 为给定方向和天线轴（$P_\nu = 1$ 的方向）之间的角度。天线方向图 $P_\nu(\vartheta, \varphi)$ 代替了平面面积 $d\sigma$ 的 $\cos\vartheta$ 型响应图形。天线方向图是无量纲的，而有效孔径 A_e 则有着面积的量纲。由于天线只对一种偏振的辐射响应，如果入射辐射为非偏振的，则方程式(1.2)中的因子 1/2 是恰当的。天线对偏振辐射的响应将在以后讨论。

在亮度对于方向为不变的情形下，方程 (1.2) 对 4π 球面度的积分可以写为

$$W_\nu d\nu = \frac{1}{2} A_e d\nu I_\nu \Omega_A, \qquad (1.3)$$

其中 Ω_A 定义为

$$\Omega_A = \iint_{4\pi} P_\nu(\vartheta, \varphi) d\Omega, \qquad (1.4)$$

称为天线束面积(beam area)[1]，单位为球面度。在观测尺度大于束面积的亮度均匀的展源 (extended source) 时，可以使用方程(1.3)。

在局部源的情形下，即源的亮度分布为：绝大部分的辐射都来自一个小(然而有限)的天区[2]。如果亮度 I_ν 可以认为在 Ω_S 中是均匀的、而在 Ω_S 以外等于零，而且如果源比天线的束面积小得多 (即 $\Omega_S \ll \Omega_A$)，则当天线对准了源的时候，

---

1) Ω_A 也称为天线束立体角，或有时称为方向图立体角。

2) 这种源有时称为点源；可是，真正的"点"源(含有无穷小立体角的源)是不存在的。看来，尺度数量级为 10^{-3} 角秒的源是最接近于点源的了。

(1.2)式可以写为

$$W_\nu d\nu = \frac{1}{2} A_e d\nu I_\nu \Omega_S \text{。} \tag{1.5}$$

源的流量[1]为

$$F_\nu = \iint_\Omega I_\nu(\vartheta, \varphi) \cos\vartheta d\Omega, \tag{1.6}$$

而源的视流量(或观测流量)则定义为

$$F_{\nu A} = \iint_\Omega I_\nu(\vartheta, \varphi) P_\nu(\vartheta, \varphi) d\Omega \text{。} \tag{1.7}$$

如果 $P_\nu(\vartheta, \varphi) = \cos\vartheta$，或是源比天线束面积小得多（即，如果在源的范围内，$P_\nu(\vartheta, \varphi) \approx 1$ 及 $\cos\vartheta \approx 1$），则视（观测）流量将等于“真”流量。

我们把观测亮度(或视亮度)定义为

$$I_{\nu A} = \frac{F_{\nu A}}{\Omega_A} = \frac{1}{\Omega_A} \iint_\Omega I_\nu(\vartheta, \varphi) P_\nu(\vartheta, \varphi) d\Omega, \tag{1.8}$$

而把源的平均亮度定义为

$$I_{\nu S} = \frac{F_\nu}{\Omega_S} = \frac{1}{\Omega_S} \iint_\Omega I_\nu(\vartheta, \varphi) \cos\vartheta d\Omega \text{。} \tag{1.9}$$

对于比天线束面积小得多的局部源 ($\Omega_S \ll \Omega_A$)，我们有

$$I_{\nu A} = \frac{F_{\nu A}}{\Omega_A} \approx \frac{F_\nu}{\Omega_A} = \frac{\Omega_S}{\Omega_A} I_{\nu S} \text{。} \tag{1.10}$$

对于比天线束面积大得多的、有着均匀亮度 ($I_\nu = I_{\nu S}$) 的展源 ($\Omega_S \gg \Omega_A$)，则有

$$I_{\nu A} = \frac{F_{\nu A}}{\Omega_A} \approx \frac{\Omega_A I_{\nu S}}{\Omega_A} = I_{\nu S} \text{。} \tag{1.11}$$

---

1) 这里我们指的是单位频率的流量，这个量常常叫做“流量比值”（specific flux）或“流量密度”，简称为“流量”。至于某个频段中的积分流量，则用“总流量”的名称来表达。

正象在篇首"符号"一节中所说的，我们采用厘米、克、秒单位制，而对电磁量用高斯系统。在厘米、克、秒制中，流量的单位是尔格·秒$^{-1}$·厘米$^{-2}$·赫$^{-1}$，而亮度单位为尔格·秒$^{-1}$·厘米$^{-2}$·赫$^{-1}$·球面度$^{-1}$。在实测射电天文学中用的则是米、千克、秒制，而流量和亮度的单位为瓦·米$^{-2}$·赫$^{-1}$和瓦·米$^{-2}$·赫$^{-1}$·球面度$^{-1}$。一个瓦·米$^{-2}$·赫$^{-1}$有时也称为一个扬斯基（jansky），而10^{-26}瓦·米$^{-2}$·赫$^{-1}$通常则叫做一个流量单位（f. u.），这是因为大多数射电源的观测流量属于这个数量级。在这里，我们注意到，表为厘米、克、秒单位的流量数值比用米、千克、秒单位的大1000倍。因此，一个流量单位等于10^{-23}尔格·秒$^{-1}$·厘米$^{-2}$·赫$^{-1}$。

如果我们感兴趣的是在一个频带$\Delta\nu$内的总功率W，那就需要把(1.2)式在$\Delta\nu$上从ν积分到$\nu+\Delta\nu$。不过，由于射电天文观测是极为"单色"的（和光学观测相比），即频宽比起平均观测频率ν以及比起射电窗的宽度来都要小得多，因此，一般在频带$\Delta\nu$范围内我们可以忽略掉I_ν和P_ν对频率的依赖关系，而把W写为

$$W=\frac{1}{2}A_e\Delta\nu\iint_{\Omega}I_\nu(\vartheta,\varphi)P_\nu(\vartheta,\varphi)d\Omega。\qquad(1.12)$$

而在以后的公式中，我们将省掉角标ν。

天线的方向特性可以用天线方向图来表示(图1.4)。除了方向图是对称的以外，原则上需要有三维的表达。天线方向图的主要特征可以用主瓣半功率点之间的角度（叫做半功率点束宽或HPBW）或是第一零点之间的角度（叫做第一零点束宽或BWFN）来描述。这种方向图常常也用以下几种立体角来表征：束立体角Ω_A[见(1.4)式]和主瓣立体角Ω_M，

$$\Omega_M=\iint_{\text{主瓣}}P(\vartheta,\varphi)d\Omega,\qquad(1.13)$$

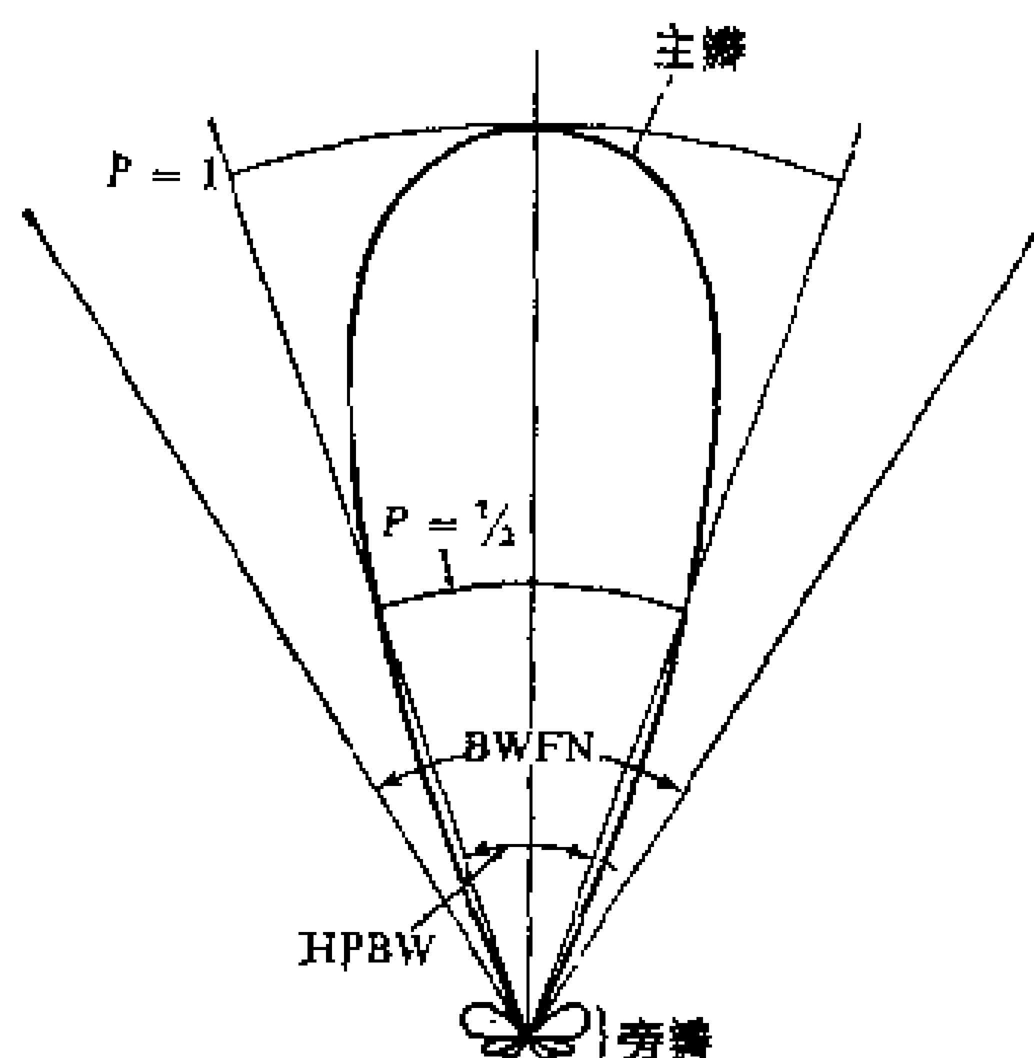


图 1.4 极坐标天线方向图

以及旁瓣立体角 Ω_m,

$$\Omega_m = \iint_{\text{旁瓣}} P(\vartheta, \varphi) d\Omega, \quad (1.14)$$

或者,也可以用这些量的以下各种比值: 方向性 D,

$$D = \frac{4\pi}{\Omega_A}; \quad (1.15)$$

束效率 ϵ_M,

$$\epsilon_M = \frac{\Omega_M}{\Omega_A}; \quad (1.16)$$

以及漏泄因子 ϵ_m,

$$\epsilon_m = \frac{\Omega_m}{\Omega_A}。 \quad (1.17)$$

天线的方向性还可定义为天线发射的极大功率 (在 $P = 1$ 方向上)和平均功率(在所有方向)之比。这个定义和方程(1.15)是等价的。它是根据发射的情形做出的, 但是由于天线的发

射和接收的特点相同，因而该式具有普遍性。

天线的方向特性常常用无量纲函数 $G(\vartheta, \varphi)$ 来代替 $P(\vartheta, \varphi)$。这个函数叫做天线的**方向增益**，就是方向性 D 和方向图函数 $P(\vartheta, \varphi)$ 的乘积：

$$G(\vartheta, \varphi) = D \cdot P(\vartheta, \varphi)。 \tag{1.18}$$

当然，极大增益就等于方向性 D。换句话说，天线的方向增益可以说成是，一个天线在一个给定方向上的发射功率和在同等条件下一个各向同性天线向同一方向发射的功率之比。

现在我们要考虑一个封闭在一个绝对温度 T 的黑体中的无耗损天线。假设在这个黑体封闭的范围里还有一个小黑体，从天线上看去含一个立体角 $\Delta\Omega_S$。小黑体的温度也是 T。天线接上一个温度为 T 的匹配电阻 R。因此，整个系统处于热动平衡，而从天线辐射到小黑体的能量等于从小黑体辐射到天线的能量：

$$kT\Delta\nu G(\vartheta, \varphi)\frac{\Delta\Omega_S}{4\pi} = 2kT\Delta\nu\lambda^{-2} \cdot \frac{1}{2}A_e P(\vartheta, \varphi)\Delta\Omega_S。 \tag{1.19}$$

上式左边的 $kT\Delta\nu$ 项是温度为 T 的匹配电阻的噪音功率；而在式子的右边，则用了黑体辐射的瑞利-靳斯近似。因子 1/2 照顾到了辐射不带偏振，而天线的响应只对一个偏振的情况。(1.19) 式可以化简为

$$D = \frac{4\pi}{\lambda^2}A_e, \tag{1.20}$$

这给出了**方向性和天线有效面积之间的关系**。利用(1.15)式，它可以写为如下形式

$$A_e\Omega_A = \lambda^2。 \tag{1.21}$$

天线方向图的主瓣对应于衍射图形的一级极大，各个旁瓣则对应于各个次级极大。因此，主瓣的宽度决定了天线的

分辨率。角距离远远小于主瓣宽度的两个源不能被天线所分辨。例如，如果 L 为一个抛物面天线的直径，我们有着 $A_e \approx \pi L^2/4$（实际上，天线的有效面积比几何面积小）；用(1.16)式及(1.20)式，我们可以写出

$$\frac{4\lambda^2}{\pi L^2} \approx \frac{\lambda^2}{A_e} = \Omega_A = \frac{\Omega_M}{e_M} \approx \frac{\vartheta^2_{HPBW}}{e_M}。\qquad (1.22)$$

由于大部分天线 $e_M \approx 0.75$；对于半功率点束宽（弧度为单位），我们有

$$\vartheta^2_{HPBW} \approx \frac{\lambda^2}{L^2}。\qquad (1.23)$$

(1.23)式给出了用直径 L 和观测波长 λ 表达的天线分辨本领。对于一个 250 英尺抛物面，在波长 1 米处，ϑ_{HPBW} 约等于 50′。射电望远镜的分辨本领比光学望远镜低得多，这是因为接收的辐射波长远远比光学的长。

送到天线上的功率 W 往往以天线温度 T_A 来表达，定义为

$$\Delta\nu k T_A = W。\qquad (1.24)$$

天线温度既不关联到天线本身的温度，也不牵涉到环境介质的温度。它依赖的是所收到的辐射的发射体的温度，如果产生这种辐射的机制是热机制的话。从以下两个提法可以看清楚天线温度的物理意义：如果天线围在一个温度为 T_A 的黑体里，那么只要是在天线上和在周围介质上都没有耗损，则天线将会吸收到按(1.24)式给定的功率；再一个提法是，如果在天线终端接上一个温度为 T_A 的匹配阻抗，则从这个阻抗送到天线的功率将由(1.24)式给定。

射电辐射源经常用亮温度 T_B 而不用亮度 I 来表征。亮温度是通过黑体定律的瑞利-斯斯近似引进的，其定义为

$$T_B = \frac{\lambda^2}{2k} I 。 \quad (1.25)$$

亮温度的物理意义是非常有限的，因为它是在频率为 ν 到 $\nu + d\nu$ 范围内，有着与观测到的源的辐射强度相等的黑体的温度，而绝大多数的宇宙射电源甚至于连热辐射源也不是。一个源的亮温度可以随频率而有很大的变化。

天线温度和亮温度，两者都是对于从源投来的辐射而言的。亮温度表征着这种辐射的强度，而天线温度则表征着一个特定的天线在吸收这种辐射时接收到的功率。利用(1.21)、(1.24)和(1.25)式，亮温度和天线温度的关系可以从(1.2)式求出：

$$T_A \iint P(\vartheta, \varphi) d\Omega = \iint T_B(\vartheta, \varphi) P(\vartheta, \varphi) d\Omega。 \quad (1.26)$$

在两个极端情况下，这个关系式可以简化：对于展源(在天线束立体角中 T_B 不变)，

$$T_A = T_B; \quad (1.27)$$

而对于立体角较小的源 $(\Omega_S \ll \Omega_A)$，

$$T_A = T_B \frac{\Omega_S}{\Omega_A}。 \quad (1.28)$$

当天线对一个具有亮度分布为 $T_B(x)$ 的源进行扫描时，在一维情形下，观测到的天线温度为

$$T_A(x) \int_{-\infty}^{+\infty} P(\xi) d\xi = \int_{-\infty}^{+\infty} P(\xi - x) T_B(\xi) d\xi, \quad (1.29)$$

其中 $P(\xi)$ 为天线的(一维)方向图。(1.29)式描述了温度分布 $T_B(x)$ 受到方向图为 $P(\xi)$ 的天线平滑的过程。这种过程滤掉了亮度分布 $T_B(x)$ 中所有高于截止(空间)频率 $S = L/\lambda$ 的全部频率，其中 L 为孔径的长度，λ 为观测波长。因此，观测到的天线温度分布 $T_A(x)$ 不足以唯一地定出亮度分布

$T_B(x)$，因为它不含有频率高于 S 的信息。

1.3 天线对偏振辐射的响应

我们可以把一个天线在给定方向上的接收性能表为电压 $\tilde{E}_1$ 及 $\tilde{E}_2$，

$$\begin{aligned}\tilde{E}_1 &= \tilde{E}^0\cos\tilde{\alpha},\\ \tilde{E}_2 &= \tilde{E}^0\sin\tilde{\alpha}e^{-i\tilde{\delta}},\end{aligned}\qquad(1.30)$$

这些电压是分别由具有单位幅度的水平波和垂直波所感应[1]。当一个有着方程(1.30)特性的天线接收到一个任意幅度和偏振的平面波

$$\begin{aligned}E_1 &= E^0\cos\alpha,\\ E_2 &= E^0\sin\alpha e^{i\delta}\end{aligned}\qquad(1.31)$$

时，其响应将是一个正比于

$$\begin{aligned}V &= |E_1\tilde{E}_1 + E_2\tilde{E}_2| = E^0\tilde{E}^0|\cos\alpha\cos\tilde{\alpha} + \sin\alpha\sin\tilde{\alpha}e^{i(\delta-\tilde{\delta})}|\\ &= E^0\tilde{E}^0\cos\gamma\end{aligned}\qquad(1.32)$$

的电压。式中末一个等式是角度 $\gamma\,(0\leqslant\gamma\leqslant\pi/2)$ 的定义。我们可以从这个定义算出 $\cos^2\gamma$。如果我们记得，复数的绝对值 $|a+ib|$ 等于 $\sqrt{a^2+b^2}$，则可以把 $\cos^2\gamma$ 引入三角等式 $\cos 2\gamma = 2\cos^2\gamma - 1$ 中而求出

$$\cos 2\gamma = \cos 2\alpha\cos 2\tilde{\alpha} + \sin 2\alpha\sin 2\tilde{\alpha}\cos(\delta-\tilde{\delta})。\qquad(1.33)$$

只要回溯到在潘加莱球（Poincaré sphere）上偏振状态的表示方式(参看附录 1)，就可以看出角度 γ 的物理意义。如果 P 代表入射波的偏振状态［(1.31)式］，而 $\tilde{P}$ 为天线的偏振状态［(1.30)式］，根据(1.33)式，2γ 则为 P 和 $\tilde{P}$ 的角距离。因此(1.32)式中出现的 $\cos\gamma$ 因子是天线和波的偏振失配的结果。

---

1) 相移的负号是由于，在一个发射天线改作接收天线时，时间反了向。例如，一个发出左旋椭圆偏振波的天线，用作接收时将吸收右旋椭圆偏振波。

如果天线发射出的波的偏振椭圆和投射到天线上的波的偏振椭圆具有着相同的椭率和取向，但旋转方向相反，那么天线和波的偏振将得到匹配（$\cos\gamma = 1$）。

在(1.32)式中，$\tilde{E}^0$ 有着长度的量纲（天线有效高度），因而$(\tilde{E}^0)^2$ 有着面积的量纲。因此，由于从一个点源投来(1.31)式的椭圆偏振波，从天线上可以得到的功率（在单位频带内）为

$$W = FA_e\cos^2\gamma, \tag{1.34}$$

其中 $A_e = (\tilde{E}^0)^2$，而 F 为入射波的流量。

正如在附录1中所表明的，全偏振入射波可以不用方程(1.31)而表为斯托克斯参量 Q、U 和 V，或参量 I、β 和 φ，

$$\begin{aligned} Q &= I\cos 2\beta\cos 2\varphi, \\ U &= I\cos 2\beta\sin 2\varphi, \\ V &= I\sin 2\beta。\end{aligned} \tag{1.35}$$

同样，天线特性也可以用一组"斯托克斯参量"来描述：

$$\begin{aligned} \tilde{Q} &= \tilde{I}\cos 2\tilde{\beta}\cos 2\tilde{\varphi}, \\ \tilde{U} &= \tilde{I}\cos 2\tilde{\beta}\sin 2\tilde{\varphi}, \\ \tilde{V} &= \tilde{I}\sin 2\tilde{\beta}。\end{aligned} \tag{1.36}$$

对于点源，如果代表波的斯托克斯参量表为流量的单位（即 $I \to F$），而代表天线特性的表为天线有效面积的单位（即 $\tilde{I} \to A_e$），则我们可以证明[1]，对于单位频宽，

$$W = FA_e\cos^2\gamma = \frac{1}{2}(I\tilde{I} + Q\tilde{Q} + U\tilde{U} + V\tilde{V})。 \tag{1.37}$$

入射波可以分解为两个波，一个和天线偏振状态相匹配，另一个与之相反。天线只能对偏振匹配的波有响应，而不能从偏

1) 把关系式 $\cos 2\gamma = \sin 2\beta\sin 2\tilde{\beta} + \cos 2\beta\cos 2\tilde{\beta}\cos 2(\varphi - \tilde{\varphi})$（该式由球面三角学的 Albategnius 余弦定理导出）用在图1.5中潘加莱球上由北极点、P 和 $\tilde{P}$ 三点构成的球面三角形上。

振相反的波中抽取能量。这就是为什么天线只能从非偏振波中取到一半能量的原因。

一个一般的部分偏振的波 F 可以表为两个独立的波的迭加：一个非偏振波 F_N，和一个全（椭圆）偏振波 F_P。这样，(1.34) 式描述的单位频宽内的天线响应可以写成

$$W = \frac{1}{2} A_e F_N + \cos^2\gamma A_e F_P; \tag{1.38}$$

或者，如果我们引进入射波的偏振度 Π，

$$\Pi = \frac{F_P}{F} = \frac{\sqrt{Q^2 + U^2 + V^2}}{I}, \tag{1.39}$$

则我们有

$$W = \frac{1}{2} A_e F(1 + \Pi \cos 2\gamma)。 \tag{1.40}$$

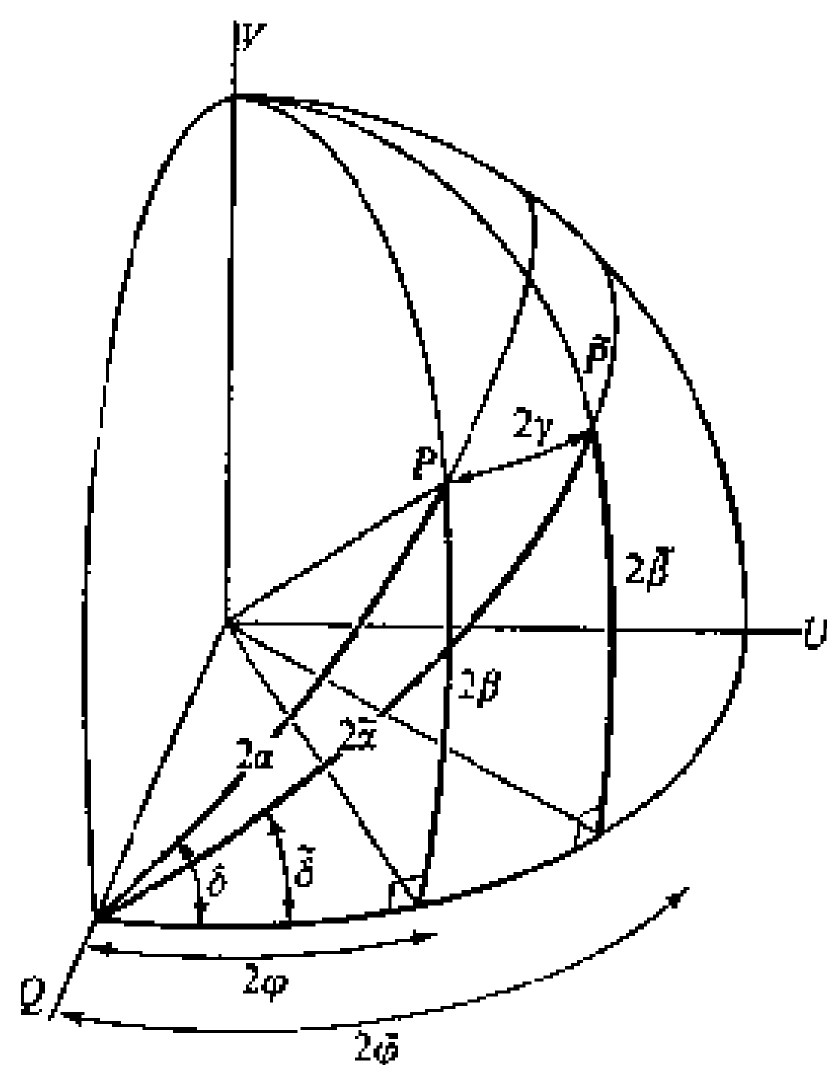


图 1.5 天线偏振($\tilde{P}$)和入射波偏振(P)的潘加莱球 (Poincaré sphere) 表达法

在射电展源的情况下，单位频宽的天线响应为

$$W = \frac{1}{2}A_e\iint_{\Omega} I_N(\vartheta, \varphi)P(\vartheta, \varphi)d\Omega + \cos^2\gamma A_e\iint_{\Omega} I_P(\vartheta, \varphi)P(\vartheta, \varphi)d\Omega, \qquad (1.41)$$

其中 I_N 和 I_P 分别为入射辐射的非偏振和全偏振成分。

1.4 天线系统　干涉仪

我们考虑一组结构相同、取向一致的两个天线用传输线连到一个接收机上去（图 1.6）的系统对平面波的响应。这个

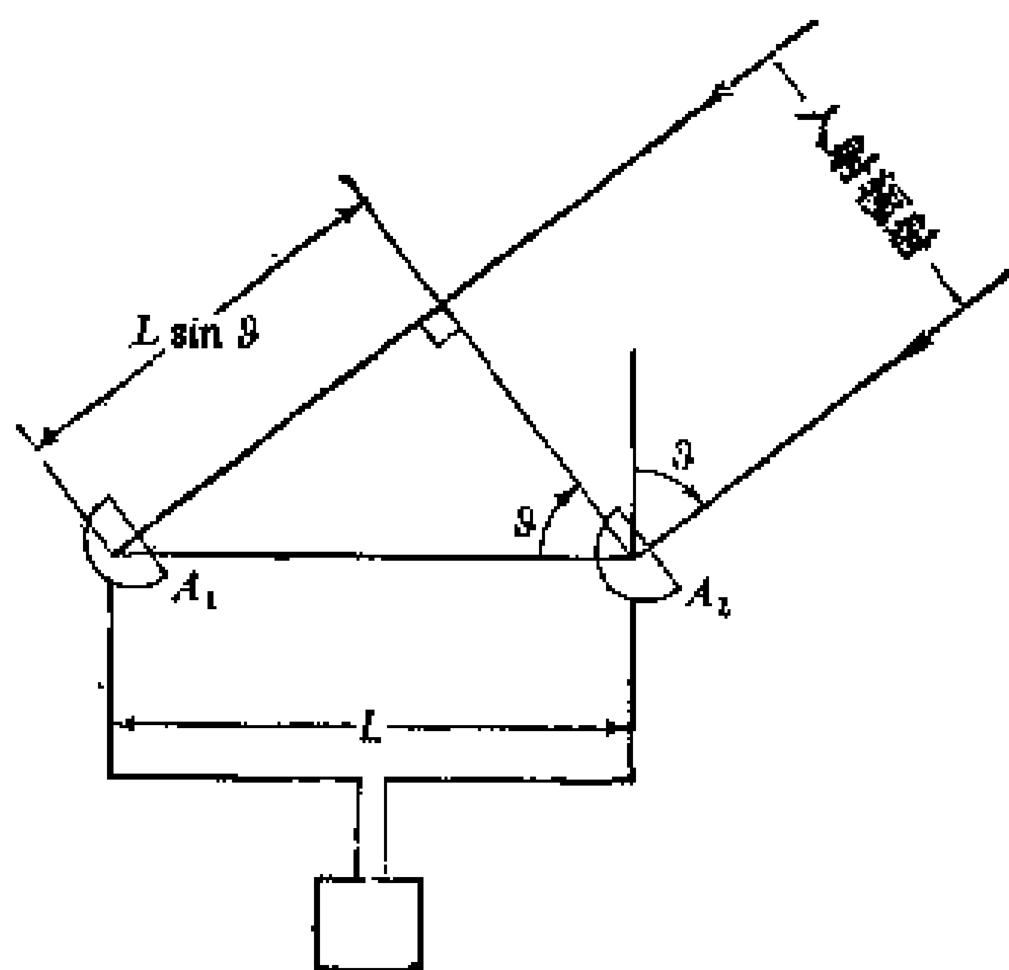


图 1.6　两单元干涉仪

系统称为简单（相加）干涉仪。我们假设，平面波的波前和两天线之间的连线（基线）相交成一个 ϑ 角。对于小的 ϑ 角，两个天线的信号之间的相位差（我们假设，仪器没有引进任何相位差）等于

$$\Delta\varphi = 2\pi S\sin\vartheta \approx 2\pi S\vartheta, \qquad (1.42)$$

其中 $S = L/\lambda$ 为以波长计算的基线长度。干涉仪的两个天线给出的功率，在一个周期上的平均值为

$$W_I = W_A(1 + \cos 2\pi S\vartheta), \tag{1.43}$$

其中 W_A 为单个天线给出的功率[1]。

干涉仪接收到的功率作为投来的辐射的方向的函数，在 $\vartheta = n/S$ 处达到极大，而在 $\vartheta = (n + 1/2)/S$ 处为极小（图1.7），其中 n 为整数，而 $S = L/\lambda$。因此，在垂直于基线的方向附近（即对于小 ϑ 值）干涉仪方向图的极大和极小是等间隔排列的，图形由一系列同样的瓣所组成，瓣的极大点之间相距一个 $S^{-1} = \lambda/L$ 弧度的角度。如果基线处在东西方向上，源在天空中的周日运动将使记录上展示出干涉条纹。如果干涉

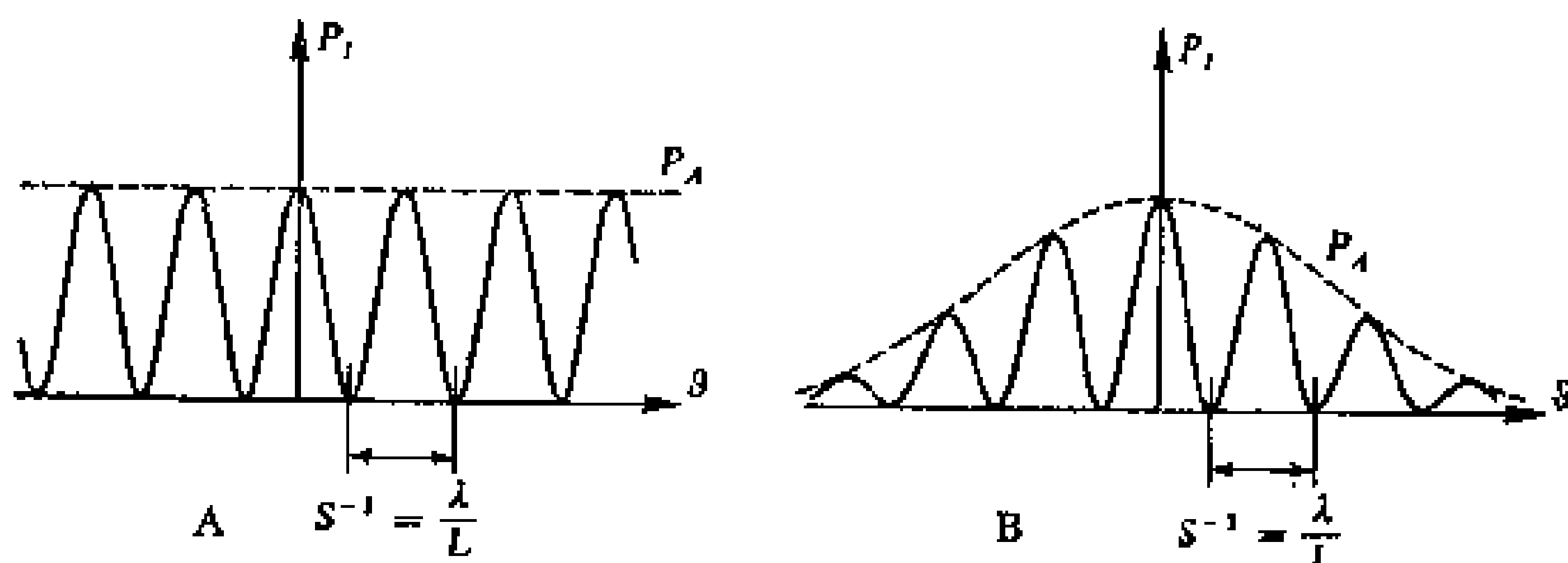


图 1.7 两单元干涉仪方向图 $P_I(\vartheta)$：
(A) 各单元各向同性及 (B) 各单元带有方向性(实线)；
$P_A(\vartheta)$ 为干涉仪中单个天线的方向图(虚线)。

仪单元是各向同性的，即如果 W_A 与 ϑ 无关，那么干涉仪方向图中的各个瓣将有着相同的幅度。可是，如果 W_A 依赖于 ϑ，则单个天线的方向图将迭加在干涉仪的方向图上（图 1.7）。

干涉仪对展源的响应可以看作是对处在展源范围上许许

1) 从两个天线给出的功率正比于每个天线感应的电压之和的平方。如果这些电压为 $E_1\sin(\omega t + \varphi_1)$ 和 $E_2\sin(\omega t + \varphi_2)$，则

$$E^2 = E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)。$$

如果两个天线是相同的，则 E_1 等于 E_2。因为根据定义，$\Delta\varphi$ 等于 $\varphi_2 - \varphi_1$，因而得到了(1.43)式。由于两个天线并联地接到接收机，因此匹配阻抗减半，而这和(1.43)式中本来有的 2 的因子相抵消。

多多点源的响应的迭加。如果源的大小和干涉瓣的间距可以相比，但还是小于这个间距，那么形成的条纹将不如观测点源时那么显著。如果源所占的范围比干涉瓣的间距还大，那就不会出现条纹图形(图 1.8)。

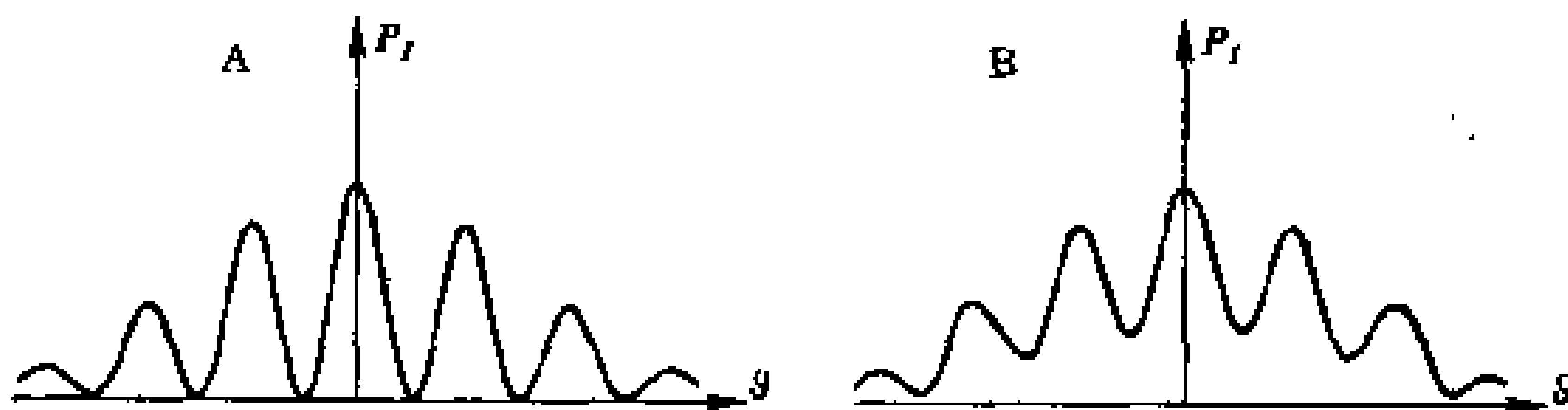


图 1.8 干涉仪对一个点源的响应(A)和对同等辐射流的展源的响应(B)

我们将更仔细一些考虑一个干涉仪对展源的响应。设 (x, y) 为沿着和横过天空中赤纬圈的直角坐标（假设观测是对离开极区足够远的地方进行的），并令 S_x 和 S_y 分别为干涉仪基线沿 x 和 y 方向的有效长度（以波长为单位）。如果 $I(x-\Omega t, y)$ 为源的亮度分布，而 Ω 为天球的转速(坐标零点处在干涉仪的轴线上)，则可得功率为

$$W_I = \frac{1}{2} A_e \Delta\nu \iint I(x-\Omega t, y) P(x, y) \times \{1+\cos[2\pi(S_x x + S_y y)]\} dx dy。 \tag{1.44}$$

把坐标系统换成固定在天空中的坐标系统，并假设各个天线都对源跟踪，我们可以把(1.44)式写成

$$\begin{aligned} W_I &= \frac{1}{2} A_e \Delta\nu \\ &\quad \times \iint I(x, y)\{1+\cos 2\pi[S_x(x+\Omega t)+S_y y]\} dx dy \\ &= \frac{1}{2} A_e \Delta\nu [1+V\cos(2\pi S_x \Omega t - \sigma)], \end{aligned} \tag{1.45}$$

其中

$$\mathscr{V}=Ve^{i\sigma}=\frac{\iint \exp[-2\pi i(S_x x+S_y y)]I(x,\ y)dxdy}{\iint I(x,\ y)dxdy}$$

(1.46)

为复可见度函数。V 叫做可见度幅度，σ 为可见度相位。我们看出，复可见度函数无非就是源亮度分布 $I(x,\ y)$ 对变量 S_x 和 S_y 的归一化二维富里叶变换。一个干涉仪在一种基线长度 S 上所得的观测记录（如图 1.7 那样），给出了可见度函数的一个相应值。可见度幅度为可得功率的变化范围与两倍的平均可得功率的比值：

$$V=\frac{W_{\max}-W_{\min}}{W_{\max}+W_{\min}}。\tag{1.47}$$

如果从记录上知道了包络线极大值和邻近的干涉瓣极大值的时间间隔 Δt，以及干涉瓣两个相邻极大值之间的时间差值 τ，则可以求出可见度函数的相位：

$$\sigma=\frac{2\pi\Delta t}{\tau}。\tag{1.48}$$

实际上可见度相位比可见度幅度难于测量。两段传输线上的任何相位变动(比方说，由于观测时温度的变化)，都可能引起测量可见度相位的误差。对于在不同基线长度上得到的条纹图形的测量，可以用来画出可见度幅度和相位作为基线长度(以波长为单位)的函数的图。从可见度函数可以部分地定出源的亮度分布。通常的作法是，对于一个假想的源的亮度分布计算出可见度函数，使它与观测到的可见度函数相配。从富里叶变换的性质以及从亮度分布为实数的事实可知，一个限制在 $x=\pm x_0$ 和 $y=\pm y_0$ 范围内的源，其亮度分布可以由一组(无穷多的)测量所完全决定；这些测量在那些 S_x 和 S_y 分

别为 $(2x_0)^{-1}$ 和 $(2y_0)^{-1}$ 的整数倍的分立间距上进行，而给出复可见度函数(Bracewell 定理)。当然，使用任何更短间距来观测也能够定出源的亮度分布，不过那样将会含有一些多余量。图 1.9 表示一些简单亮度分布模型的可见度函数的幅度和相位。

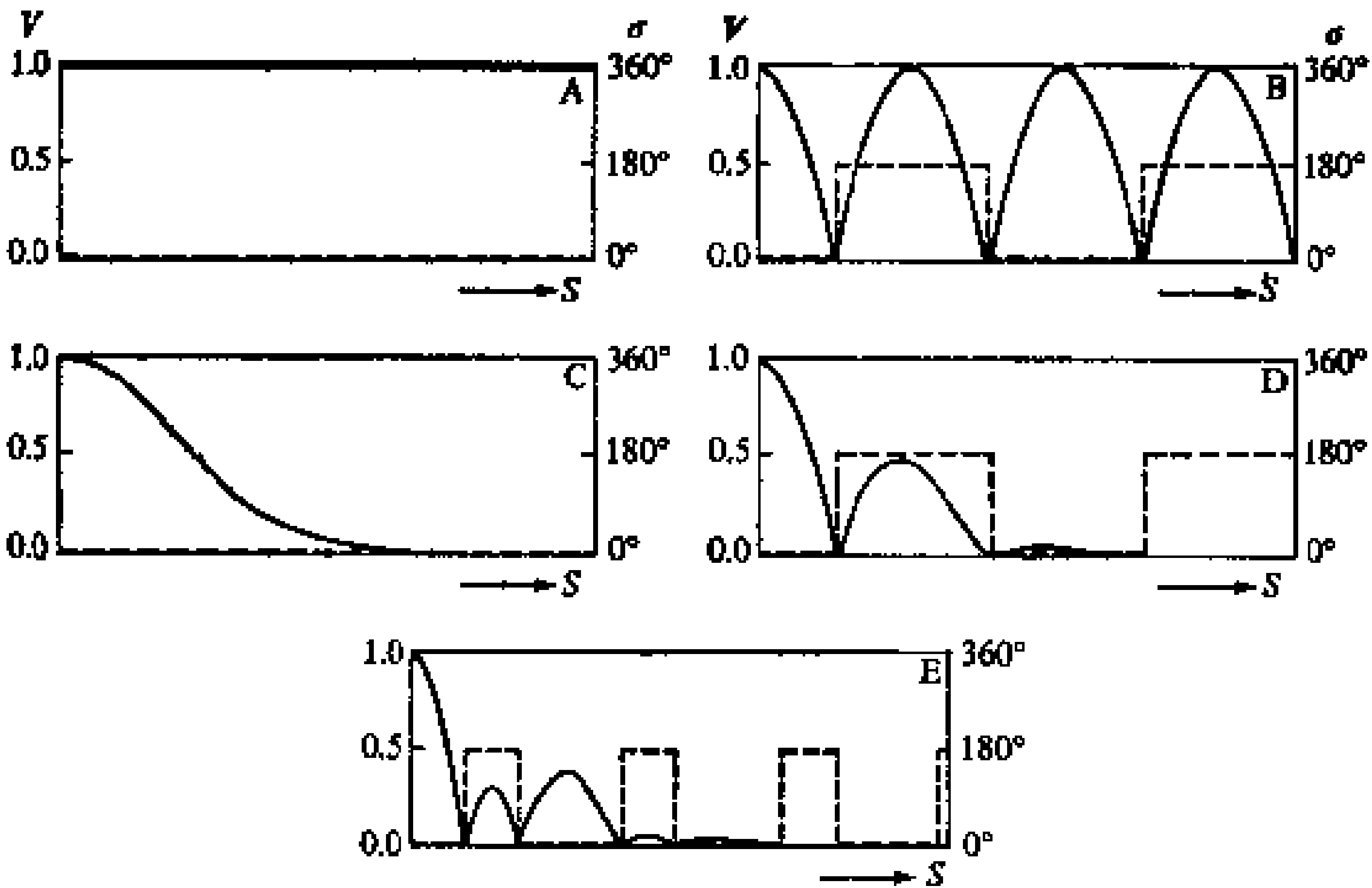


图 1.9 几种射电源一维亮度分布模型的可见度幅度 $V(S)$(实线)和相位 $\sigma(S)$(虚线)：(A)单一点源；(B)双点源；(C)有着高斯亮度分布的单源；(D)有着高斯亮度分布的双源；(E)有着高斯亮度分布的三个源。多源中的各个成分全部相等。

如果为取得干涉条纹所需的相位变化不是靠源的周日运动，而是靠接收系统中的电子学处理，那么干涉仪的测量过程将会大大地加速。这种干涉仪，称为扫瓣干涉仪，特别是用来观测一些象太阳爆发那样的短促的现象。

在相位开关干涉仪中，干涉单元之一的相位跟着输出的(正、负)极性同步地来回反转。相位开关干涉仪的输出记录示于图 1.10。跟普通的相加干涉仪相比，相位开关干涉的优

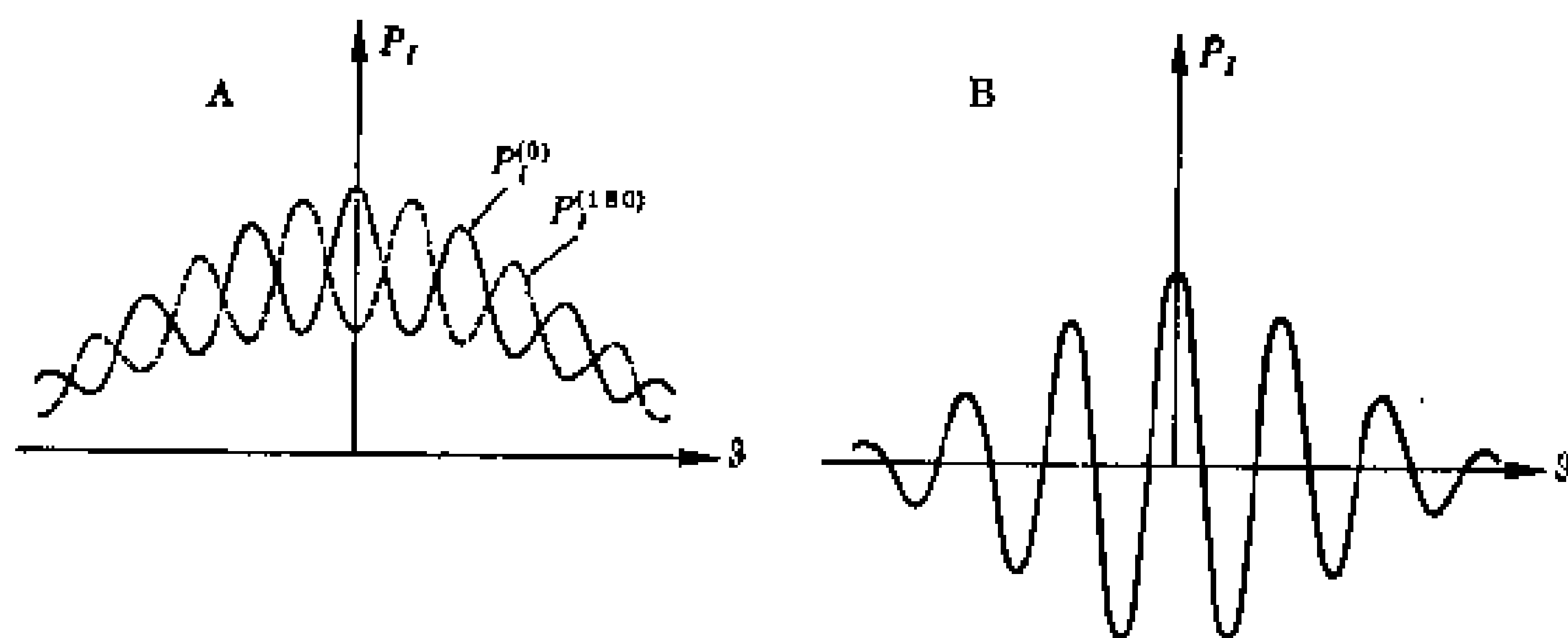


图 1.10 双单元干涉仪的条纹图形

(A)两个单元相位相同 $P_I^{(0)}$ 和相反 $P_I^{(180)}$；(B)相位开关干涉仪的条纹图形。

点是：它也象 Dicke 系统(见下一节)那样，可以减小接收机增益起伏的影响；它可以消去天空背景亮度的变化；它可以抑制某些类型的干扰，特别是只由一个天线收到的干扰。

增加单元的数目（相邻两单元的间距仍为 S）会使干涉瓣变窄。这一类的栅瓣（grating lobes）的半功率点束宽等于 $(nS)^{-1}$，其中 n 为干涉单元的数目。相邻两个栅瓣之间的间距则为 S^{-1}。在这种栅瓣之间有着一整个旁瓣系统（图 1.11）。增大这种多单元干涉仪中各个单元的孔径，将会抑制中央瓣两旁的各个栅瓣。如果每个单元的孔径的数量级为 S，则中央瓣以外的全部栅瓣都将被有效地抑制掉。这种干涉仪的分辨本领实际上和尺寸为整个干涉仪长度的连续孔径相当。不

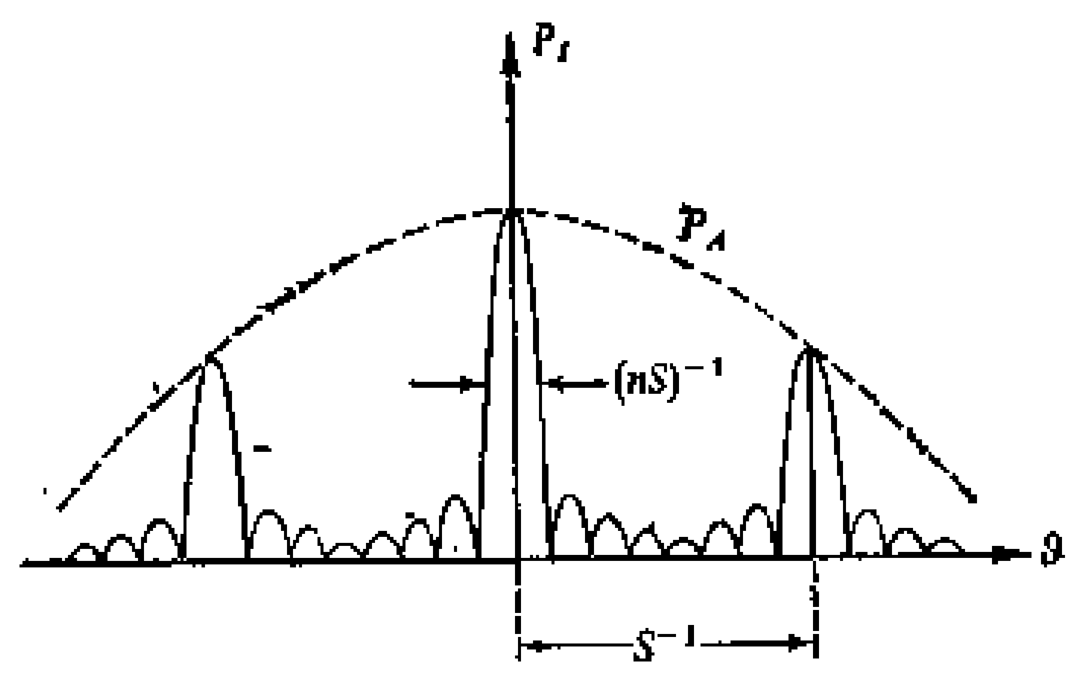


图 1.11 多单元干涉仪的响应图形

S 为邻接两单元之间的基线长度(波长数)，每个单元的方向图为 P_A，n 为单元数目。

过，它的灵敏度却比这种的连续孔径差得多，这是因为干涉仪的有效孔径只等于各个单元有效孔径之和。

沿东西线上排列的连续孔径天线和一个沿南北线排列的相似的系统放在一起就叫做 Mills 十字。Mills 十字的灵敏度方向图在天球上有着一种十字交叉的形式(图 1.12)。如果把天线两个臂接成同相时所得的记录减去接成反相时的记录，得到的结果将是对应于来自十字中心部分（图 1.12 中的影线部分）的信号的记录。因此，Mills 十字实际上有着一个铅笔束的响应图形。在 Mills 十字的一个臂或两个臂上加上了递增的相移，就可以把铅笔束指向天球上任何一个所需要的点。

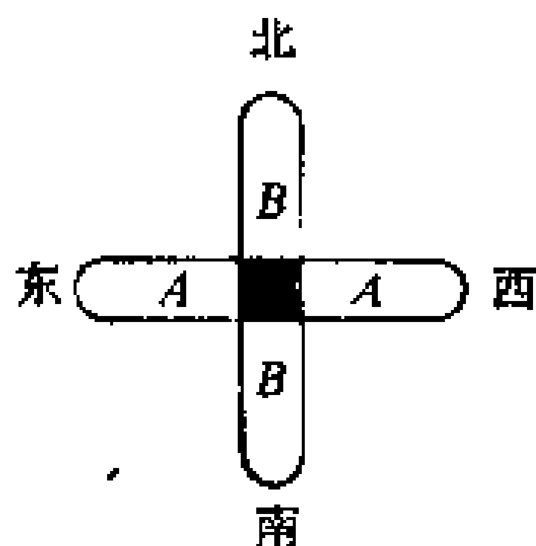


图 1.12 Mills 十字的接收方向图 AA 为天线的南北臂所看到的天区，BB 为东西臂所看到的天区。影线部分为天线两臂的输出按一定相位关系组合而得的铅笔束。

两个不是直接相连的单元组成的干涉仪，可以用来进行分辨率极高的干涉观测。在这里，各个单元的本机振荡器都跟一个原子频率标准锁相，每个单元的输出信号连同精确的时间标记一起，都独立地记在磁带上，然后一起送到一个数据处理中心去处理。这种非常长基线的干涉测量方法，可以用在任意长的基线长度上。

用一个可变基线的干涉仪，可以综合成一个大孔径 S。这种测量是把干涉仪单元放在各种位置上，包括各个方向上从零到 S 的各种基线长度上来进行(这可以通过，例如，把两个单元放在 T 形轨道上移动来达到)。把在不同基线上测量的结果按适当的权重加在一起（在连续孔径中，某些间距†比其

† 指把连续孔径划分为许多单元，各个不同单元之间的间距。——译者注

他间距出现的次数多)，原则上，我们可以得到一种相当于一个完全连续的孔径 S 的分辨本领(当然，灵敏度依赖于干涉仪单元的天线有效面积，比连续孔径的小)；不过，这种方法相应地要求大量的数据处理。如果在两天线间对各种不同基线加上递增的相移，那就可以测出天空中不同位置的流量。这种观测方法叫做孔径综合法。

一些射电源亮度分布的高分辨率测量可以通过对月掩源时的衍射条纹的研究来获得。月掩源观测还可以给出这些射电源的精确位置。

1.5 接收机

在射电天文中最常用的是超外差接收机，这是因为它可以克服高频信号放大中的技术困难。在超外差接收机中，天线传来的射频信号 ν_{RF} 和本机振荡器产生的信号 ν_{LO} 在一个混频器中相加，然后把由此得到的中频信号 $\nu_{IF}=|\nu_{RF}-\nu_{LO}|$ 加以放大。中频信号的功率和射频信号的功率成正比，而频率却低得多，因而可以很方便地在接收机的后几个放大级中进行放大。在波长较长的接收机中，射频信号先经过射频放大器放大，然后再和本机振荡信号混频。这种接收机的频带取决于中频放大器，因而对无线电噪音频率的主要滤波是由中频放大器来进行。在毫米和厘米波段的接收机中，有时没有用射频放大级，接收机的频带也就取决于中频放大级。微波波段往往使用两个通道的射频信号，其中心频率分别等于中频信号与本机振荡器频率之和或差。

放大级对于频率的滤波过程，相当于数学上导出宇宙噪音 $\varphi(t)$ 的富里叶系数：

$$A_\tau(\nu)=\int_0^\tau \varphi(t)e^{2\pi i\nu t}dt; \qquad (1.49)$$

接着中频放大器的是一个检波器，通过它取得了各个富里叶系数模量的平方 $|A_\tau(\nu)|^2$。τ 为接在接收机输出端的记录仪的积分时间。无穷长的积分时间 τ 将会给出流量密度

$$F_\nu = \lim_{\tau=\infty} \frac{1}{\tau} |A_\tau(\nu)|^2, \quad (1.50)$$

其总流量为

$$\int F_\nu d\nu = F = \langle [\varphi(t)]^2 \rangle。 \quad (1.51)$$

不过,实际上所用的积分时间通常是几秒到几百秒,而包含在时间 τ 内的脉冲每回都不会有完全相同的流量。因此，接收机输出将会出现起伏，这种起伏可以通过增加积分时间 τ 来减小。

接收机噪音的统计性质引起了接收机输出的起伏，这限制了射电望远镜的灵敏度。噪音温度为 T_R 的系统所产生的单位带宽的噪音功率 $W_R = kT_R$ 在记录上会带有一种起伏，记录的读数 W_R 的标准离差 ΔW_R 和记录仪中在时间 τ 内平均的脉冲数目的平方根成反比。在频率间隔 $\Delta\nu$ 内放大的一个脉冲的持续时间为 $1/\Delta\nu$ 的数量级，因此，在时间常数为 τ 的记录仪中记录到的这种脉冲的总数为 $\tau \cdot \Delta\nu$，而

$$\Delta W_R = \gamma \frac{W_R}{\sqrt{\tau \cdot \Delta\nu}}, \quad (1.52)$$

其中 γ 是一个数量级为 1 的比例系数，依赖于接收系统的结构。信号的单位带宽功率 W_R 不能小于 ΔW_R，否则它将会和系统中的噪音相混。因此，最小可测的流量为

$$F_{\min} = 2\gamma \frac{kT_R}{A_e\sqrt{\tau \cdot \Delta\nu}}。 \quad (1.53)$$

对于一个给定了有效孔径 A_e 和噪音温度 T_R 的射电望远镜，可以用增大频带 $\Delta\nu$ 或增大积分时间常数 τ 来降低可测信号

的极限。不过，由于宽频带放大器中每一级的增益比较低，因而需要做成多级的事实，使频带的增大受到限制。而当使用干涉仪技术时，为了保持干涉图形清晰也需要有较窄的频带。另一方面，积分时间的增加则受到了技术问题的限制，主要是牵涉到了接收系统的稳定性。对于典型的 $\tau = 100$ 秒和 $\Delta\nu = 1$ 兆赫的情况，因子 $\sqrt{\tau \cdot \Delta\nu}$ 等于 0.01%。

因此，只要是接收系统的增益 G 是绝对稳定的，我们有可能测到数量级为 10^{-4} 的信噪比。否则，接收机增益的变化 ΔG 就可能和信号 W_A 的变化 ΔW_A 相混：

$$\frac{\Delta W_A}{W_A} = \frac{\Delta G}{G}\left(1 + \frac{W_R}{W_A}\right)。\qquad (1.54)$$

在(1.54)式中，括号内的因子对于弱源来说可能非常大。作为一个例子，当 W_R/W_A 为 1000 的数量级时，增益上 0.1% 的变化就会使测量 W_A 的误差达到 100%。由于使增益稳定是一个颇为困难的问题，因而一般都采用了所谓的开关系统。

在一个 Dicke 系统[†]中，接收机的输入端交替地接到天线和接到一个噪音比较源。这种交替的开关频率高到足以消除在一个周期中的显著增益变化。我们把天线送来的功率和噪音比较源的功率的差值予以放大、检波和记录。如果噪音比较源的功率 W_c 取为等于当没有对准射电源时的天线输出功率，则接收机输出的读数将和所测的源的信号成正比；在没有信号时就没有输出读数。如果 W_A 为源的信号功率，那么在 Dicke 系统中，增益 G 的变化 ΔG 所引起的测量信号功率 W_A 的误差 ΔW_A 将不是按(1.54)式，而是

$$\frac{\Delta W_A}{W_A} = \frac{\Delta G}{G}。\qquad (1.55)$$

[†] 即所谓开关系统的一种。——译者注

因此，我们可以看到，Dicke 系统的增益变化的影响比不用开关的系统小了 $(1 + W_R/W_A)$ 倍。有时不用天线和比较源之间的开关，而把接收机输入端的开关安在两个喇叭[†]之间。一个喇叭指向所测的源，另一个则接收天空背景的辐射。由于只有一半时间接通信号，因此 Dicke 接收机的灵敏度要比不用开关的接收机差一倍。对于这种接收机，我们在 (1.53) 式给出的最小可测流量上要乘以 2 的因子。

在 Dicke 接收机中，强信号还是要在很大程度上受到增益变化的影响，不过，有几种办法可以把这种影响消除掉。比方说，在零位法中，比较源的功率由接收机积分器的输出来调节，从而使接收机的输出总是保持为零，而调节信号也就代表了实际上的输出信号。

在低频段上，一个给定射电望远镜的观测能力是受到分辨率的限制。这些频率上所能观测到的源的数目取决于天线的束宽；除非是在 20 到 80 倍于天线束面积的范围内没有多过于一个的可测源[在(1.53)式的意义上]，那么非常可能，邻近的源将会互相混淆。在足够高的频率上，观测能力则是受到了灵敏度的限制；这是因为最小可测的流量比较高，而分辨率也就不再成为一个问题。对射电源计数工作，在介于分辨率限制和灵敏度限制之间的频段中，有着一个最佳的范围。

† 这里主要指作为抛物面天线的照明器用的喇叭。——译者注

第　二　章

磁场中的等离子体

2.1　引言

气体是由中性质点所组成，其性质取决于中性质点之间的互作用。在远距离上，质点由于范德瓦耳斯(Van der Waals)吸引力而相互作用，而这种力则是一个分子的瞬时偶极子在其他分子上感应出偶极矩的结果。范德瓦耳斯力的势和互作用分子之间的距离的六次方成反比。如果每个质点的平均动能超过了原子的电离电势，则气体将受到电离而含有正离子、负离子[†]和一些中性质点。这样系统的正负电荷的数目如果几乎相等，那么就称为等离子体。

在等离子体中，除了中性质点之间的互作用外，还有着中性质点和带电质点之间的互作用，以及最重要的，还有各个带电质点相互之间的互作用。一般说来，一个中性质点和一个带电质点之间的互作用依赖于中性质点的性质以及它和带电质点之间的距离。在远距离上，带电质点在中性分子中感应一个偶极矩，而互作用是这种感应偶极子和带电质点之间的静电互作用。偶极子的电势和偶极矩成正比，而与距离的平方成反比。感应偶极矩和带电质点的电场成正比，而电场本身又和距离的平方成反比。因此，一个带电质点和一个中性分子互作用的电势跟那两个质点间的距离的四次方成反比。

[†] 原文如此。请注意：在以下文中作者经常用“离子”泛指带电质点，而用“分子”泛指中性质点。——译者注

带电质点相互之间的互作用由库伦势表征，而与距离的平方成反比。因此，这里所说的三种类型的互作用中，库伦互作用的作用距离最大。这就是为什么即使在介质的电离度较低时，库伦作用在大多数情况下也都比其它的互作用重要。只有当气体在弱放电的条件下，中性质点和带电质点之间的互作用才有重要性；这时我们有着所谓的洛伦兹气体，其特性主要由电子和中性分子之间的碰撞来描述。

宇宙间大部分的物质都是电离的。因此，对于天体物理学来说，等离子体物理学有着特别重要的意义。因此，在下面我们将考虑一个(平均起来说)电中性的系统的性质，其中的带电质点和中性质点互相作用着，而最后和外磁场相互地作用。我们将主要考虑库伦互作用而忽略掉所有的量子效应(在互作用质点之间的距离比较短时，则必须计入量子效应。在简并性气体和金属电子理论中，这种效应起着重要的作用)[1]。

一个有用的方式是规定四种有着长度量纲的参量用以表征等离子体的状态。通过库伦力相互作用的两个质点，其轨迹为质量参考系中心里的双曲线。质点轨迹的偏离依赖于碰撞参量。在这里，我们可以引入一个碰撞参量的特殊值 λ_i[†]。它定义为，由这样的碰撞参量表征的碰撞引起了质点速度从原来方向上偏离了 90°。这样的临界碰撞参量为

$$\lambda_i = \frac{e^2}{mv^2} = \frac{e^2}{3kT}, \tag{2.1}$$

其中 e 为电荷，m 为质点的质量，v 为两个质点的相对速度，

---

1) 如果每个质点的平均动能非常高(超过几兆电子伏)，我们就会有一种由自由电子、核子，以及最后还有自由介子组成的气体；在描述这种气体的特性时，应当计入重要的短距离效应。

† 这就是上述四个参量中的第一个。——译者注

T 为气体的运动温度，k 为玻耳兹曼常数。把质点速度的平方代以 $3kT/m$ 就得到了最后一个等式。用来表征等离子体的第二个参量是某种平均自由程 λ_0，定义为一个质点在两次接连使轨迹偏转 $90°$ 的碰撞之间的路程。一个半径为 λ_i 的球以平均速度 v 运动时，在一秒钟内扫过的体积等于 $\pi\lambda_i^2 v$。因为在这个体积中有着 $N\pi\lambda_i^2 v$ 个分子，所以碰撞频率为

$$\nu_C = \pi\lambda_i^2 v N; \tag{2.2}$$

从而平均自由程为

$$\lambda_0 = \frac{v}{\nu_C} = \frac{1}{\pi\lambda_i^2 N} = \frac{9k^2T^2}{\pi N e^4}。 \tag{2.3}$$

在以上的考虑中，我们用了把分子看作直径为 λ_i 的刚球的概念。事实上，我们用了在 λ_i 处突然截止的刚球的势来代替两个带电质点之间的库伦互作用势。我们的第三个等离子体参量为两个质点之间的平均距离 λ_P。如果我们把等离子体的体积分成许多体积为 λ_P^3 的立方体，而使得每个立方体内只有一个质点，这样我们可以看到，两个质点之间的平均距离为

$$\lambda_P = N^{-1/3}, \tag{2.4}$$

其中 N 为质点密度。第四个表征等离子体的参量是德拜长度 λ_D。德拜长度是电荷距离的一种度量，这种距离起因于等离子体中的热运动。正如以前说过的那样，等离子体是一种在大尺度上属于电中性的质点系统，任何偏离中性的现象都会立即被电荷流动所消除。在没有外能源时，等离子体本身的热能可以引起局部的偏离中性。下面我们将计算出可能产生这种偏离的区域的尺度，而这个尺度就是德拜长度。假设由于在半径为 R_1 的体积中所含的等离子体热能

$$\mathscr{E}_T = \frac{4}{3}\pi R_1^3 \cdot \frac{1}{2}NkT \tag{2.5}$$

的作用，负电荷从这个体积中被排挤出去而处在 R_1 球外的

$R_2 - R_1$ 的壳层里。 壳层的体积近似地等于球的体积，其外半径为 $R_2 \approx 5R_1/4$。处于球内的电场为

$$E_1 = \frac{4}{3}\pi r^3 \cdot \frac{Ne}{r^2} = \frac{4}{3}\pi Ner, \tag{2.6}$$

其中 r 为从球心算起的距离。壳层上的电场为

$$\begin{aligned} E_2 &= \left(\frac{4}{3}\pi r^3 - \frac{4}{3}\pi R_1^3\right) N(-e)\frac{1}{r^2} + \frac{4}{3}\pi R_1^3 \frac{Ne}{r^2} \\ &= \frac{4}{3}\pi Ner\left(\frac{2R_1^3}{r^3} - 1\right)。 \end{aligned} \tag{2.7}$$

和这种电荷移动相联系的静电能为

$$\begin{aligned} \mathscr{E}_E &= \frac{1}{8\pi}\int_0^{R_2} E^2 4\pi r^2 dr \\ &= \frac{1}{2}\int_0^{R_1} E_1^2 r^2 dr + \frac{1}{2}\int_{R_1}^{R_2} E_2^2 r^2 dr \approx \frac{1}{4}\pi^2 N^2 e^2 R_1^5。 \end{aligned} \tag{2.8}$$

令 $\mathscr{E}_T$ 等于 $\mathscr{E}_E$，我们得到 R_1 的极大值，也就是我们称之为 λ_D 的值，

$$\lambda_D = \sqrt{\frac{8kT}{3\pi Ne^2}} \approx 20\sqrt{\frac{T}{N}}。$$

这个等于 λ_D 的半径 R_1 的极大值叫做德拜半径。对于平面微扰(上面我们考虑了球微扰)德拜半径为

$$\lambda_D = \sqrt{\frac{kT}{4\pi Ne^2}} \approx 7\sqrt{\frac{T}{N}}。 \tag{2.9}$$

如果等离子体在宏观上是中性的，那么德拜半径必须远远小于系统的特征尺度，同时也远远小于密度、温度等等的宏观起伏的尺度。这些条件在天体物理学中都能得到满足。

方程(2.1)，(2.3)，(2.4) 和 (2.9)给出了四个参量 λ_i，λ_0，λ_P 和 λ_D 作为等离子体运动温度和数密度的函数。当然四个

参量中只有两个是独立的，因为它们都只依赖于 T 和 N。图 2.1 表示等离子体的 $\log T - \log N$ 平面。平面上画出了六条斜率为 1/3 的线，沿着每根线上四个参量之中有两个相等。这些线彼此靠得很近而把 $\log T - \log N$ 平面分成为两个区域：在一个区域里，$\lambda_i \ll \lambda_P \ll \lambda_D \ll \lambda_0$；而另一个区域里，所有的不等号都反了一下。第一个区域叫做单个等离子体特性区，而第二个区域叫做集体等离子体特性区，这个名称的理由将在下面谈到。事实上，参量 λ_P 和 λ_i 的比值 $X_{T/E}$，

$$X_{T/E} = \frac{\lambda_P}{\lambda_i} = \frac{3kT}{e^2N^{1/3}}, \tag{2.10}$$

就已足以区分一个等离子体的单个和集体的特性。$X_{T/E}$ 主要是一个质点的热能和库伦能的比值。以 $X_{T/E}$ 为准，我们有着 $\lambda_i \propto \lambda_i X^0_{T/E}$，$\lambda_P \propto \lambda_i X_{T/E}$，$\lambda_D \propto \lambda_i X^{3/2}_{T/E}$ 和 $\lambda_0 \propto \lambda_i X^3_{T/E}$。因此，$X_{T/E} \gg 1$ 说明了 $\lambda_i \ll \lambda_P \ll \lambda_D \ll \lambda_0$，而 $X_{T/E} \ll 1$ 说明了 $\lambda_i \gg \lambda_P \gg \lambda_D \gg \lambda_0$。

在单个等离子体区，由于 $\lambda_i \ll \lambda_P$，近遭遇可以很好地用二体碰撞来近似；远遭遇次数很多，不过，由于带电质点的电场只在德拜半径 λ_D 以内的距离上起作用，大部分的远碰撞都不很有效（λ_D 比 λ_0 小得多），只能在电子的轨迹上造成一些小扭动，而近碰撞则可以引起轨迹的大幅度偏移。临界碰撞参量比离子之间的距离小得很多。同时这种距离又比德拜长度小，而这些参量中最长的是平均自由程。在集体等离子体区中，$\lambda_i \gg \lambda_P \gg \lambda_D \gg \lambda_0$。我们不能把遭遇看成是二体碰撞，而必须考虑到许多离子之间同时的作用。

在同一图上（图 2.1），平行于横坐标的线取决于条件 $X_{T/R} \approx 1$，其中

$$X_{T/R} = \frac{kT}{mc^2} \tag{2.11}$$

表 1　几种天体物理等离子体的特性（厘米、克、秒单位）

等离子体	log																
	N	T	H	λ_e	λ_P	λ_D	λ_0	ν_C	ν_0	ω_H	r_H	$X_{T/E}$	$X_{T/R}$	$X_{T/F}$	$X_{F/R}$	$X_{H/R}$	$X_{T/H}$
1.中性星际氢(HI)	−2	2	−6	−5.3	0.7	2.8	12.0	−6.7	3.0	1.3	5.5	5.9	−7.8	13.7	−21.5	−5.3	−2.3
2.电离氢区(HII)	0	4	−6	−7.3	0.0	2.8	14.0	−4.3	4.0	1.3	6.5	7.3	−5.8	14.4	−20.2	−7.3	1.7
3.电离层(F层)	6	3.5	−0.3	−6.8	−2.0	−0.4	7.0	2.4	7.0	7.0	0.5	4.8	−6.3	9.9	−16.2	−1.9	−4.2
4.太阳色球层	12	4	3	−7.3	−4.0	−3.2	2.0	7.3	10.0	10.3	−2.5	3.3	−5.8	6.4	−12.2	−1.3	−4.3
5.日冕	7	6	−4	−9.3	2.3	0.3	11.0	−0.1	7.5	3.3	5.5	6.9	−3.8	11.7	−15.5	−10.3	6.7
6.恒星内部	27	7.5		−10.8	−9.0	−9.0	−6.0	17.7	17.5	—	—	1.8	−2.3	−0.1	−2.2	—	—
7.白矮星	32	7		−10.3	−10.7	−11.7	−12.0	23.4	20.0	—	—	−0.4	−2.8	−4.0	1.2	—	—

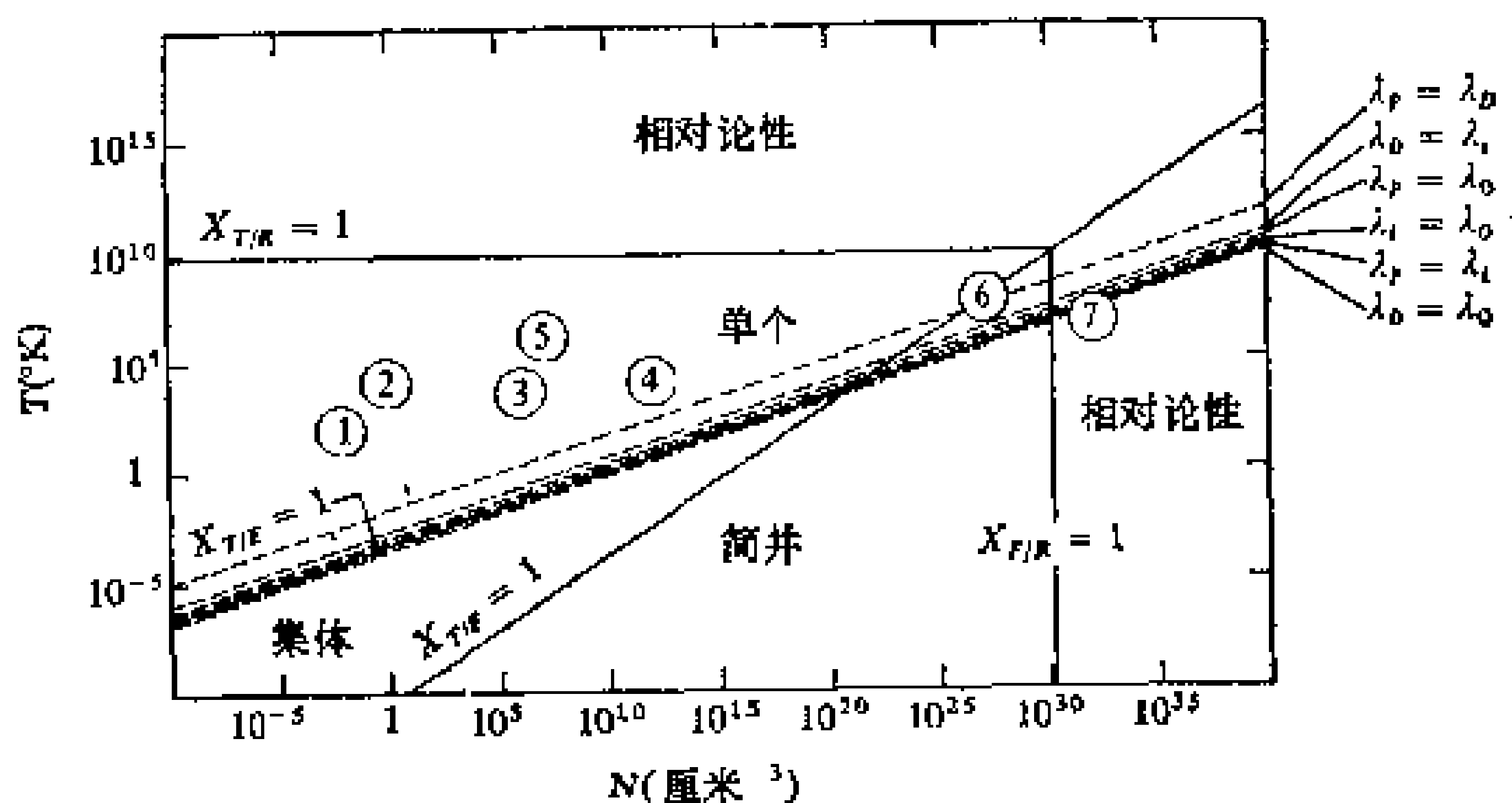


图 2.1 等离子体 $\log T-\log N$ 平面
数码标示表 1 中相应的项目

实质上是一个质点的热能和静能的比值。它划分出了可以使用经典方法的区域（线下方的区域，$X_{T/R}\ll 1$）和需要用相对论处理的区域（线上方，$X_{T/R}>1$）。斜率为 2/3 的线取决于条件$X_{T/F}\approx 1$，其中

$$X_{T/F}=\frac{kT}{\frac{\hbar^2}{2m}(3\pi^2N)^{2/3}} \tag{2.12}$$

实质上是热能和费米阈能之比。它划分了经典处理的区域(线上方的区域，$X_{T/F}\gg 1$）和等离子体简并化而需要用量子处理的区域(线下方，$X_{T/F}<1$)。不过，当费米阈能量变成相当于或是大于静能时，$X_{F/R}\gtrsim 1$，

$$X_{F/R}=\frac{\hbar^2(3\pi^2N)^{2/3}}{2m^2c^2}, \tag{2.13}$$

则应当用相对论量子力学处理方法。如果密度足够大的话，这甚至于可以在温度非常低的时候发生。与温度无关的 $X_{F/R}=1$ 的线也画在图 2.1 上。表 1 给出了几种天体物理等离子体的上述各种参量的数值。

2.2 玻耳兹曼方程　等离子体的流体力学描述

大部分等离子体都不可能由规定单个质点的轨迹来描述。通常对等离子体特性最好的描述是用统计方法，规定出系统中各种质点的分布函数。只有当一个体积元中含有大量的质点，而体积元本身又比表征整个系统宏观变化的尺度小得多，这时来使用统计方法才有意义。质点分布函数 $f(q_i, p_i, t)dq_i dp_i$ 的定义是，在给定时间 t、在相空间 (q_i, p_i) 的一个体积元 $dq_1dq_2dq_3dp_1dp_2dp_3$ 中所包含的质点总数。一般说来，分布函数依赖于时间。这种依赖是由于质点在几何空间中的运动以及在力的作用下质点速度的变化。速度的变化可以看作在速度空间中的运动。在等离子体中有两种作用在质点上的力——邻近质点之间的互作用力和整个系统的彻体力（body force）（如等离子体中电流感应出的电磁场引起的洛伦兹力），还可能会有外力，诸如引力，或由外磁场引起的洛伦兹力。

分布函数本身不是一个可测的量；但是，速度空间中分布函数的矩却是可以测量的。因为这些矩联系到了等离子体质量密度、质点平均速度、压强、热能密度等等。我们将首先推导出分布函数的方程，即输运方程，然后再来计算这个方程的各种速度矩。这样，我们可以得到一组方程，其中只含有可供直接测量的宏观量。这种方程组构成了等离子体的流体力学描述。

如果质点之间不存在着引起动量突变的互作用，则我们假设相空间中分布函数的连续方程可以成立。这种连续方程为

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \nabla \cdot (f\boldsymbol{U}) = \frac{\partial f}{\partial t} + f\nabla \cdot \boldsymbol{U} + (\boldsymbol{U} \cdot \nabla)f = 0, \tag{2.14}$$

其中 ∇ 为相空间 (q_i, p_i) 的算子，而

$$\boldsymbol{U}(q_1, q_2, q_3, p_1, p_2, p_3, t) = \left[\frac{dq_1}{dt}, \frac{dq_2}{dt}, \frac{dq_3}{dt}, \frac{dp_1}{dt}, \frac{dp_2}{dt}, \frac{dp_3}{dt}\right] \tag{2.15}$$

为相空间中的质点速度。在没有互作用时，质点的坐标和动量的变化是连续的；而当计入互作用(碰撞)时，我们必须在连续方程 (2.14) 中加上一个 $(\partial f/\partial t)_{\text{coll}}$ 项，用以描述碰撞中动量突变所引起的分布函数的变化。在无碰撞系统中，用常规的求和标记，并记住 $\boldsymbol{U}$ 为六维相空间里的六矢量，我们得到

$$\nabla\cdot\boldsymbol{U}=\frac{\partial}{\partial q_i}\frac{dq_i}{dt}+\frac{\partial}{\partial p_i}\frac{dp_i}{dt}=\frac{\partial^2\mathscr{H}}{\partial q_i\partial p_i}-\frac{\partial^2\mathscr{H}}{\partial p_i\partial q_i}=0, \tag{2.16}$$

其中 $\mathscr{H}$ 为哈密顿量。因此，

$$\frac{\partial f}{\partial t}+(\boldsymbol{U}\cdot\nabla)f=0, \tag{2.17}$$

或 Df/Dt 等于零。这也可以写成

$$\frac{\partial f}{\partial t}+\left\{\frac{dq_i}{dt}\frac{\partial f}{\partial q_i}+\frac{dp_i}{dt}\frac{\partial f}{\partial p_i}\right\}=0; \tag{2.18}$$

或是用哈密顿方程，

$$\frac{\partial f}{\partial t}+\left\{\frac{\partial\mathscr{H}}{\partial p_i}\frac{\partial f}{\partial q_i}-\frac{\partial\mathscr{H}}{\partial q_i}\frac{\partial f}{\partial p_i}\right\}=0。 \tag{2.19}$$

方程(2.18)［或与之等效的方程(2.19)］叫做刘维方程。它用分布函数 f 的微分方程[1]描述了当质点之间没有互作用时相空间里的质点流动。

在非相对论性近似下，磁场中一个质点的正则变量为

1) 在这里没有考虑到的普遍情况下，哈密顿量 $\mathscr{H}$ 可以包含有分布函数 f 对 q_i 和 p_i 的积分，而刘维方程则成为一个积分-微分方程。

(x_k, v_k) 空间中的这种刘维方程称为无碰撞玻耳兹曼方程或伏拉索夫（Vlasov）方程。一般说来，如果计入了质点之间的互作用，玻耳兹曼方程（也叫做输运方程）将包含有一个碰撞项：

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v_k \frac{\partial f}{\partial x_k} + \frac{F_k}{m} \frac{\partial f}{\partial v_k} = \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{\text{coll}} 。 \qquad (2.26)$$

我们感兴趣的是等离子体的宏观性质，即有关的平均量。首先我们将考虑一种单一的流体，即假设它只有一种质点。为了求出含有表征流体性质的平均量的方程，我们把玻耳兹曼方程(2.26)乘以 v 的幂，然后在速度空间上积分，从而形成了方程的(按速度 v 的)矩。所得的结果将依赖于坐标 x_1, x_2, x_3 和时间 t，而将表为以下的平均量：质量密度，平均速度，压强张量，力密度，热能密度和热流矢量。流体的质量密度和平均速度分别为

$$\rho = \int mf d^3v, \qquad (2.27)$$

$$\boldsymbol{V} = \frac{1}{\rho} \int m\boldsymbol{v} f d^3v。 \qquad (2.28)$$

我们规定，质点的本速度 $\boldsymbol{u}$ 为对于上述平均速度的偏离，

$$u_i = v_i - V_i(x_1, x_2, x_3, t), \qquad (2.29)$$

即我们引进了新的独立变量 $\boldsymbol{u}$ 用以取代 $\boldsymbol{v}$（变量 $\boldsymbol{x}$, $\boldsymbol{u}$, t 都认为是独立的）。由于 $du_i = dv_i$，我们可以随意把 du_i 和 dv_i 互换。在新变量中，$f(x_1, x_2, x_3, v_1, v_2, v_3, t) \to f(x_1, x_2, x_3, u_1, u_2, u_3, t)$。根据 u_i 的定义，我们有

$$\int m\boldsymbol{u} f d^3u = 0。 \qquad (2.30)$$

我们定义总压强张量为

$$\Pi_{ij} = \int m v_i v_j f d^3v = \pi_{ij} + V_i V_j \rho, \qquad (2.31)$$

(x_k, v_k) 空间中的这种刘维方程称为无碰撞玻耳兹曼方程或伏拉索夫（Vlasov）方程。一般说来，如果计人了质点之间的互作用，玻耳兹曼方程（也叫做输运方程）将包含有一个碰撞项：

$$\frac{\partial f}{\partial t}+v_k\frac{\partial f}{\partial x_k}+\frac{F_k}{m}\frac{\partial f}{\partial v_k}=\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{\text{coll}}。\tag{2.26}$$

我们感兴趣的是等离子体的宏观性质，即有关的平均量。首先我们将考虑一种单一的流体，即假设它只有一种质点。为了求出含有表征流体性质的平均量的方程，我们把玻耳兹曼方程(2.26)乘以 v 的幂，然后在速度空间上积分，从而形成了方程的(按速度 v 的)矩。所得的结果将依赖于坐标 x_1, x_2, x_3 和时间 t，而将表为以下的平均量：质量密度，平均速度，压强张量，力密度，热能密度和热流矢量。流体的质量密度和平均速度分别为

$$\rho=\int mfd^3v,\tag{2.27}$$

$$\boldsymbol{V}=\frac{1}{\rho}\int m\boldsymbol{v}fd^3v。\tag{2.28}$$

我们规定，质点的本速度 $\boldsymbol{u}$ 为对于上述平均速度的偏离，

$$u_i=v_i-V_i(x_1, x_2, x_3, t),\tag{2.29}$$

即我们引进了新的独立变量 $\boldsymbol{u}$ 用以取代 $\boldsymbol{v}$（变量 $\boldsymbol{x}$, $\boldsymbol{u}$, t 都认为是独立的）。由于 $du_i=dv_i$，我们可以随意把 du_i 和 dv_i 互换。在新变量中，$f(x_1, x_2, x_3, v_1, v_2, v_3, t)\to f(x_1, x_2, x_3, u_1, u_2, u_3, t)$。根据 u_i 的定义，我们有

$$\int m\boldsymbol{u}fd^3u=0。\tag{2.30}$$

我们定义总压强张量为

$$\Pi_{ij}=\int mv_iv_jfd^3v=\pi_{ij}+V_iV_j\rho,\tag{2.31}$$

其中运动压强张量为

$$\pi_{ij}=\int mu_iu_jfd^3u。\tag{2.32}$$

压强张量描述了动量的第 j 个分量在第 i 个方向上的输运。作为对称张量，它有着六个独立分量。力密度为

$$\mathscr{F}=\int \boldsymbol{F}fd^3v;\tag{2.33}$$

热能密度为

$$\varepsilon=\int\frac{1}{2}mu^2fd^3u;\tag{2.34}$$

而热流矢量为

$$\boldsymbol{q}=\int\frac{1}{2}mu^2\boldsymbol{u}fd^3u。\tag{2.35}$$

分布函数 f 归一化到 N(单位坐标体积中的质点数)：

$$\int fd^3v=N。\tag{2.36}$$

我们将考虑以下这几种矩：

$$m,\quad m\boldsymbol{v},\quad \frac{1}{2}mv^2。\tag{2.37}$$

如果互作用的势能可以忽略不计，则由于质点之间二体碰撞所引起的总质量、动量以及动能的变化全都为零，因而(2.26)式右边的项对于(2.37)式的矩不起作用：

$$\int m\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{coll}d^3v=\int m\boldsymbol{v}\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{coll}d^3v$$
$$=\int\frac{1}{2}mv^2\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{coll}d^3v=0。\tag{2.38}$$

ρ 和 $\boldsymbol{V}$ 两个量是 x 和 t 的函数，而在这里我们把 $\boldsymbol{x}$, $\boldsymbol{v}$ 和 t 取为独立变量。我们假设了 F_i 不依赖于 v_i(这是对的，例如，对于引力和对于总是垂直于速度矢量的洛伦兹力)。

玻耳兹曼方程的零级矩给出一个从普通流体力学中已经知道的质量守恒方程[1]:

$$\int m\left(\frac{\partial f}{\partial t}+v_i\frac{\partial f}{\partial x_i}+\frac{F_i}{m}\frac{\partial f}{\partial v_i}\right)d^3v=\frac{\partial \rho}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x_i}(\rho V_i)=0,$$

或用矢量符号,

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}+\nabla\cdot(\rho \boldsymbol{V})=0。\tag{2.39}$$

玻耳兹曼方程的一级矩给出三个动量守恒方程:

$$\int mv_j\left(\frac{\partial f}{\partial t}+v_i\frac{\partial f}{\partial x_i}+\frac{F_i}{m}\frac{\partial f}{\partial v_i}\right)d^3v$$

$$=\rho\left(\frac{\partial V_j}{\partial t}+V_i\frac{\partial V_j}{\partial x_i}\right)+\frac{\partial}{\partial x_i}\pi_{ij}-\mathscr{F}_j=0,$$

或

$$\rho\frac{D\boldsymbol{V}}{Dt}+\nabla\cdot\overline{\overline{\pi}}-\mathscr{F}=0^{2)}。\tag{2.40}$$

玻耳兹曼方程的二级矩给出能量守恒方程:

$$\int\frac{1}{2}mv^2\left(\frac{\partial f}{\partial t}+v_i\frac{\partial f}{\partial x_i}+\frac{F_i}{m}\frac{\partial f}{\partial v_i}\right)d^3v$$

$$=\frac{\partial \epsilon}{\partial t}+V_i\frac{\partial \epsilon}{\partial x_i}+\epsilon\frac{\partial V_i}{\partial x_i}+\pi_{ij}\frac{\partial V_j}{\partial x_i}+\frac{\partial q_i}{\partial x_i}=0,$$

---

1) 这个积分是直接了当的。我们假设，分布函数在流体边界上或是在无穷远处消失，因此 $F_i f$ 的表达式也在积分限上消失。

2) 这里的计算比零级的略为复杂。(2.40)式的第一项可以通过(2.28)和(2.29)式转换。第二项用(2.29)、(2.27)和(2.31)式来展开。第三项在分部积分后，通过 $v_j F_i f$ 在积分限上消失的假设可以得到简化：可以这样做的原因是：根据我们的假设，分布函数在边界上比 F_i 或 v_j 下降得快。此外，在我们的情况下，F_i 不依赖于 v_i。这一项在用上(2.33)式时变成为 $-\mathscr{F}_j$。

或

$$\frac{De}{Dt} + e\nabla \cdot \boldsymbol{V} + \bar{\bar{\pi}} : \nabla \boldsymbol{V} + \nabla \cdot \boldsymbol{q} = 0 \text{ [1]}。\quad (2.41)$$

规定出分布函数的所有的矩就相当于分布函数本身为已知。可是，在实际上，我们不能规定出数量无穷多的矩。因此，我们只考虑分布函数的几种矩：零级，一级和二级矩。不过，分布函数的未知的矩的数目总是比我们通过把玻耳兹曼方程平均而得到的方程数目多。因此，要解这个方程组就必须对分布函数最高级的矩做出某些假设。比方说，在普通流体力学中，这种假设是：压强是个标量，而且由两个热力学变量，例如密度 ρ 和温度 T 所表达的物理方程所给定。压强为标量的假设把(2.40)式化成为

$$\rho \frac{D\boldsymbol{V}}{Dt} = -\nabla p + \mathscr{F}。\quad (2.42)$$

绝热过程（$\boldsymbol{q} = 0$）的能量方程退化为单原子气体的物态方程[2]，

---

1) (2.41)式的第一项可以用(2.29)，(2.30)和(2.34)来化出。化算第二项牵涉到了使用(2.29)，(2.30)，(2.34)和(2.31)式。(2.41)式的第三项分部来积分，我们再一次用了分布函数在边界上比 v^2F_i 下降得快的假设，以及假设了 F_i 不依赖于 v_i。这样，在用了方程(2.30)和(2.33)后，很容易就可以证明，第三项是等于 $-V_iF_i$。如果用连续方程和动量方程来减少一些项，则全部三项相加就等于(2.41)式的第二部分。

2) 如果质点之间的碰撞率就象在平常情况下的气体中的那么大，碰撞将使得分布函数成为麦克斯韦分布或非常接近于麦克斯韦分布，即

$$f(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{v}) = N\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} \exp\left[-\frac{m(\boldsymbol{u} - \boldsymbol{V})^2}{2kT}\right]。$$

在麦克斯韦分布中，π 张量是对角的：$\pi_{ij} = p\delta_{ij}$。

$$p = NkT = \rho kT/m = \frac{2}{3} c_v T,$$

$$e = c_v T = \frac{3}{2} p,$$

其中 c_v 为比热。

$$\frac{D}{Dt}\{p\rho^{-5/3}\}=0。\tag{2.43}$$

在等离子体物理中，我们通常要对付三种不同类型的质点（电子，离子和中性质点）；而在某些情况下，对三种不同的分布函数（电子的 f^-，离子的 f^+，和中性质点的 f^0）必须用三组方程。这种方法叫做三流体的流体力学。如果等离子体是完全电离的，则可以用双流体方法。这种情况，也就是我们现在要考虑的，有着两个玻耳兹曼方程：一个对电子，一个对离子。但是，在方程的右边必须另外加上一个碰撞项来描述电子和离子之间的碰撞。在电子和离子方程中（上角标上部和下部分别表示电子和离子的方程），

$$\left(\frac{\partial f^{\mp}}{\partial t}\right)_{\text{coll}}=\left(\frac{\partial f^{\mp\mp}}{\partial t}\right)_{\text{coll}}+\left(\frac{\partial f^{\mp\pm}}{\partial t}\right)_{\text{coll}}。\tag{2.44}$$

现在，守恒定律只适用于每个方程中的头一个碰撞项。第二项则代表着一种量的交换，由电子-离子互作用形成的两种流体之间的守恒定律（动量或能量）来描述。如果我们把电子和离子之间的动量交换写为 $\Delta\boldsymbol{p}^{-+}$，把离子和电子之间的动量交换写为 $\Delta\boldsymbol{p}^{+-}$，而把能量交换分别写为 $\Delta\mathscr{E}^{-+}$ 和 $\Delta\mathscr{E}^{+-}$[1)]，则我们可以构成每种流体输运方程的矩如下：

$$\frac{\partial\rho^{\mp}}{\partial t}+\nabla\cdot(\rho^{\mp}\boldsymbol{V}^{\mp})=0,$$

$$m^{\mp}n^{\mp}\left(\frac{\partial}{\partial t}+\boldsymbol{V}^{\mp}\cdot\nabla\right)\boldsymbol{V}^{\mp}+\nabla\cdot\overleftrightarrow{\pi}^{\mp}$$

$$-n^{\mp}e^{\mp}\left(\boldsymbol{E}+\frac{\boldsymbol{V}^{\mp}}{c}\times\boldsymbol{H}\right)=\Delta\boldsymbol{p}^{\mp\pm},$$

1) 注意到根据动量和能量守恒，我们有

$$\Delta\boldsymbol{p}^{-+}+\Delta\boldsymbol{p}^{+-}=\Delta\mathscr{E}^{-+}+\Delta\mathscr{E}^{+-}=0。$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+\boldsymbol{V}^{\mp}\cdot\nabla\right)c_v^{\mp}T^{\mp}+c_v^{\mp}T^{\mp}\nabla\cdot\boldsymbol{V}^{\mp}+\overline{\overline{\pi}}^{\mp}:\nabla\boldsymbol{V}^{\mp}$$

$$+\nabla\cdot\boldsymbol{q}^{\mp}=\Delta\mathscr{E}^{\mp\pm}。\tag{2.45}$$

在下一节中，我们在讨论等离子体中高频波的传播时将用到(2.45)式。不过，我们首先应当考虑一下双流体等离子体的各种平均流体力学量，并简单地看一下等离子体中欧姆定律的广义形式。不使用针对单一流体的变量 n^+、n^-(或 ρ^+、ρ^-)和 $\boldsymbol{V}^+$、$\boldsymbol{V}^-$，我们引入了以下针对整个系统的变量:

物质密度，

$$\rho=\rho^++\rho^-=n^+m^++n^-m^-;\tag{2.46}$$

电荷密度，

$$Q=n^+e^++n^-e^-;\tag{2.47}$$

平均速度，

$$\boldsymbol{V}=\frac{\rho^+\boldsymbol{V}^++\rho^-\boldsymbol{V}^-}{\rho^++\rho^-}=\frac{1}{\rho}(n^+m^+\boldsymbol{V}^++n^-m^-\boldsymbol{V}^-);\tag{2.48}$$

和净电流密度，

$$\boldsymbol{j}=\boldsymbol{J}-\boldsymbol{J}_{\text{conv}}=n^+e^+(\boldsymbol{V}^+-\boldsymbol{V})+n^-e^-(\boldsymbol{V}^--\boldsymbol{V})。\tag{2.49}$$

对流电流密度

$$\boldsymbol{J}_{\text{conv}}=Q\boldsymbol{V}=(n^+e^++n^-e^-)\boldsymbol{V}\tag{2.50}$$

和总电流密度

$$\boldsymbol{J}=n^+e^+\boldsymbol{V}^++n^-e^-\boldsymbol{V}^-,\tag{2.51}$$

可以随意用来代替电荷密度和净电流密度。因为对于每一种流体我们都有一个独立的连续方程[(2.45)式]，因而离子和电子连续方程的两个线性组合将会是独立的(当然，相应的说法也能适用于动量和能量方程)。我们令其中的一个组合就是两个方程的直接相加，而另一个组合为用 $e^\pm/m^\pm$ 乘上适当的方程后再加在一起。这样，从连续方程组我们得到了质量

的连续方程，

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}+\nabla\cdot(\rho \boldsymbol{V})=0, \tag{2.52}$$

和电荷的连续方程，

$$\frac{\partial Q}{\partial t}+\nabla\cdot \boldsymbol{J}=0。 \tag{2.53}$$

如果随机速度是对 $\boldsymbol{V}$ 而不是对 $\boldsymbol{V}^{+}$ 和 $\boldsymbol{V}^{-}$ 而言的，则把动量方程相加后我们得到

$$\rho\frac{D\boldsymbol{V}}{Dt}+\nabla\cdot\overline{\overline{\pi}}-Q\boldsymbol{E}-\frac{1}{c}\boldsymbol{J}\times\boldsymbol{H}=0, \tag{2.54}$$

其中[1)]

$$\overline{\overline{\pi}}=\overline{\overline{\pi}}^{+}+\overline{\overline{\pi}}^{-}。 \tag{2.55}$$

如果用 e^{-}/m^{-} 乘电子的动量方程，而将 e^{+}/m^{+} 乘离子的方程，然后把它们相加，在作了“离子和电子的密度不随时间变，离子比电子重得多因而事实上没有运动（m^{-}/m^{+} 与 1 相比可以忽略不计）”的假设，以及压强是个标量的情况下，我们可以得到等离子体中电流的方程：[2)]

---

1) 在动量方程的第一种形式中，运动压强张量的形式为

$$\pi^{\pm}_{ij}=\int m^{\pm}(v^{\pm}_{i}-V^{\pm}_{i})(v^{\pm}_{j}-V^{\pm}_{j})d^{3}v。$$

这是因为本速度 $u^{\pm}_{i}$ 是对于 $V^{\pm}_{i}$ 而定的；而在(2.54)和(2.63)式中，这个张量的形式为

$$\pi^{\pm}_{ij}=\int m^{\pm}(v^{\pm}_{i}-V_{i})(v^{\pm}_{j}-V_{j})d^{3}v,$$

这是因为本速度 $u^{\pm}_{i}$ 是根据(2.48)式所给的平均速度 V_{i} 而定的。

2) (2.56) 式的推导有些麻烦。离子和电子的动量方程中包含速度对流导数的项，给出了 (2.56) 式中电流的时间导数项以及含有电子和离子速度的非线性项。 在离子的质量比电子大得多以及压强为标量的假设下，动量方程中包含压强张量散度的项给出了(2.56)式中的压强梯度项。 在作了“电子质量比起离子的可以忽略，离子本速度比起电子的可以忽略，以及等离子体平均起来是中性的”假设的情况下，动量方程中含有洛伦兹力的项经过转换可以给出(2.56)式中含有磁场和电场的项。

$$\frac{\partial \boldsymbol{J}}{\partial t}+\omega_G \boldsymbol{J}\times\frac{\boldsymbol{H}}{H}-\frac{e^-}{m^-}\Delta \boldsymbol{p}^{-+}$$
$$=\frac{n^-(e^-)^2}{m^-}\left(\boldsymbol{E}+\frac{\boldsymbol{V}}{c}\times\boldsymbol{H}-\frac{1}{n^-e^-}\nabla p^-\right)$$
$$-n^-e^-(\boldsymbol{V}^-\cdot\nabla)\boldsymbol{V}^-+n^+e^+(\boldsymbol{V}^+\cdot\nabla)\boldsymbol{V}^+, \quad (2.56)$$

其中 ω_G 为拉莫尔频率，给定为

$$\omega_G=-\frac{e^-H}{m^-c}=1.8\times10^7H。\quad (2.57)$$

我们将假设离子和电子之间的动量交换大体上和质点的相对速度成正比，用以作出 (2.56) 式中互作用项的近似。在每次碰撞中，电子获得的平均动量为 $m^-(\boldsymbol{V}^+-\boldsymbol{V}^-)$；如果离子的本速度比起电子的可以忽略不计的话，这将近似地等于 $-m^-(\boldsymbol{V}^--\boldsymbol{V})$。由于每立方厘米中这种碰撞的数目等于 $\nu_c n^-$，其中 ν_c 为碰撞频率，平均动量交换为

$$\Delta\boldsymbol{p}^{-+}=-m^-(\boldsymbol{V}^--\boldsymbol{V})\nu_c n^-。\quad (2.58)$$

从上式和净电流密度方程式（用了同样的近似）

$$\boldsymbol{j}=n^+e^+(\boldsymbol{V}^+-\boldsymbol{V})+n^-e^-(\boldsymbol{V}^--\boldsymbol{V})\approx n^-e^-(\boldsymbol{V}^--\boldsymbol{V}) \quad (2.59)$$

中消去 $\boldsymbol{V}^--\boldsymbol{V}$，我们有着如下 $\Delta\boldsymbol{p}^{-+}$ 和 $\boldsymbol{j}$ 的关系式：

$$\Delta\boldsymbol{p}^{-+}=-\frac{m^-\nu_c}{e^-}\boldsymbol{j}。\quad (2.60)$$

对于均匀介质（如果 ∇p^- 可以忽略掉或是没有出现热电流），借助于(2.60)式我们可以把(2.56)式的线性近似（略去速度的二次项）写成

$$\frac{\partial \boldsymbol{J}}{\partial t}+\omega_G\boldsymbol{J}\times\frac{\boldsymbol{H}}{H}+\nu_c\boldsymbol{j}=\frac{n^-(e^-)^2}{m^-}\left(\boldsymbol{E}+\frac{\boldsymbol{V}}{c}\times\boldsymbol{H}\right)。\quad (2.61)$$

方程(2.56)和(2.61)是**欧姆定律**的广义形式。如果（作为数量级的近似）$\nu\approx\partial/\partial t$ 为所讨论的问题中的特征频率（例如，

在考虑电波传播的问题时，这可以是等离子体中的电磁波频率)，我们可以把(2.61)式写为

$$\nu \boldsymbol{J} + \omega_G \boldsymbol{J} \times \frac{\boldsymbol{H}}{H} + \nu_c \boldsymbol{j} = \frac{n^-(e^-)^2}{m^-}\left(\boldsymbol{E} + \frac{\boldsymbol{V}}{c} \times \boldsymbol{H}\right)。 \tag{2.62}$$

习惯上我们把电导率 σ 定义为 (2.62) 式中 $\boldsymbol{j}$ 和 $\boldsymbol{E}$ 的比例系数。一般说来，σ 是一个张量而且依赖于 ν，ω_G，ν_c 以及磁场的方向；沿着磁场方向上的等离子体电导率和垂直方向上的不同。根据所考虑的问题，往往可以在相比之下忽略掉 ν，ν_c 或 ω_G 中的一种或两种频率，这样可以使得欧姆定律得到简化。

将能量方程相加，得

$$\frac{D}{Dt}(c_v T) + c_v T \nabla \cdot \boldsymbol{V} + \overline{\overline{\pi}} : \nabla \boldsymbol{V} + \nabla \cdot \boldsymbol{q}$$
$$- \boldsymbol{j} \cdot \left(\boldsymbol{E} + \frac{\boldsymbol{V}}{c} \times \boldsymbol{H}\right) = 0; \tag{2.63}$$

其中 $\overline{\overline{\pi}}$ 为运动压强张量［见(2.55)式］，而末一项代表焦耳加热。

由于在等离子体物理中，我们明显地描述真空中的电荷和电流，因此可以使用如下形式的两个麦克斯韦方程：

$$\nabla \times \boldsymbol{H} = \frac{4\pi}{c} \boldsymbol{J} + \frac{1}{c} \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t}, \tag{2.64}$$

$$\nabla \times \boldsymbol{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \boldsymbol{H}}{\partial t};$$

以及附带条件，

$$\nabla \cdot \boldsymbol{E} = 4\pi Q, \tag{2.65}$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{H} = 0。$$

如果我们对 (2.64) 式的第一个麦克斯韦方程取散度，则借助于电荷连续方程［(2.53)式］我们得到

$$0 \equiv \nabla \cdot (\nabla \times \boldsymbol{H}) = \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \cdot \boldsymbol{E} - 4\pi Q);$$

这就是，如果 $\nabla \cdot \boldsymbol{E} = 4\pi Q$ 在某一时间得到满足（只是一个起始条件），则它将在所有时间上满足。反过来说，从第一个麦克斯韦方程和从在所有时间上 $\nabla \cdot \boldsymbol{E} = 4\pi Q$ 的条件，可以得到电荷连续方程。用同样的步骤，从第二个麦克斯韦方程（不用假设其他的关系），我们得到

$$0 \equiv \nabla \cdot (\nabla \times \boldsymbol{E}) = -\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \cdot \boldsymbol{H});$$

即如果 $\nabla \cdot \boldsymbol{H} = 0$ 在某一时间得到满足（只是一个起始条件），则它将在所有时间上满足。这样，我们看到，通常的四个的麦克斯韦方程组可以只从两个麦克斯韦方程和电荷连续方程来得到，而其它两个方程只是作为起始条件来给定。

2.3 等离子体中波的传播

现在我们将讨论浸在外磁场 $\boldsymbol{H}_0$ 里的等离子体中的电磁波传播。我们将应用前一节的双流体模型，并假设在没有受到扰动时等离子体是中性（$Q = 0$）而且是定态的（$\boldsymbol{V}^- = \boldsymbol{V}^+ = 0$）。我们还假设运动压强张量 π_{ik}^- 和 π_{ik}^+ 化成了代表各向同性压强的 p^- 和 p^+，而压强为电子和离子的温度 T^- 和 T^+ 的函数：即 $p^- = n^- k T^-$ 以及 $p^+ = n^+ k T^+$。当电子和离子处于热动平衡时，T^- 等于 T^+。

我们将在线性近似的范畴里讨论带有小幅度的波的传播；在这种近似下，等离子体的（由波引起的）受扰态可以表为以下的方程组：

场方程：

$$\nabla \times \delta \boldsymbol{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \boldsymbol{H}}{\partial t},$$

$$\nabla \times \boldsymbol{H} = \frac{4\pi}{c}\boldsymbol{j} + \frac{1}{c}\frac{\partial \delta \boldsymbol{E}}{\partial t},$$

$$\nabla \cdot \delta \boldsymbol{E} = 4\pi \delta Q,$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{H} = 0; \tag{2.66}$$

连续方程,

$$\frac{\partial \delta n^{\pm}}{\partial t} + \nabla \cdot (n^{\pm}\delta \boldsymbol{V}^{\pm}) = 0; \tag{2.67}$$

和动量守恒方程,

$$n^{\pm}m^{\pm}\frac{\partial \delta \boldsymbol{V}^{\pm}}{\partial t} = n^{\pm}e^{\pm}\left(\delta \boldsymbol{E} + \frac{\delta \boldsymbol{V}^{\pm}}{c} \times \boldsymbol{H}_0\right) - \nabla p^{\pm}$$

$$- n^{\pm}m^{\pm}\nu_c(\delta \boldsymbol{V}^{\pm} - \delta \boldsymbol{V})。 \tag{2.68}$$

以上方程是从(2.45),(2.58),(2.64)和(2.65)式中化出,其中等离子体的受扰态用以下的变量描述:

电子密度	$n^- + \delta n^-$
离子密度	$n^+ + \delta n^+$
电子平均速度	$0 + \delta \boldsymbol{V}^-$
离子平均速度	$0 + \delta \boldsymbol{V}^+$
电子压强	$p^- + \delta p^-$
离子压强	$p^+ + \delta p^+$
电场	$0 + \delta \boldsymbol{E}$
磁场	$\boldsymbol{H}_0 + \delta \boldsymbol{H}$
电荷密度	$0 + \delta Q$

这里的各种增量描述着小幅度的波的扰动,大于一次方的增量全部忽略不计。(2.66)式中的电荷密度和电流密度可以通过以下的(线性化)方程表为其他的变量:

$$\delta Q = \delta n^- e^- + \delta n^+ e^+,$$

$$\boldsymbol{j} = n^- e^- \delta \boldsymbol{V}^- + n^+ e^+ \delta \boldsymbol{V}^+。 \tag{2.69}$$

再进一步,我们假设等离子体是均匀的,外磁场 $\boldsymbol{H}_0$ 也是均匀

的，而扰动是绝热的；即

$$\delta p^{\pm} = m^{\pm}(v_T^{\pm})^2\delta n^{\pm}。$$

当只有一个方向的压力时，均方速度 $(v_T^{\pm})^2$ 恰当的表达式为

$$(v_T^{\pm})^2 = 3kT^{\pm}/m^{\pm}。$$

我们要求出等离子体线性方程组的下列形式（在 z 方向传播的平面波）的解：

$$\boldsymbol{A} = \boldsymbol{A}_0\exp[-i(\tilde{\omega}t + \tilde{k}z)]。$$

其中 $\tilde{\omega}$ 和 $\tilde{k}$ 一般是复数。这个式子也可以写为

$$\boldsymbol{A} = \boldsymbol{A}_0\exp(\omega' t + k'z)\exp[-i(\omega t + kz)]。\quad (2.70)$$

频率和波数的虚部 ω' 和 k' 给出了波的阻尼（吸收）。在无碰撞的情形下，$\nu \gg \nu_c \to 0$，也就没有阻尼（兰道阻尼除外，见下），而波以相速度

$$V_{ph} = \frac{\omega}{k}$$

和群速度

$$V_{gr} = \frac{d\omega}{dk}$$

传播。为了讨论无阻尼传播，我们先假设 $\nu_c = 0$（随后我们将回到 $\nu_c \neq 0$ 的情形来考虑在等离子体中波的吸收）。在这个假设下，我们可以把具有方程（2.70）型的解的线性微分方程组（2.66）—（2.68），用 $\partial/\partial t = i\omega$ 和 $\partial/\partial z = ik$ 的关系，化成为一个齐次代数方程组。这样的一组方程只要是它的行列式为零就会有着非零的解。通过把行列式取为零，我们可以求出一个联系着传播常数（波数）$k = 2\pi/\lambda$ 和频率 ω 的色散方程。一般说来，色散方程是 k^2 的四次方程，即它给出了波传播的四种模式（每种模式有着沿正负 z 方向传播的两个等同的波）：寻常波，非常波，电子波和离子波。如果外磁场没有横向分量，则寻常波和非常波都是横电磁波，而电子波和离

子波则为纵波。当外磁场的横向分量不为零时，就会出现纵波和横波之间的耦合。我们将省略掉色散方程的代数推导，而加上一个假设来使方程简化，即假设等离子体为完全电离的氢气体($n^- = n^+ = N$)，其中离子非常重($m^+/m^- = 1836 \to \infty$)因而没有运动。这样，在色散方程中，我们就可以去掉离子模式，而使之变成为 k^2 的三次方程，

$$
\begin{aligned}
&\{\omega^2[1-\beta_T^2 n^2]-\omega_0^2\} \\
&\quad \cdot \{[\omega^2(1-n^2)-\omega_0^2]^2-\omega^2\omega_G^2\cos^2\vartheta(1-n^2)^2\} \\
&\quad -\omega^2\omega_G^2\sin^2\vartheta(1-n^2)[\omega^2(1-n^2)-\omega_0^2]=0。
\end{aligned}
\tag{2.71}
$$

在这个方程里，$\beta_T = v_T/c \equiv v_T^-/c$，$n$ 为折射指数（实部），$n = kc/\omega$，ϑ 为波传播方向与磁场的交角，而 ω_0 为等离子体频率，

$$
\omega_0 = \sqrt{\frac{4\pi(e^-)^2 n^-}{m^-}} = 5.6 \times 10^4 N^{1/2}。 \tag{2.72}
$$

如果没有横磁场($\vartheta = 0$)，则我们有着纵向传播。色散方程(2.71)分为两个方程

$$
\begin{aligned}
\omega^2(1-\beta_T^2 n^2)-\omega_0^2 &= 0, \\
[\omega^2(1-n^2)-\omega_0^2]^2-\omega^2\omega_G^2(1-n^2)^2 &= 0;
\end{aligned}
\tag{2.73}
$$

第一个方程描述了电子模式，而第二个给出了寻常波和非常波模式。**电子模式**(或 p 模式)是一种纵波，其频率为

$$
\omega = \sqrt{k^2 v_T^2 + \omega_0^2}; \tag{2.74}
$$

等离子体参加到波的运动中，正如中性气体参加到声波的运动中一样，而这种纵波在等离子体范围以外不能存在。在中性介质里传播的声波中，一个质点是通过许多短距离的、几乎是非相干的互作用，取得了与质点集体运动相平行的平均动量，而这种互作用的距离小于质点间的距离 λ_P。在等离子体振荡中，动量通过跟其他质点的长距离互作用而转移到一个

质点上去，这种距离可以一直大到德拜长度 λ_D，而往往有着 $\lambda_D \gg \lambda_P$。电场提供了这些互作用之间的耦合而引起了相干扰动。在冷等离子体（$\beta_T = 0$）中，电子振荡是非色散的（$\omega = \omega_0$）；等离子体可以产生频率为 ω_0 的振荡，但是群速度为零。如果 $\beta_T \neq 0$，则电子等离子波的折射指数

$$n^2 = \beta_T^{-2}\left(1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}\right) \tag{2.75}$$

在 $\omega < \omega_0$ 时变为虚数。因此，等离子频率 ω_0 是等离子振荡频率的下限。电子等离子波的相速度和群速度为

$$V_{ph} = \frac{\omega}{k} = \frac{v_T}{\sqrt{1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}}} = v_T\sqrt{1 + \frac{\lambda^2}{\lambda_E^2}},$$

$$V_{gr} = \frac{d\omega}{dk} = v_T\sqrt{1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}} = \frac{v_T}{\sqrt{1 + \frac{\lambda^2}{\lambda_E^2}}},$$

其中 λ_E 为电子波的特征长度，定义为

$$\lambda_E = 2\pi\frac{v_T}{\omega_0} \approx 10\lambda_D, \tag{2.76}$$

而 λ 为波长。不等式 $V_{ph} > V_{gr}$，$V_{ph} > v_T$ 和 $V_{gr} < v_T$ 总是成立的，而 V_{ph} 和 V_{gr} 的关系则是 $V_{gr} \cdot V_{ph} = v_T^2$。对于热运动速度接近于波的相速度的电子，它不能越过波的电势极小点而被拘留在极大点中。这使得电子波的幅度减弱。这种减弱的效应常常被称为兰道阻尼。V_{ph} 接近 v_T 时之所以重要，是因为被拘留的电子数目变成很多而引起波的全面解体。因此，只有 V_{ph} 充分地大于 v_T 的波，比如说，$V_{ph} > \sqrt{2}\,v_T$（即 $\omega < \sqrt{2}\,\omega_0$，$\lambda > \lambda_E$），才能在传播中不受到显著的兰道阻尼。

方程(2.73)的第二式描述了寻常波，

$$n^2 = 1 - \frac{\omega_0^2}{\omega(\omega + \omega_G)}, \tag{2.77}$$

（它是一种左旋圆偏振的横波）；以及非常波，

$$n^2 = 1 - \frac{\omega_0^2}{\omega(\omega - \omega_G)}, \tag{2.78}$$

（它是一种右旋圆偏振的横波）。寻常波只有在频率大于

$$\omega_{\min} = \sqrt{\omega_0^2 + \frac{1}{4}\omega_G^2} - \frac{1}{2}\omega_G$$

时才能在等离子体中传播，而非常波的极限频率则为

$$\omega_{\min} = \sqrt{\omega_0^2 + \frac{1}{4}\omega_G^2} + \frac{1}{2}\omega_G;$$

在低于 $\omega_{\min}$ 的频率上，折射指数成为虚数。

在外磁场没有纵向分量时（$\vartheta = \pi/2$，横向传播），从(2.71)式只能分解出寻常波的模式。这个模式带有线偏振，电矢量与磁场平行。如果 $\beta_T = 0$，则除了一个在某种程度上简化了的寻常波模式以外，还可以从(2.71)式得出其他的有着以下简单色散关系的模式：

$$n^2 = 1 - \frac{\omega_0^2/\omega^2}{1 - \omega_G^2/(\omega^2 - \omega_0^2)}。$$

在角度 ϑ 有着任意值的普遍情况下，色散方程(2.71)一般不能分解，除非等离子体是“冷”的（$\beta_T = 0$）。这时我们得到了一个二次方程，很容易地就可以化为大气物理中常用的 Appleton-Hartree 公式。

在银河系和河外天文学中，ω_G^2/ω^2 非常小（例如，对于 $H = 10^{-5}$ 高斯，$\omega_G = 200$ 赫），而由于电子密度低，ω_0^2/ω^2 也很小。在这种情况下，对于冷等离子体，

$$\left(\frac{\omega_G}{\omega}\right)^2 \frac{\sin^4\vartheta}{4\cos^2\vartheta} \ll \left(1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}\right)^2 \tag{2.79}$$

的条件在 ϑ 角的很宽范围内都能满足。可以证明，在(2.79)式成立时(似纵传播)，纵向传播的模式可以近似地取为寻常波和非常波的模式。再就是，由于 ω_G 跟 ω 相比可以忽略不计，我们没有必要区分寻常波和非常波；这两种波的色散方程[(2.77)和(2.78)式]变成

$$n^2 = 1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}。\tag{2.80}$$

因此，除了牵涉到计算寻常波和非常波相位差的问题外，都可以把等离子体当作各向同性的来处理。经过等离子体时，电磁波的偏振面的法拉弟旋转问题是这种例外的一个例子。在这里，相位差 φ 为 $(\omega/c)\cdot(n_{寻常} - n_{非常})s$，正比于在等离子体中的路程 s；而在天文条件下，s 非常地大，因而可以抵消折射指数之间很小差值。表为弧度的法拉弟旋转角 χ_F 为

$$\begin{aligned}\chi_F &= \frac{1}{2}\varphi = \frac{1}{2}\frac{\omega}{c}(n_{寻常} - n_{非常})s \\ &= \frac{1}{2}\frac{\omega_0^2}{c}\frac{\omega_G}{\omega^2 - \omega_G^2}s \approx \frac{1}{2}\frac{\omega_0^2\omega_G}{c\,\omega^2}s \\ &= 0.93 \times 10^6\frac{NH_{\|}s}{\omega^2}。\end{aligned}\tag{2.81}$$

当 $NH_{\|}$ 沿着射线路程变化时，$NH_{\|}s$ 应代以 $\int NH_{\|}ds$。

让我们回到在无碰撞等离子体中电磁波传播的普遍情况(离子不再假设为无运动)。传播的四个模式示于图 2.2。图中 $\omega_G^{\pm}$ 为拉莫尔频率 $(e^{\pm}H/m^{\pm}c)$；V_S 为声速，

$$V_S^2 = \frac{1}{\rho}[\rho^+(v_T^+)^2 + \rho^-(v_T^-)^2];$$

V_A 为阿尔芬速度，

$$V_A = \frac{H_0}{\sqrt{4\pi\rho}};\tag{2.82}$$

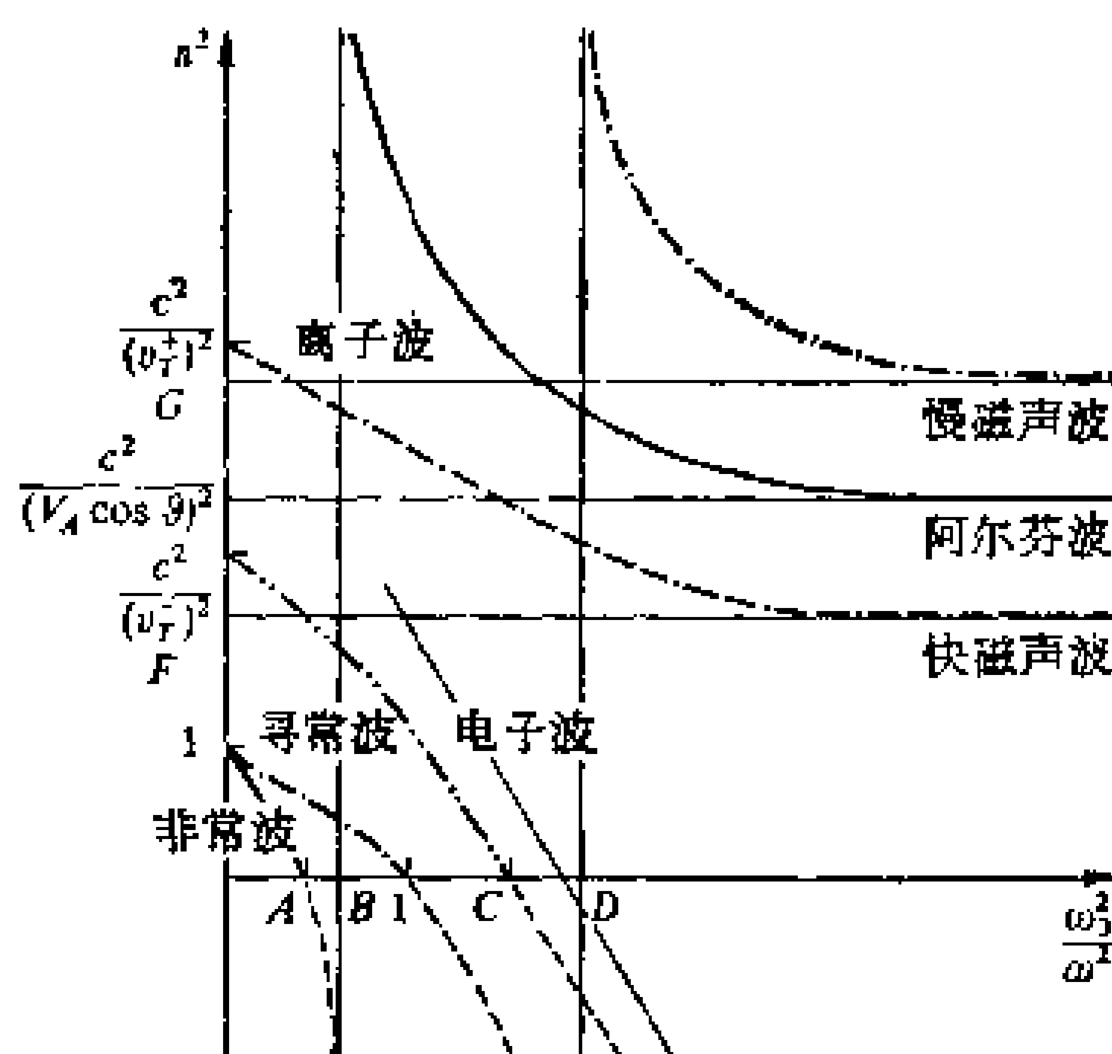


图2.2　电磁波在等离子体中传播的模式

以下为纵坐标和横坐标 A, B, C, D, F, G 的值:

$$A = 4\omega_0^2\left[\sqrt{(\omega_G^-)^2 + (\omega_G^+)^2 + 4\omega_0^2} + (\omega_G^- - \omega_G^+)\right]^{-2},$$

$$B = \omega_0^2(\omega_G^- \cos\vartheta)^{-2},$$

$$C = 4\omega_0^2\left[\sqrt{(\omega_G^-)^2 + (\omega_G^+)^2 + 4\omega_0^2} - (\omega_G^- - \omega_G^+)\right]^{-2},$$

$$D = \omega_0^2(\omega_G^+ \cos\vartheta)^{-2},$$

$$F = \frac{c^2}{2\cos^2\vartheta}\left[\frac{1}{V_A^2} + \frac{1}{V_S^2} - \frac{\sin^2\vartheta}{c^2} + \sqrt{\left(\frac{1}{V_A^2}+\frac{1}{V_S^2}-\frac{1+\cos^2\vartheta}{c^2}\right)^2 - 4\cos^2\vartheta\left(\frac{1}{V_A^2}-\frac{1}{c^2}\right)\left(\frac{1}{V_S^2}-\frac{1}{c^2}\right)}\right],$$

$$G = \frac{c^2}{2\cos^2\vartheta}\left[\frac{1}{V_A^2} + \frac{1}{V_S^2} - \frac{\sin^2\vartheta}{c^2} - \sqrt{\left(\frac{1}{V_A^2}+\frac{1}{V_S^2}-\frac{1+\cos^2\vartheta}{c^2}\right)^2 - 4\cos^2\vartheta\left(\frac{1}{V_A^2}-\frac{1}{c^2}\right)\left(\frac{1}{V_S^2}-\frac{1}{c^2}\right)}\right]。$$

而 ϑ 为磁场与传播方向的交角。在低频段中有三种传播模式,叫做磁声模式: 慢,阿尔芬和快模式。这些模式是非色散的;对于足够低的频率,它们的速度与频率无关。磁声波可以很容易地从在磁场里导电流体的宏观磁流体力学方程组中导出。这种磁流体力学方程则来自等离子体方程,其中把电子

和离子气体的方程加在一起并利用了 $\nu_c \gg \omega_G \gg \omega$ 的假设（它使欧姆定律大大地简化）。

对色散关系的分析表明，如果 $\omega_0 \ll \omega_G$，则除了在紧挨着拉莫尔频率的范围上，横波的折射指数总是接近于1。如果 $\omega_0 \gg \omega_G$，则折射指数总是不等于1，这时等离子体将强烈地影响着电磁波的传播。我们引进一个参量

$$X_{H/R} = \frac{H^2}{8\pi mc^2N}, \tag{2.83}$$

也就是磁能密度和静能密度的比值。可以这样说：当 $X_{H/R} \gg 1$，$n \approx 1$；而当 $X_{H/R} \ll 1$，$n \neq 1$。用大的 $X_{H/R}$ 值表征的等离子体叫做稀等离子体，而以小 $X_{H/R}$ 值表征的则为密等离子体。图2.3表示等离子体的 $\log T - \log N/H^2$ 平面，除了 $X_{H/R} = 1$ 和 $X_{T/R} = 1$ 的线外，我们还画出了 $X_{T/H} = 1$ 的线；

$$X_{T/H} = \frac{12\pi NkT}{H^2} \tag{2.84}$$

为等离子体中热能密度对磁能密度的比值（或为声速和阿尔芬波速的比值）。对于大 $X_{T/H}$ 值，等离子体将不被磁场约束在空间的一个小范围里。

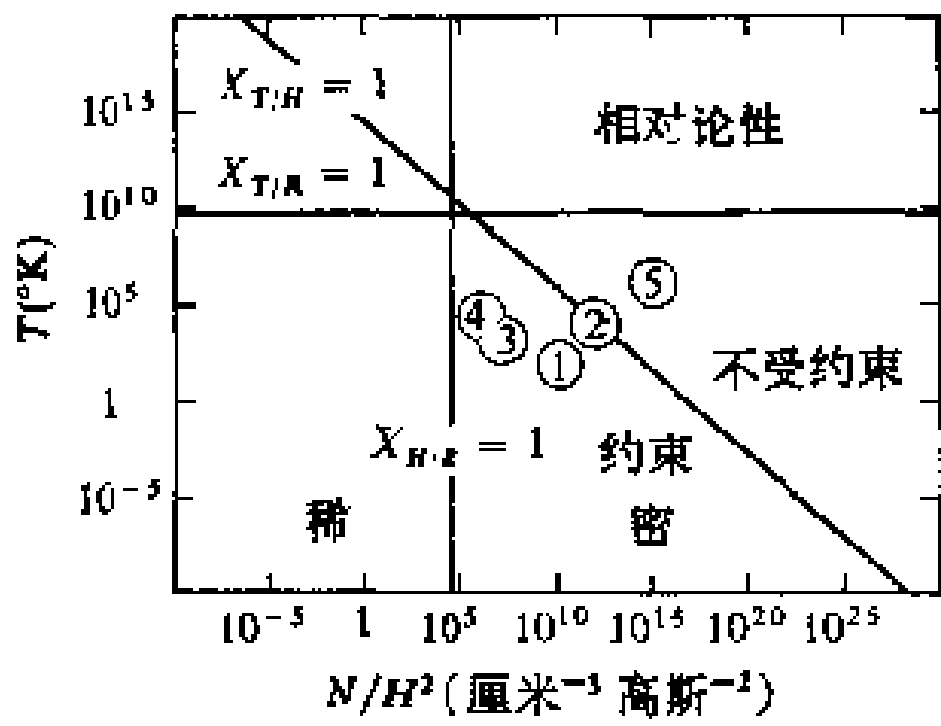


图2.3 等离子体 $\log T - \log N/H^2$ 平面
数码标示表1中相应的项目

我们讨论了在无碰撞等离子体中的电磁波传播，即假设了 $\nu_c = 0$。如果 $\nu_c \neq 0$，则波中一定部分的能量将被吸收而通过碰撞耗散为热，也就是波受到了阻尼。这种阻尼（吸收）由(2.70)式的第一个指数项描述。按照(A.22)式的定义，吸收系数可以写为

$$\kappa_\nu = -\frac{1}{I}\frac{dI}{ds} = -2\kappa'。$$

对于 $\omega \gg \nu_c \gg \omega_G$ 以及 $\omega \gg \omega_0$，可以证出

$$\kappa' = -\frac{\nu_c}{2cn}\cdot\frac{\omega_0^2}{\omega^2}。$$

在电磁波的吸收（或发射）过程中，电子和质子之间的碰撞比电子和电子之间的碰撞重要得多，这是因为在电子-电子碰撞中只牵涉到了四极效应。碰撞频率 ν_c 的计算比较麻烦，而其结果依赖于某些假设，比如说，关于离子场被电子和其他离子所屏蔽等等。如果电子速度有着麦克斯韦分布，则电子-离子碰撞频率可以近似地写为（这在许多射电天文应用上已足够精确）

$$\begin{aligned}\nu_c &= \frac{4\sqrt{2\pi}}{3}\frac{e^4}{\sqrt{m}}\frac{N}{(kT)^{3/2}}\ln\left[1.32\frac{(kT)^{3/2}}{e^2\sqrt{m}\,\omega}\right]\\ &= 3.6\frac{N}{T^{3/2}}\left(17.7+\ln\frac{T^{3/2}}{\nu}\right)。\end{aligned} \tag{2.85}$$

碰撞频率很弱地依赖于波的频率，这是因为一个质子和一个电子之间的一个给定的互作用可能在低频段对辐射的吸收（或发射）很有效（因而在这些频率上可以算作是碰撞），而在高频段则可能不那么有效。把上述三个方程并在一起，并假设 $n \approx 1$，对于稀等离子体，我们有

$$\begin{aligned}\kappa_\nu &= \frac{32\pi^{3/2}}{3\sqrt{2}}\frac{e^6}{cm^{3/2}}\frac{N^2}{(kT)^{3/2}\omega^2}\ln\left[1.32\frac{(kT)^{3/2}}{e^2\sqrt{m}\,\omega}\right]\\ &= 9.8\times10^{-3}\frac{N^2}{T^{3/2}\nu^2}\left(17.7+\ln\frac{T^{3/2}}{\nu}\right)。\end{aligned} \tag{2.86}$$

在等离子体中，一个质子-电子系统对电磁能量的吸收引起了电子在质子电磁场中的加速。当然，同样可能有相反的过程，牵涉到电子在质子库伦场中的减速而发出电磁辐射。这种辐

射叫做轫致辐射或自由-自由辐射。因为在轫致辐射中，能量的发射起因于热运动以及电子速度为麦克斯韦分布，源函数为普朗克函数或

$$\frac{\mathcal{E}_\nu}{\kappa_\nu} = B_\nu(T); \tag{2.87}$$

因而在无线电频段中，发射系数为

$$\begin{aligned}\mathcal{E}_\nu &= \frac{16}{3\sqrt{2\pi}} \frac{e^6}{c^3 m^{3/2}} \frac{N^2}{\sqrt{kT}} \ln\left[1.32 \frac{(kT)^{3/2}}{e^2\sqrt{m}\,\omega}\right] \\ &= 3.0 \times 10^{-39} \frac{N^2}{T^{1/2}}\left(17.7 + \ln\frac{T^{3/2}}{\nu}\right),\end{aligned} \tag{2.88}$$

其中 $B_\nu(T) \approx 2kT\nu^2/c^2$。

2.4 带电质点在磁场中的运动

到现在为止，我们根据象密度、平均速度、压强、电导率等等平均量，而不管单个质点的运动，来描述磁场中质点集体的性质。在这一节和下一节里，我们将对磁场中单个的相对论性带电质点的特性进行研究。

一个带电质点在电磁场中的运动可以用洛伦兹方程来描述:

$$\frac{d\boldsymbol{p}}{dt} = e\boldsymbol{E} + \frac{e}{c}\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{H}, \tag{2.89}$$

其中 $\boldsymbol{p}$ 为质点的动量，$\boldsymbol{v}$ 为它的速度，e 为它的电荷。静电力 $e\boldsymbol{E}$ 的方向沿着电力线；磁力 $(e/c)\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{H}$ 总是垂直于质点速度，因而不作任何功。在均匀磁场中，(2.89)式化成为

$$\frac{\mathscr{E}}{ec}\frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{H}; \tag{2.90}$$

其中用了动量 $\boldsymbol{p}$ 和能量 $\mathscr{E}$ 之间的相对论性关系

$$\boldsymbol{p}=\frac{\mathscr{E}\boldsymbol{v}}{c^2}, \tag{2.91}$$

从而消掉了 $\boldsymbol{p}$。因为洛伦兹力的作用不产生功，在(2.90)式所描述的整个运动中能量 $\mathscr{E}$ 一直保持不变[1]。让我们假设磁场是沿着 z 轴的方向，把矢量方程(2.90)的第二个直角坐标分量乘以 $i=\sqrt{-1}$ 然后和第一个分量相加，我们有

$$\frac{d}{dt}(v_x+iv_y)=-i\omega_H(v_x+iv_y)。$$

经过积分，这给出

$$v_x+iv_y=v_{0\perp}\exp[-i(\omega_Ht+\alpha)], \tag{2.92}$$

或

$$v_x=v_{0\perp}\cos(\omega_Ht+\alpha),$$
$$v_y=-v_{0\perp}\sin(\omega_Ht+\alpha)。$$

其中 $v_{0\perp}$ 和 α 是常数，由起始条件确定，ω_H 为迴转频率，

$$\omega_H=\frac{ecH}{\mathscr{E}}=\frac{eH}{\gamma mc}=\frac{\omega_G}{\gamma}, \tag{2.93}$$

$$\gamma=(1-\beta^2)^{-1/2},\quad \beta=\frac{v}{c}。$$

当质点速度小时，$\gamma\approx1$ 而 $\omega_H=\omega_G=eH/mc$。将(2.92)式积分，我们有

$$x=x_0+r_H\sin(\omega_Ht+\alpha),$$
$$y=y_0+r_H\cos(\omega_Ht+\alpha)。$$

其中，

$$r_H=\frac{v_{0\perp}}{\omega_H}=|\boldsymbol{r}_H|$$

---

1) 正如下一章中所表明的，一个在磁场中运动的质点将发出辐射；当然，辐射耗损会引起质点能量随着时间而减少。因此(2.89)式应当包含一个辐射耗损项；不过，和洛伦兹力比起来，这个项非常小，而在我们所考虑的问题中将忽略不计。

为迴转半径，而

$$r_H = \frac{c}{eH^2} p \times H_0 \tag{2.94}$$

(2.90) 式的第三个分量为 $dv_z/dt = 0$，给出了

$$z = z_0 + v_{0\parallel} t, \tag{2.95}$$

这表明一个质点沿着磁场方向的运动是均匀的，也就是说，不受磁场的影响。因此，一个质点的运动是一个沿着磁场方向上的匀速运动和一个在垂直于磁场的平面上以半径 r_H、角频率 ω_H 所作的圆周运动的迭加，这样合成的轨迹是一个螺旋。用矢量符号可以写为(其中 $\boldsymbol{r}$ 为矢径，起始位置沿着 $\boldsymbol{i}$)

$$\boldsymbol{r}(t) = \frac{c\beta \sin\theta}{\omega_H} (-\boldsymbol{i} \cos \omega_H t + \boldsymbol{i}_2 \sin \omega_H t) + \boldsymbol{i}_3 tc\beta \cos\theta \tag{2.96}$$

和

$$\boldsymbol{\beta}(t) = \beta \sin\theta(\boldsymbol{i} \sin \omega_H t + \boldsymbol{i}_2 \cos \omega_H t) + \boldsymbol{i}_3 \beta \cos\theta, \tag{2.97}$$

其中 θ 为 $\boldsymbol{v}$ 和 $\boldsymbol{H}$ 的交角。如果我们沿着磁场方向看(磁场矢量指向离开我们的方向)，一个负质点作顺时针迴转，而正质点则作反时针运动。磁场愈强，圆周运动的曲率半径 $\boldsymbol{r}_H$ 愈小。

在讨论一个质点除了受洛伦兹力还受到其他的力的作用时，考虑所谓的导中心 (guiding center) $\boldsymbol{r}_C$ 的运动往往比较方便，导中心的定义为

$$\boldsymbol{r}_C = \boldsymbol{r} + \boldsymbol{r}_H, \tag{2.98}$$

其中 $\boldsymbol{r}$ 为一个质点的方位矢量。当运动仅是由磁力(来自均匀磁场)引起时，$\boldsymbol{r}$ 由(2.96)式给定，$\boldsymbol{r}_H$ 由(2.94)式给出，指向迴转中心。如果质点只受洛伦兹力的作用，则导中心和迴转中心重合；当别的力引起的导中心(以及迴转中心)的运动速度比洛伦兹力引起的圆周运动速度小得多的时候，我们无须

区别这两种中心。我们不准备详细考虑在磁场中由其他各种力的作用所引起的质点运动，不过我们要指出，迴转中心会经历一种在垂直于磁场和外力(两者)的方向上的漂移。再就是，磁场中的小型不均匀性将会引起在跟磁场以及磁场梯度互相垂直的方向上的漂移。图 2.4 表示磁场中的带电质点的漂移。

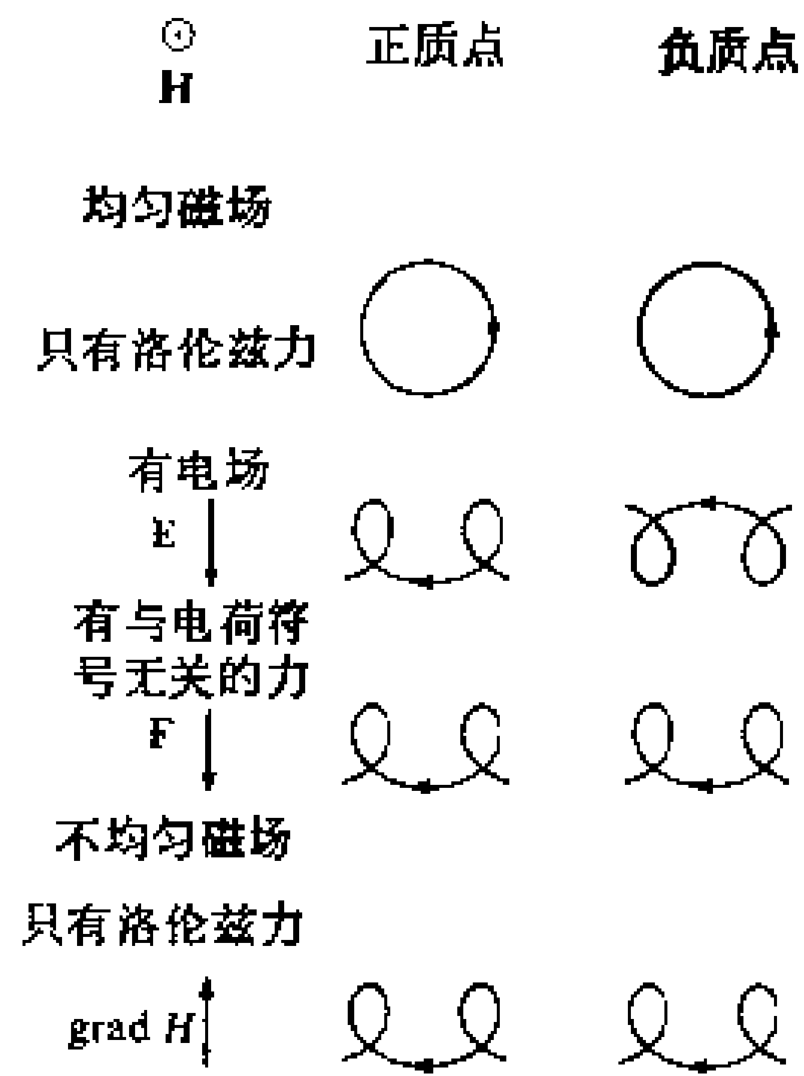


图 2.4　在磁场中一个带电质点的漂移：(1) 由于电场 E；(2) 由于与质点符号无关的力 F；(3)由于磁场中的小梯度。磁场与图面垂直并指向读者。

现在让我们考虑在缓慢变化着的磁场中带电质点的运动。可以证明(例如，见初步读物表中文献 3)，对于一个相对于正则坐标 q_i 作周期运动而有着正则动量 p_i 的系统，在系统的性质经历着绝热变化时，定义为

$$\mathscr{J}_i = \oint p_i dq_i \tag{2.99}$$

的所谓相积分将保持不变。其中的积分是在沿着坐标 q_i 的一个整周期上进行，而绝热变化是指那些时间尺度比起运动的有关周期大得多并且与之没有联系的变化。如果一个带电质点在磁场中运动的迴转周期比磁场本身发生变化的时间尺度小得多，

$$\frac{2\pi}{\omega_H} \ll \frac{H}{\left|\frac{\partial H}{\partial t}\right|}, \tag{2.100}$$

那么这样的(磁场)变化就将是绝热的；而对于运动的横向分

量的相积分，我们有

$$\oint p_\perp dl = \oint \left(\gamma m v_\perp + \frac{e}{c} A\right) \cdot dl = 常数, \quad (2.101)$$

其中 A 为电磁场的矢势，dl 为沿着质点圆周路程上的线元。利用(2.25)、(2.94) 和 (2.98)式以及斯托克斯定理，我们可以把(2.101)式写为

$$\oint \gamma m r_H^2 \omega_H d\vartheta + \frac{e}{c}\int (\nabla \times A) \cdot n d\sigma$$

$$= 2\pi\gamma m r_H^2 \omega_H + \frac{e}{c}\int H \cdot n d\sigma = \pi r_H^2 H \frac{e}{c} = 常数, \quad (2.102)$$

其中 n 为围在质点圆周路径里的表面的法线（与 H 方向相反），$d\sigma$ 为表面元，而 $dl = r_H d\vartheta$。方程(2.102)表明了穿过质点轨道的磁通量 ϕ 是运动的一个绝热不变量

$$\phi = \pi r_H^2 H = 常数, \quad (2.103)$$

或者，换句话说，当一个质点在磁场中作绝热运动时，

$$\frac{p_\perp^2}{H} = 常数。 \quad (2.104)$$

2.5 带电质点的电磁加速

基本的电磁加速过程可以分为两种：一种是迴旋加速器过程，其中带电质点的能量由于磁场随时间的变化而变化；另一种是费米过程，其中，当带电质点碰到在空间运动的磁场较高的区域时，它们的能量起了变化。这两种过程中的能量变化(在观测者坐标系上)都可以是正的或是负的：在迴旋加速器过程中，这依赖于磁场是增强还是减弱；而在费米过程中，则依赖于较高磁场区沿着质点路径的速度分量对于质点的速度是反方向还是同方向。如果在空间某一区域中磁场系统地

增加直到所有的质点都可以通过某种方式离开这个区域，则这种迴旋加速器过程就叫做系统迴旋加速器过程。同样，如果一批质点被拘留在两个互相趋近的较高磁场区之间，则这种使质点能量变化的费米过程就叫做系统费米加速。在宇宙条件下，预计费米和迴旋加速器的系统加速两者都会是比较少；我们预计，质点会是在运动中经过一些起伏着的磁场以及和随机运动着的较高磁场区相碰。不过，如果某些其它的条件（这我们将在后面讨论到）能够得到满足，则能量增加将超过能量耗损，而平均起来质点将得到加速。这种情况我们叫做（迴旋加速器或费米）统计加速。

在迴旋加速器过程中，一个质点绕着它迴转的磁场如果有了（绝热）变化，就会使质点动量中垂直于磁场的分量发生变化。这可以从绝热不变量方程(2.104)中看出，磁场的变化对动量的纵向分量 $p_{\parallel}$ 不发生影响迴旋加速器过程是完全可逆的：磁场的增强引起了横向动量的增大，场的减弱随着也引起横向动量的减小。场的增强相当于使气体受到一种横向的压缩(因为它减小了迴转半径)。由于在横向压缩中，体积 $\tau\propto r_H^2$，所以 $p_\perp\propto r_H^{-1}$。对于非相对论性和极近光速的相对论性质点，分别有着 $\mathscr{E}\propto p^2$ 和 $\mathscr{E}\propto p$。因此，对于气体的磁横向压缩，分子运动论中由等式 $\mathscr{E}_k=\tau^{1-\Gamma}$ 定义的指数 Γ，对于非相对论性和极近光速的相对论性质点分别为 $\Gamma=2$ 和 $\Gamma=3/2$。如果磁场很不均匀，这种压缩平均起来可以认为是各向同性的。这样的话，$\tau\propto r_H^3$，而对于非相对论性和极光速的相对论性质点分别有着 $\Gamma=5/3$ 和 $\Gamma=4/3$。

正如我们在上面说过的，迴旋加速器过程是可逆的。因此，如果在一个起伏场中，质点平均起来要获得一定的能量，就必须借助于某种其它的过程。好比说，一种过程能够反复地把质点的横向动量转变为不受迴旋加速器过程影响的纵向

动量。质点和其它质点之间的碰撞可以提供这样的一种过程，因为它能在所有自由度上重新分配质点的能量。我们可以假设，在每次碰撞后，

$$p_{\parallel}^2 = \frac{1}{3} p_{总}^2,$$

$$p_{\perp}^2 = \frac{2}{3} p_{总}^2。$$

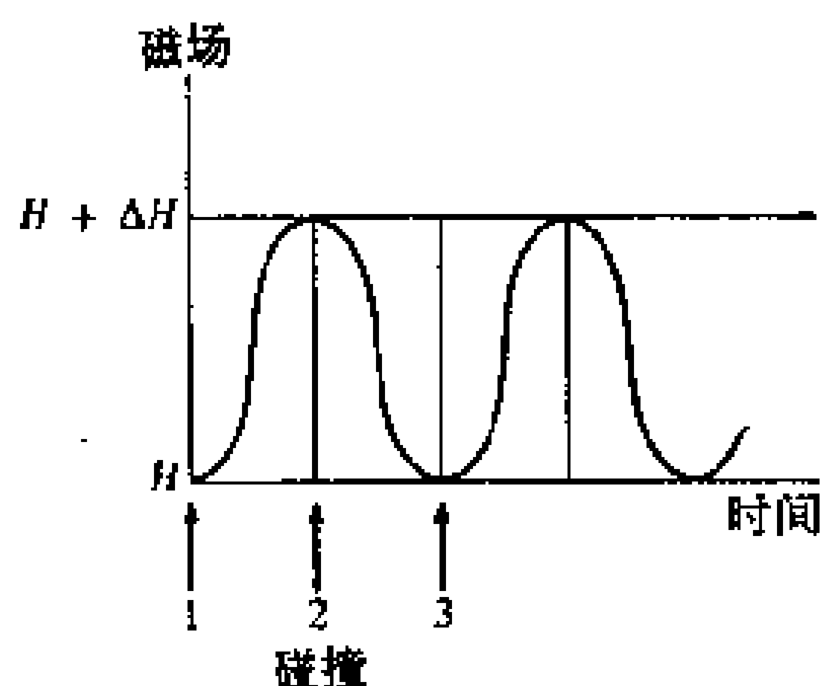


图 2.5 统计迴旋加速器机制的一种模型

在这里，让我们考虑一种简单的统计迴旋加速器机制，其中磁场变化一整周的时间比两次碰撞的时间大一倍（图 2.5）。在磁场变化周期中，紧接着第一次碰撞，有

$$p_{\parallel}^2 = \frac{1}{3} p_1^2,$$

$$p_{\perp}^2 = \frac{2}{3} p_1^2,$$

$$p_{总}^2 = p_1^2。$$

变化周期中在临近发生第二次碰撞之前，由于在增强的磁场中的迴旋加速器加速，我们有

$$p_{\parallel}^2 = \frac{1}{3} p_1^2 \qquad （不变），$$

$$p_{\perp}^2 = \frac{2}{3} p_1^2 \frac{H + \Delta H}{H} \qquad （增大），$$

$$p_{总}^2 = p_2^2 = \frac{1}{3} p_1^2 \left(1 + 2\frac{H + \Delta H}{H}\right) \qquad （增大）。$$

碰撞使得动量重新分配，因此紧接着第二次碰撞，我们得到

$$p_{\parallel}^2 = \frac{1}{3} p_2^2 = \frac{1}{9} p_1^2 \left(1 + 2\frac{H + \Delta H}{H}\right) \quad （增大），$$

$$p_\perp^2 = \frac{2}{3} p_2^2 = \frac{2}{9} p_1^2 \left(1 + 2\frac{H + \Delta H}{H}\right) \quad （减小），$$

$$p_{\text{也}}^2 = p_2^2 = \frac{1}{3} p_1^2 \left(1 + 2\frac{H + \Delta H}{H}\right) \qquad （不变）。$$

现在，迴旋加速器减速只对动量的垂直分量有影响，而在我们的周期终了时（临近第三次碰撞）有着

$$p_\parallel^2 = \frac{1}{9} p_1^2 \left(1 + 2\frac{H + \Delta H}{H}\right) \qquad （不变），$$

$$p_\perp^2 = \frac{2}{9} p_1^2 \left(1 + 2\frac{H + \Delta H}{H}\right) \frac{H}{H + \Delta H} \qquad （减小），$$

$$p_{\text{也}}^2 = p_3^2 = \frac{1}{9} p_1^2 \left(1 + 2\frac{H + \Delta H}{H}\right)\left(1 + 2\frac{H}{H + \Delta H}\right) \qquad （减小）。$$

因此在磁场变化的整个周期中，质点动量的变化为

$$\Delta p^2 = p_3^2 - p_1^2 \simeq \frac{2}{9} p^2 \left(\frac{\Delta H}{H}\right)^2,$$

这表明有了 $\Delta H/H$ 的二次方的净增益。在这里，我们是讨论了一个简单的模型，其中碰撞是等间隔地（也是有利地）发生（也可以很容易想象一种不产生净加速的模型）。不过，平均起来说，在宇宙起伏场中，统计迴旋加速器过程可以给出

$$\langle \Delta p^2 \rangle \approx \alpha_B p^2 \left(\frac{\Delta H}{H}\right)^2, \qquad (2.105)$$

其中 α_B 是一个小系数。

费米过程的特点是由质点和较高磁场区相碰（“碰撞”）而引起了质点能量的改变。绝热不变量的条件禁止了质点进入磁场足够高的区域里，也就是说，质点在这里折了回去，因而这种现象有着碰撞的样子。 为了更清楚地看一下这个问题，让我们考虑一个沿 z 轴运动的质点进入磁力线 $H(z)$ 会聚的

区域里的情况。由于在运动中质点的能量和总动量不变，所以

$$v^2 = v_\perp^2 + v_\parallel^2 = v_{0\perp}^2 + v_{0\parallel}^2 = v_0^2 = \text{常数}。$$

(2.104) 式的绝热不变量的形式为

$$v_\perp^2 = v_{0\perp}^2 \frac{H(z)}{H_0},$$

其中 H_0 为在会聚区之外(在瓶颈之外)的磁场，而

$$v_\parallel^2 = v_0^2 - v_{\perp 0}^2 \frac{H(z)}{H_0}。 \qquad (2.106)$$

(2.106)式说明：如果质点进入一个磁场 $H(z)$ 大到足以使该式的右边成为零的区域，则这个质点不能继续朝 $+z(v_\parallel = 0)$的方向前进，而只能反射回到 $-z$ 的方向上去。

为了考察一个质点在和较高磁场区（我们把这样的区域叫做"磁镜"）碰撞时所经历的能量变化，让我们考虑一个质点在两个按绝热条件互相趋近的磁镜之间的运动。由于从磁镜上的反射，质点相对于跟磁力线平行的坐标（z 轴）的运动将是周期性的（我们假设了磁镜的运动比质点的慢得多）。因此，对于纵向运动，我们可以应用 (2.99) 式的相积分不变定理，即在运动中，

$$\oint p_\parallel dq_\parallel = \oint \gamma m v_\parallel dz = \text{常数}。 \qquad (2.107)$$

如果 θ 为质点(瞬时)速度与磁场的交角（除了在磁场的突变足以发生质点的反射的 $\pm z_0$ 附近非常小的区域，我们认为，磁场是均匀的而且与 z 轴平行），则 $v_{\perp 0} = v_0 \sin\theta$。我们忽略掉 $\pm z_0$ 附近的小区域对相积分的贡献，即假设 $H(z) = H_0$，并把(2.106)式写成如下的形式：

$$v_\parallel^2 = v_0^2(1 - \sin^2\theta) = v_{0\parallel}^2。$$

代入(2.107)式后得

$$\oint \gamma m v_{\|} dz = \oint \gamma m v_{0\|} dz = \oint p_{0\|} dz = 4 z_0 p_{0\|} = \text{常数},$$

其中 $p_{0\|}$ 为质点进入瓶颈之前的平行方向的动量，这种瓶颈我们假设为无限短(是一个磁镜)。因此我们得到，平行绝热不变量为

$$p_{\|} z = \text{常数},$$

式中略掉了角标 0。如果这些缓慢地互相趋近的磁镜，在随后的某一时间上，从它们的原来位置上移动了 Δz，则质点的平行动量的变化将为

$$\frac{\Delta p_{\|}}{p_{\|}} = -\frac{\Delta z}{z}, \tag{2.108}$$

其中 z 为在这后一时刻磁镜的位置。如果 w 为磁镜的速度(在绝热假设下，$w \ll v$)，则在时间 t 中，每个磁镜将移动了一个距离为 $\Delta z = wt$，而质点在两个磁镜中将经历了 $n = v_{\|} t / 2z$ 次的反射。因此在和磁镜的一次碰撞中，平行动量的变化为

$$\left(\frac{\Delta p_{\|}}{p_{\|}}\right) = -\frac{\Delta z}{nz} = -\frac{w}{v_{\|}},$$

或

$$\Delta p_{\|} = -2\gamma m w_{\circ}$$

按能量来说 $[\mathscr{E}^2 = c^2(p^2 + m^2c^2),\ \boldsymbol{p} = \mathscr{E}\boldsymbol{v}/c^2]$，一个相对论性质点在和磁镜一次碰撞中所发生的变化为

$$\Delta\mathscr{E} = -2\mathscr{E}\frac{\boldsymbol{w}\cdot\boldsymbol{v}_{\|}}{c^2}。 \tag{2.109}$$

如果速度 $\boldsymbol{v}_{\|}$ 和 $\boldsymbol{w}$ 在碰撞之前是平行的，则在碰撞中质点能量将受到损失。这种和正在运动的磁镜的碰撞叫做 A 型碰撞(图 2.6A)。质点能量的变化也可以是由 B 型碰撞所引起，这时一个质点沿一个弯曲的磁管运动，而这磁管本身也在运动

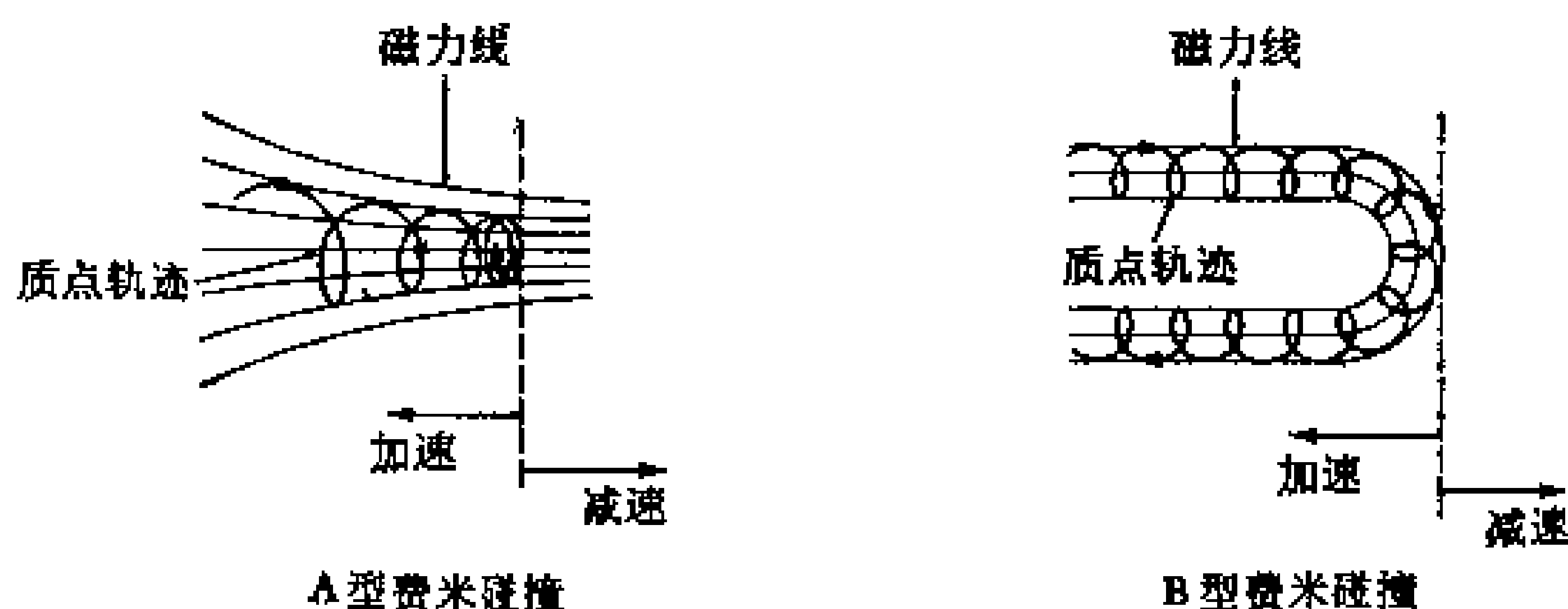


图 2.6 引起带电质点的费米过程加速或减速的两种类型的碰撞

(图 2.6B)。

会聚型的平行磁镜的运动相当于对拘留着的质点气体的一维压缩。对于非相对论性和极近光速的相对论性质点，指数 Γ 分别等于 3 和 2。如果两个磁镜不是正好平行，质点就会从磁镜上散开，经过了一定的时间之后，平均起来所有的速度分量都将相等。这个情况可以看为是三维的压缩，而对于非相对论性和极近光速的相对论性质点，Γ 分别为 5/3 和 4/3。这种对质点气体的压缩不能无限制地进行。在达到了一个由 r_H 决定的体积时，绝热条件不能再满足，因而也就不可能有进一步的压缩。这种情况，给通过系统费米加速质点所能获得的能量定出了一个上限。在宇宙条件下，可以有种种的几何结构来形成系统费米加速；图 2.7 提出了一个例子，其中沿弯曲磁力线运动的质点被一个前进中的冲击波前所拘留。

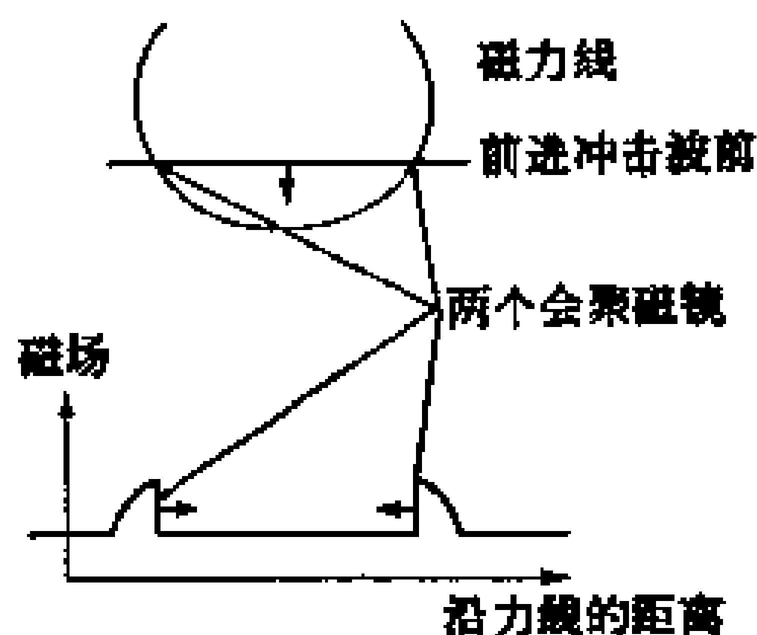


图 2.7 陷入一个前进冲击波前里的带电质点的系统费米加速

在天体物理条件下，统计费米过程比系统费米过程重

要。统计加速的出发点是，一个质点和随机运动的磁云(作为磁镜)面对面碰撞的几率比追上去碰撞的几率大。这是因为：前一种几率和两者(质点和磁云)速度之和 $v+w$ 成正比，而后一种则和速度之差 $v-w$ 成正比。由于能量增益是结合到面对面的碰撞，而能量耗损则联系到追上去的碰撞，因此平均起来就有了能量的净增益。对于与磁镜的垂直碰撞，净增益为

$$\langle\Delta\mathscr{E}\rangle=\frac{v+w}{2v}\Delta\mathscr{E}-\frac{v-w}{2v}\Delta\mathscr{E}=2\frac{w^2}{c^2}\mathscr{E}。$$

一般的碰撞不一定都是垂直的，则

$$\langle\Delta\mathscr{E}\rangle=\alpha_F\frac{w^2}{c^2}\mathscr{E},\qquad(2.110)$$

其中 α_F 是数量级为1的系数。如果 λ_F 为平均自由程，t_F 为接连两次碰撞之间的平均时间，我们可以把能量增益的平均速率写为

$$\frac{d\mathscr{E}}{dt}=\eta_F\mathscr{E},\qquad(2.111)$$

其中

$$\eta_F=\alpha_F\frac{vw^2}{\lambda_F c^2}=\alpha_F\frac{w^2}{t_F c^2}。\qquad(2.112)$$

统计费米加速是 w/c 的二级过程。不过，它在一个质点处于加速区的整个过程中一直起着作用。而只要是全部被加速质点的总能量比起该区域的磁云的总动能小得比较多，那么就可以给单个质点提供无限制的加速。

不过，统计费米加速过程只是对于能量大过于一定阈值 $\mathscr{E}_t$ 的质点才能生效。在这个阈值以下，质点在它跟介质互作用中的能量消耗率超过了费米过程的能量增加率。不过，对于重质点和大 α_F，在有利条件下，能量阈可以等于零。如果

一个质点在时间 $t=0$ 到时间 t 和 $t+dt$ 之间某一时刻中受到费米统计加速的几率 $P(t)$ 为

$$P(t)dt=\frac{1}{\tau}e^{-(t/\tau)}dt \tag{2.113}$$

其中 τ 为平均加速时间，那么为了求出能量处在 $\mathscr{E}$ 和 $\mathscr{E}+d\mathscr{E}$ [正比于 $P(t)dt$] 之间的质点数目 $N(\mathscr{E})d\mathscr{E}$，可以把以下从 (2.111) 式求出的表达式

$$dt=\frac{d\mathscr{E}}{\eta_F\mathscr{E}},$$

连同它的积分

$$t=\frac{1}{\eta_F}\ln\left(\frac{\mathscr{E}}{mc^2}\right)$$

代入(2.113)式。结果是一个幂定律的能量分布，

$$N(\mathscr{E})\propto\mathscr{E}^{-\gamma}, \tag{2.114}$$

其指数为

$$\gamma=1+\frac{1}{\eta_F\tau}。 \tag{2.115}$$

虽然费米统计加速给出了加速质点的幂定律能量分布，而且跟在许多宇宙射电辐射源以及宇宙线所观测到的相似，但是，这种过程在天体物理条件下（在星际介质中 $\eta_F\approx10^{-17}$）不象是一种有效的加速机制，也许只有超新星外壳的情况（$\eta_F\approx10^{10}$）除外。而且，(2.115)式的能量分布对不同的射电源应当是大不相同(因为预计到 η_F 以及 τ 的不相同)，但是实际情况并非如此(见第六章)。当前比较多的注意力放在湍动等离子体中的波对于质点加速的过程上。但是，关于高能质点（在射电源上观测到了它的作用，如同步加速器辐射）的起源，一直就是射电天文学上的重大课题之一。

第 三 章

在真空条件下，相对论性电子在磁场中的輻射（同步加速器輻射）

3.1 引言

这一章里，我们讨论相对论性电子在磁场中迴转时所发出的辐射的理论和性质。这种辐射，常常叫做同步加速器辐射（有时也称为磁轫致辐射），看起来在许多宇宙源的射电辐射中占着主要的地位。我们首先将讨论由一个被加速的电荷产生的电磁场，然后我们专门考虑一个在磁场中沿螺旋轨道以相对论性速度运动的电荷的辐射在远处的特点。最后我们将讨论在磁场中迴转的相对论性电子集体发出的辐射。“在真空中”的意义是除了对同步加速器辐射的吸收外，电子之间的互作用都可以忽略不计。在第四章里，我们将考虑在等离子体中的同步加速器辐射问题。

3.2 一个被加速的电荷产生的电磁场

推迟矢量 $\boldsymbol{A}$ 和标势 φ，

$$\boldsymbol{A}(\boldsymbol{R}, t)=\frac{1}{c}\int R_0^{-1}\boldsymbol{j}(\boldsymbol{r}', t')\delta\left(t'-t+\frac{R_0(t')}{c}\right)d\tau' dt',$$

$$\varphi(\boldsymbol{R}, t)=\int R_0^{-1}Q(\boldsymbol{r}', t')\delta\left(t'-t+\frac{R_0(t')}{c}\right)d\tau' dt',$$

$$(3.1)$$

是麦克斯韦方程的解，这些方程描述了根据电流密度 $\boldsymbol{j}$ 和电

荷密度 Q 的分布所给出的电磁场。R_0 为从观测者到含有某些电荷或电流的体积元的距离，积分是在包含有电荷或电流(或者同时包含两者)的体积(源的体积)上进行，方程中的 δ 函数表明电荷和电流取为推迟时间上的值，推迟时间为

$$t' = t - \frac{R_0(t')}{c}。\tag{3.2}$$

我们感兴趣的是高速运动的点电荷所给出的场。因此我们可以把电流密度和电荷密度写为

$$\begin{aligned} \boldsymbol{j}(\boldsymbol{R}, t) &= ec\boldsymbol{\beta}(t)\delta(\boldsymbol{R} - \boldsymbol{r}(t)), \\ Q(\boldsymbol{R}, t) &= e\delta(\boldsymbol{R} - \boldsymbol{r}(t)), \end{aligned}\tag{3.3}$$

并把它代入(3.1)式。由于[1)]

$$\int f(x)\delta(g(x) - y)dx = \left[\frac{f(x)}{\dfrac{dg(x)}{dx}}\right]_{g(x)=y},$$

以及[2)]

$$\frac{\partial t}{\partial t'} = 1 - \boldsymbol{\beta}' \cdot \boldsymbol{R}_0'^*,\tag{3.4}$$

我们得到

$$\boldsymbol{A}(R, t) = \frac{e\boldsymbol{\beta}'}{R_0'(1 - \boldsymbol{\beta}' \cdot \boldsymbol{R}_0'^*)},$$

$$\varphi(R, t) = \frac{e}{R_0'(1 - \boldsymbol{\beta}' \cdot \boldsymbol{R}_0'^*)}。\tag{3.5}$$

其中全部在右边的量都是在推迟时间上化算，而 $\boldsymbol{R}(t')$ 现在是观测者和点电荷之间的距离。

---

1) 见，例如，M. J. Lighthill, *Introduction to Fourier Analysis and Generalized Functions*, Cambridge University Press, 1958.

2) 如果我们把 $\boldsymbol{R}_0(t') = \boldsymbol{R} - \boldsymbol{r}'$ 对推迟时间 t' 微分，并将结果乘以 $\boldsymbol{R}_0'^*$，我们得到 $\partial R_0(t')/\partial t' = -c\boldsymbol{\beta}' \cdot \boldsymbol{R}_0'^*$。然后将(3.2)式对推迟时间 t' 微分并利用以上结果，我们得到了(3.4)式。

电场和磁场强度可以通过把 Lienard-Wiechert 势†对观测者的坐标和时间取微分来得到:

$$\boldsymbol{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \boldsymbol{A}}{\partial t} - \nabla\varphi,$$

$$\boldsymbol{H} = \nabla \times \boldsymbol{A}。 \tag{3.6}$$

由于在(3.5)式中，这些势是作为推迟时间的函数来给定的，而通过(3.4)式可以化为 $\boldsymbol{R}_0$ 和 t 的函数。因此，我们必须先把它对 t' 微分，然后再用(3.4)式以及下面的(3.7)式:

$$\nabla t' = -\frac{\boldsymbol{R}_0'^*}{c(1-\boldsymbol{\beta}'\cdot\boldsymbol{R}_0'^*)}{}^{1)}。 \tag{3.7}$$

在动电荷的远处，结果是

$$\boldsymbol{E} = \frac{e}{R_0'}\frac{\boldsymbol{R}_0'^*\times[(\boldsymbol{R}_0'^*-\boldsymbol{\beta}')\times\dot{\boldsymbol{\beta}}']}{c(1-\boldsymbol{\beta}'\cdot\boldsymbol{R}_0'^*)^3},$$

$$\boldsymbol{H} = \boldsymbol{R}_0'^*\times\boldsymbol{E}。 \tag{3.8}$$

因此，动质点的辐射 $\tilde{p}_\Omega$ 为

$$\begin{aligned}\tilde{p}_\Omega &= \frac{c}{4\pi}E^2R_0^2\\ &= \frac{e^2}{4\pi c}\left\{\frac{(\dot{\boldsymbol{\beta}}')^2}{(1-\boldsymbol{\beta}'\cdot\boldsymbol{R}_0'^*)^4} + \frac{2(\boldsymbol{R}_0'^*\cdot\dot{\boldsymbol{\beta}}')(\boldsymbol{\beta}'\cdot\dot{\boldsymbol{\beta}}')}{(1-\boldsymbol{\beta}'\cdot\boldsymbol{R}_0'^*)^5}\right.\\ &\quad\left. - \frac{(\boldsymbol{R}_0'^*\cdot\dot{\boldsymbol{\beta}}')^2}{\gamma^2(1-\boldsymbol{\beta}'\cdot\boldsymbol{R}_0'^*)^6}\right\}。\end{aligned} \tag{3.9}$$

如果我们考虑一个以很高的速度($\beta\approx 1$)运动的相对论性质点，那么在 $(1-\boldsymbol{\beta}'\cdot\boldsymbol{R}_0'^*)$ 值小的方向上比在 $(1-\dot{\boldsymbol{\beta}}'\cdot\boldsymbol{R}_0'^*)$ 为 1 的数量级的方向上发出的辐射大得多。这可以

---

† 即矢势 $\boldsymbol{A}$ 和标势 φ。——译者注

1) 这个结果的推导是通过取推迟时间[(3.2)式]的梯度，并注意到 $\nabla = \boldsymbol{R}_0^*\cdot(\partial/\partial R_0)$ 以及 $\nabla R_0(t') = [\nabla R_0(t')]_{t'} + [\partial R_0(t')/\partial t']\nabla t'$ [因为 $R_0(t')$，通过 t'，也是坐标的隐函数]。这样，利用上页脚注 2)中的 $\partial R_0(t')/\partial t'$ 的表达式，我们得到了方程(3.7)。

由(3.9)式中分母上出现的 $(1-\boldsymbol{\beta}'\cdot\boldsymbol{R}_0'^*)$ 的高次方上得到说明。把 $(1-\boldsymbol{\beta}'\cdot\boldsymbol{R}_0'^*)$ 按 ψ 的幂次展开，

$$1-\boldsymbol{\beta}'\cdot\boldsymbol{R}_0'^* = 1-\beta\cos\psi \approx 1-\beta+\frac{\psi^2}{2}, \qquad (3.10)$$

我们看到，只有在 $\psi\approx\sqrt{1-\beta}$ 或

$$\psi\approx\frac{1}{\gamma} \qquad (3.11)$$

时，(3.10)式才能是 $1-\beta$ 的数量级。因此大部分辐射都约束在瞬时速度方向周围的一个小角度 ψ 的范围里。

3.3 在真空中单个电子同步加速器辐射的频谱分布

正如在 3.1 节中所说的，同步加速器辐射是一个相对论性电子在磁场中沿着螺旋轨道运动时所发出的辐射。这种辐射的频谱分布可以通过对于由电子所发出的辐射电矢量的富里叶分析来研究。电子运动的轨迹为[(2.96)式，用 $-e$ 代替 e]

$$\boldsymbol{r}(t')=\frac{c\beta\sin\theta}{\omega_H}[\boldsymbol{l}\cos\omega_H t'+\boldsymbol{l}_2\sin\omega_H t']+\boldsymbol{l}_3 t'c\beta\cos\theta, \quad (3.12)$$

而速度 $\boldsymbol{\beta}'$（以 c 为单位）和加速度 $\dot{\boldsymbol{\beta}}'$ 为[参看(2.97)和(2.90)式]

$$\boldsymbol{\beta}'=\beta\boldsymbol{n},$$
$$\boldsymbol{n}=\sin\theta[-\boldsymbol{l}\sin\omega_H t'+\boldsymbol{l}_2\cos\omega_H t']+\boldsymbol{l}_3\cos\theta, \qquad (3.13)$$

以及

$$\dot{\boldsymbol{\beta}}'=\beta\omega_H\boldsymbol{l}_3\times\boldsymbol{n}。 \qquad (3.14)$$

这里由 $\boldsymbol{l}$, $\boldsymbol{l}_2$, $\boldsymbol{l}_3$ 组成的直角坐标系统，其取向为使 $\boldsymbol{l}_3$ 与外磁场的方向平行；θ 为电子速度和磁场方向之间的交角。我们假设，观测者处在 $\boldsymbol{l}_2\boldsymbol{l}_3$ 平面上，而指向观测者的方向 $\boldsymbol{k}$ 为

$$\boldsymbol{k}=\boldsymbol{l}_2\sin(\theta-\psi)+\boldsymbol{l}_3\cos(\theta-\psi), \qquad (3.15)$$

其中 ψ 为：当电子速度 $\boldsymbol{n}$ 处于 $\boldsymbol{l}_2\boldsymbol{l}_3$ 平面上时，$\boldsymbol{n}$ 和观测者方向 $\boldsymbol{k}$ 之间的交角 ϑ 的值（见图3.1）。

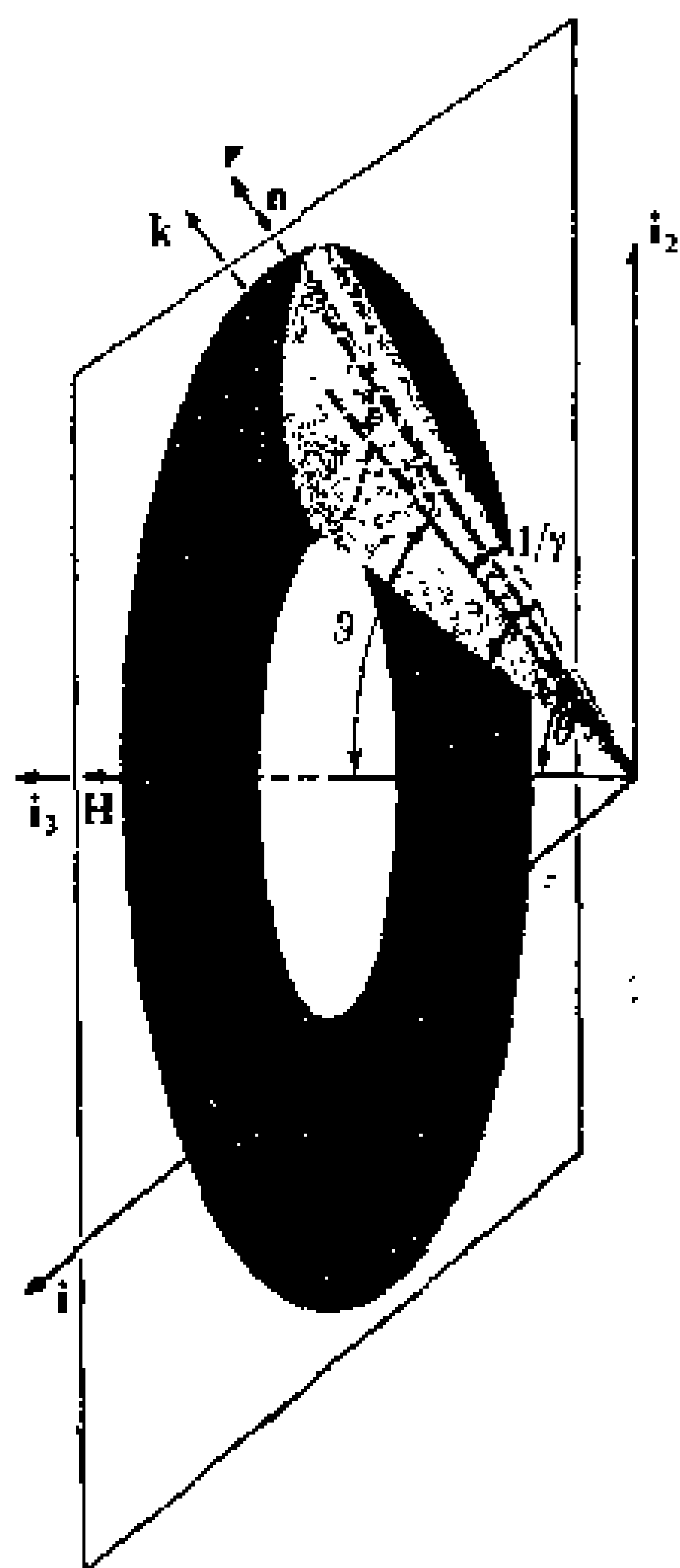


图3.1 单个电子同步加速器辐射的几何形态

电子发出的辐射，其电场 $E(t)$ 是一个时间的周期函数，周期为 $2\pi\sin^2\theta/\omega_H$ 左右。一个处在 $\boldsymbol{k}$ 方向上的观测者，当瞬时速度方向 $\boldsymbol{n}$ 和 $\boldsymbol{k}$ 重合时，可以看到

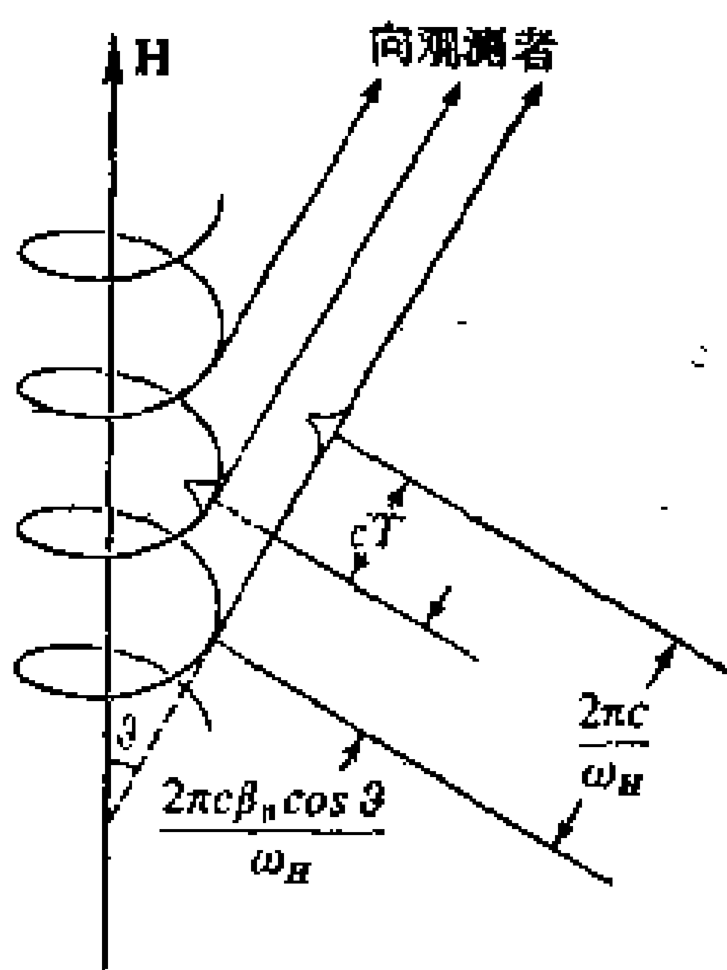


图3.2 单个电子同步加速器辐射的脉冲间距实测值的推导

辐射的脉冲。这些脉冲以时间间隔 T 周期性地出现，

$$T=\frac{2\pi}{\omega_H}(1-\beta_{\|}\cos\vartheta)=\frac{2\pi}{\omega_H}(1-\beta\cos\theta\cos\vartheta)$$

（见图3.2）。对于一个极近光速的相对论性电子，在围绕着速度方向的一个小角度 ψ 范围的辐射（$\vartheta\approx\theta,\beta\approx1$），在一级近似下，

$$T\approx\frac{2\pi}{\omega_H}(1-\beta\cos^2\theta)\approx\frac{2\pi}{\omega_H}\sin^2\theta。$$

因此,我们可以把辐射的电场 $\boldsymbol{E}(t)$ 表成频率为 $n(\omega_H/\sin^2\theta)$ 的单色波 $\exp[-i(\omega_H/\sin^2\theta)nt]$ 的富里叶级数:

$$\boldsymbol{E}(t)=\sum_{-\infty}^{+\infty}\boldsymbol{E}_n\exp\left(-i\frac{\omega_H}{\sin^2\theta}nt\right);$$

其中各个波的幅度 $\boldsymbol{E}_n$ 为

$$\boldsymbol{E}_n(\boldsymbol{R})=\frac{\omega_H}{2\pi\sin^2\theta}\int_0^{2\pi\sin^2\theta/\omega_H}\boldsymbol{E}(t)\exp\left(i\frac{\omega_H}{\sin^2\theta}nt\right)dt。\tag{3.16}$$

由于 $\boldsymbol{E}(t)$ 为实数,因此 $E_n^*=-E_{-n}$[1]。质点向单位立体角 $d\Omega=1$ 内发出,而在距离 R 处的观测者在单位时间 $dt=1$ 内所收到的(在一个周期内)平均能量 $\tilde{p}_{n\Omega}=(c/4\pi)\langle|\boldsymbol{E}(t)|^2\rangle R^2$,可以通过以下方式用幅度 $\boldsymbol{E}_n$ 来表达:

$$\frac{4\pi}{cR^2}\tilde{p}_{n\Omega}=\frac{4\pi}{cR^2}\left(\tilde{p}_{0\Omega}+\sum_{n=1}^{\infty}\tilde{p}_{n\Omega}\right)=\boldsymbol{E}_0^2+2\sum_{n=1}^{\infty}|\boldsymbol{E}_n|^2,\tag{3.17}$$

其中 $\tilde{p}_{n\Omega}$ 为电场的一个富里叶分量(谐波)的功率。对于一个动电荷,远处的电场 $\boldsymbol{E}(t)$ 由(3.8)式给定。因此,为了计算同步加速器辐射的功率[(3.17)式],我们要用到幅度 $\boldsymbol{E}_n$ 的方程(3.16)。我们把(3.8)式的 $\boldsymbol{E}(t)$ 以及 (3.13)、(3.14) 式的 $\boldsymbol{\beta}'$、$\dot{\boldsymbol{\beta}}'$ 引入 (3.16) 式。然后通过把参考系的原点选在电子附近,而且注意到观测者所在的距离比电子矢径远远大得多,我们可以把这样求得的 $\boldsymbol{E}_n$ 的表达式化简。这样,由于 $r\ll R$,从 $\boldsymbol{R}_0(t')=\boldsymbol{R}-\boldsymbol{r}(t')$,我们有 $R_0(t')=R-\boldsymbol{r}(t')\cdot\boldsymbol{R}_0'^*=R-\boldsymbol{r}\cdot\boldsymbol{k}$,其中 $\boldsymbol{R}^*\approx\boldsymbol{R}_0'^*=\boldsymbol{k}$。因此,借助于(3.8)和(3.4)式,我们从(3.16)式得到

1) 这里的符号 * 表示复共轭数。

$$E_n(\boldsymbol{R}) = \frac{\omega_H}{2\pi\sin^2\theta}\int_0^{2\pi\sin^2\theta/\omega_H} \boldsymbol{E}(t')\exp\left[in\frac{\omega_H}{\sin^2\theta}\right.$$
$$\left.\cdot\left(t' + \frac{R_0(t')}{c}\right)\right]\frac{\partial t}{\partial t'}dt'$$
$$= \frac{\omega_H}{2\pi\sin^2\theta}\frac{e}{Rc}\exp\left(in\frac{\omega_H}{\sin^2\theta}\frac{R}{c}\right)$$
$$\int_0^{2\pi\sin^2\theta/\omega_H}\frac{\boldsymbol{k}\times[(\boldsymbol{k}-\boldsymbol{\beta}')\times\dot{\boldsymbol{\beta}}']}{(1-\boldsymbol{\beta}'\cdot\boldsymbol{k})^2}\exp\left[in\frac{\omega_H}{\sin^2\theta}\right.$$
$$\left.\cdot\left(t' - \frac{\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}(t')}{c}\right)\right]dt'。\qquad(3.18)$$

为了把(3.18)式进一步简化，我们利用运动速度极近于光速、因而大部分同步加速器辐射都是向围绕着电子速度方向的一个小角度内发射的事实。忽略掉 $1/\gamma$ 的四次项和更高次的项，对于小 $1/\gamma$ 值，我们得到

$$\beta = 1 - \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\gamma}\right)^2,$$
$$1 - \boldsymbol{\beta}'\cdot\boldsymbol{k} = \frac{1}{2\gamma^2}(1 + \gamma^2\eta^2)。\qquad(3.19)$$

如果忽略掉 $1/\gamma$ 的二次以及更高次的项，则有

$$\dot{\boldsymbol{\beta}}' = \beta\omega_H\boldsymbol{l}_3\times\boldsymbol{n} = -\omega_H\sin\theta\boldsymbol{l} - \omega_H\sin\theta\cdot\chi\boldsymbol{l}_2,$$
$$\boldsymbol{k} - \boldsymbol{n} = \chi\sin\theta\boldsymbol{l} - \psi\boldsymbol{m},$$
$$\eta^2 = \chi^2\sin^2\theta + \psi^2,\qquad(3.20)$$

其中 $\chi = \omega_H t'$，$\boldsymbol{m} = \boldsymbol{l}_2\cos\theta - \boldsymbol{l}_3\sin\theta$。利用(3.12)，(3.19)和(3.20)式，我们可以算出以下的表达式：

$$\frac{\omega_H}{\sin^2\theta}\left(t' - \frac{\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}}{c}\right) = \frac{1}{\sin^2\theta}\left[\frac{\chi}{2\gamma^2}(1+\gamma^2\psi^2) + \frac{\chi^3}{6}\sin^2\theta\right],$$

$$\boldsymbol{k}\times[(\boldsymbol{k}-\boldsymbol{\beta}')\times\dot{\boldsymbol{\beta}}']$$
$$= (\boldsymbol{k}-\boldsymbol{n})\dot{\boldsymbol{\beta}}'\cdot(\boldsymbol{k}-\boldsymbol{n}) - \frac{1}{2\gamma^2}(1+\gamma^2\psi^2+\gamma^2\chi^2\sin^2\theta)\dot{\boldsymbol{\beta}}'$$

$$= \frac{1}{2}\omega_H \sin\theta \left[\boldsymbol{l}\left(\frac{1}{\gamma^2} + \phi^2 - \chi^2 \sin^2\theta\right) + \boldsymbol{m}\, 2\chi\phi \sin\theta\right],$$

$$1 - \boldsymbol{\beta}' \cdot \boldsymbol{k} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\gamma^2} + \phi^2 + \chi^2 \sin^2\theta\right), \tag{3.21}$$

其中 $1/\gamma$ 的四次项和更高次的项都忽略不计。 通过 (3.21) 式,幅度 $\boldsymbol{E}_n$ 的方程可以近似地写为

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{E}_n(\boldsymbol{R}) = &\frac{\omega_H}{\pi \sin^2\theta} \frac{e}{Rc} \exp\left(in \frac{\omega_H}{\sin^2\theta} \frac{R}{c}\right) \\
&\times \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left\{in \frac{1}{\sin^2\theta}\left[\frac{\chi}{2\gamma^2}(1 + \gamma^2\phi^2) + \frac{\chi^3}{6}\sin^2\theta\right]\right\} \\
&\times \frac{\boldsymbol{l}\left(\frac{1}{\gamma^2} + \phi^2 - \chi^2\sin^2\theta\right) + \boldsymbol{m}\, 2\chi\phi \sin\theta}{\left(\frac{1}{\gamma^2} + \phi^2 + \chi^2 \sin^2\theta\right)^2} \sin\theta\, d\chi \\
= &\frac{e}{\pi Rc} \frac{\omega_H}{\sin^2\theta} \exp\left(in \frac{\omega_H}{\sin^2\theta} \frac{R}{c}\right) \\
&\times \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left[is\left(w^2 u + \frac{1}{3}u^3\right)\right] \frac{\boldsymbol{l}(w^2 - u^2) + \boldsymbol{m}\, 2u\phi}{(w^2 + u^2)^2}\, du,
\end{aligned} \tag{3.22}$$

其中

$$w = \frac{1}{\gamma}\sqrt{1 + \gamma^2\phi^2}, \quad s = \frac{n}{2\sin^3\theta}, \quad u = \chi \sin\theta。$$

为了便于进一步地积分,我们把积分限延伸到 $(-\infty, +\infty)$; 这种做法是可以允许的,因为这个定积分在 χ 比 $1/\gamma$ 大得多的地方可以忽略不计。通过以下关系式(推导见文献 13):

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left[is\left(w^2 u + \frac{1}{3}u^3\right)\right] \cdot \frac{w^2 - u^2}{(w^2 + u^2)^2}\, du$$
$$= \frac{2}{\sqrt{3}} s w^2 K_{2/3}\left(\frac{2}{3} s w^3\right),$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left[is\left(w^2u + \frac{1}{3}u^3\right)\right] \cdot \frac{2u}{(w^2+u^2)^2}du$$
$$= i\frac{2}{\sqrt{3}}swK_{1/3}\left(\frac{2}{3}sw^3\right)$$

(其中 $K_{1/3}$ 和 $K_{2/3}$ 为含有虚宗量的第二类贝塞耳函数)，$\boldsymbol{E}_n$ 成为

$$\boldsymbol{E}_n = n\frac{e}{\sqrt{3}\pi Rc}\frac{\omega_H}{\sin^5\theta}\exp\left(in\frac{\omega_H}{\sin^2\theta}\frac{R}{c}\right)$$
$$\times\left[\boldsymbol{l}\frac{1}{\gamma^2}(1+\gamma^2\phi^2)K_{2/3}(y) + i\boldsymbol{m}\frac{\phi}{\gamma}\sqrt{1+\gamma^2\phi^2}K_{1/3}(y)\right], \tag{3.23}$$

其中

$$y = \frac{2}{3}sw^3 = \frac{n}{3\gamma^3\sin^3\theta}(1+\gamma^2\phi^2)^{3/2}。 \tag{3.24}$$

现在可以把(3.23)式代入(3.17)式来计算 n 次谐波的辐射投在立体角 $d\Omega$ 中的平均功率 $\tilde{p}_{n\Omega}d\Omega$。我们看到，$\tilde{p}_{n\Omega}$ 可以表为两个分量之和：

$$\tilde{p}_{n\Omega} = \frac{c}{2\pi}|\boldsymbol{E}_n|^2R^2 = \tilde{p}_{n\Omega}^{(1)} + \tilde{p}_{n\Omega}^{(2)}。 \tag{3.25}$$

其中的一个对应于与 $\boldsymbol{l}$ 平行的分量，另一个对应于与 $\boldsymbol{m}$ 平行的分量：

$$\tilde{p}_{n\Omega}^{(1)} = n^2\frac{e^2\omega_H^2}{6\pi^3c\sin^{10}\theta}\frac{1}{\gamma^4}(1+\gamma^2\phi^2)^2K_{2/3}^2(y),$$
$$\tilde{p}_{n\Omega}^{(2)} = n^2\frac{e^2\omega_H^2}{6\pi^3c\sin^{10}\theta}\frac{1}{\gamma^2}(1+\gamma^2\phi^2)\phi^2K_{1/3}^2(y)。$$

对于大的 γ 值，大部分能量在高次谐波上辐射出去。在高次谐波区域中，频谱实际上是连续的，而我们有着

$$\tilde{p}_{\nu\Omega}^{(1)} = \tilde{p}_{n\Omega}^{(1)}\frac{dn}{d\nu} = \frac{3e^2}{4\pi^2c}\frac{\omega_H}{\sin^2\theta}\gamma^2(1+\gamma^2\phi^2)^2x^2K_{2/3}^2(y),$$

$$\tilde{p}_{\nu\Omega}^{(2)} = \tilde{p}_{n\Omega}^{(2)} \frac{dn}{d\nu} = \frac{3e^2}{4\pi^2 c} \frac{\omega_H}{\sin^2\theta} \gamma^4\phi^2(1+\gamma^2\phi^2)x^2K_{1/3}^2(y)。 \tag{3.26}$$

这里用

$$\nu = n\frac{\omega_H}{2\pi\sin^2\theta}$$

来代替谐波数 n，并令

$$x = \frac{\nu}{\nu_c},$$

$$y = \frac{x}{2}(1+\gamma^2\phi^2)^{3/2}, \tag{3.27}$$

其中

$$\nu_c = \frac{3}{4\pi}\omega_H \sin\vartheta\gamma^3 = c_1 H\sin\vartheta E^2 \tag{3.28}$$

称为临界频率 $(\theta\approx\vartheta)$。 常数 $c_1 = (3e)/(4\pi m^3c^5) = 6.27\times 10^{18}$。方程(3.23)表明，电矢量的 n 次谐波画出了一个椭率为 b 的椭圆，

$$\tan b = \phi\cdot\frac{\gamma K_{1/3}(y)}{\sqrt{1+\gamma^2\phi^2}\cdot K_{2/3}(y)}; \tag{3.29}$$

因此，单个电子的同步加速器辐射是椭圆偏振的。偏振椭圆的短轴平行于 $\boldsymbol{m}$ 方向，即与磁场在垂直于波传播方向的平面上的投影平行。

在离观测者 $R(t')$ 处，一个以速度 β 运动的质点将在时间 $dt' = cdR/\beta_r$ 内走过一个径向距离 dR，其中质点的平均线速度在 R 上的投影 β_r 等于 $\beta\cos\theta\cos\vartheta\approx\beta\cos^2\theta$。质点在时间 dt' 上发出的辐射，根据(3.2)式(注意到指向观测者的速度取为正)将在时间

$$dt = (1-\beta_r)dt'$$

被观测者接收到。因此，在观测点上，在时间 dt 内，通过单位面积接收到的（由质点在 dt' 时间所发出的）辐射能量为

$$\frac{1}{R^2}\tilde{p}_{\nu\Omega}dt = \frac{1}{R^2}\tilde{p}_{\nu\Omega}(1-\beta_r)dt' = \frac{1}{R^2}p_{\nu\Omega}dt', \tag{3.30}$$

其中

$$p_{\nu\Omega} = \tilde{p}_{\nu\Omega}(1-\beta_r) \approx \tilde{p}_{\nu\Omega}\sin^2\theta \tag{3.31}$$

为质点在频率 ν 上向单位立体角发射的功率。对全部立体角和全部频率积分，我们得到质点发射的总功率，即由于同步加速器辐射引起的质点能量的耗损率，

$$p = \iint p_{\nu\Omega}d\nu d\Omega = -\frac{dE}{dt} = \frac{2e^4H^2\sin^2\vartheta}{3m^2c^3}\gamma^2 = c_2H^2\sin^2\vartheta E^2, \tag{3.32}$$

其中 $c_2 = (2e^4)/(3m^4c^7)$。对于电子和正电子，$c_2 = 2.37\times 10^{-3}$。对于质量为 M，电荷为 Ze 的质点，同步加速器耗损小了 $(M/Zm)^4$ 倍。因此，质子的同步加速器辐射与相同能量 E 的电子或正电子的相比较，完全可以忽略不计。

3.4 电子集体的同步加速器辐射

我们假设，在时间 t、体积 $d\tau = R^2dRd\Omega$ 中，有着 $N(E, \boldsymbol{m}, \boldsymbol{R}, t)dEd\tilde{\Omega}d\tau$ 个能量处在 E 和 $E+dE$ 之间、速度指向沿着某个方向 $\boldsymbol{m}$ 周围的 $d\tilde{\Omega}$ 范围内的电子（图 3.3）。因为只有速度处在一个很窄的角度 $\Delta\Omega = 2\pi\sin\mu\Delta\phi \simeq 2\pi\sin\vartheta\Delta\phi$ 范围内的质点才有着说得上的辐射；如果在很小的角度 $\sim\gamma^{-1}$ 里面电子的分布函数变动不大，则我们可以假设

$$N(E, \boldsymbol{m}, \boldsymbol{R}, t) = N(E, \boldsymbol{k}, \boldsymbol{r}, t)。$$

在单位时间内进入体积 $d\tau$ 的质点数目为

$$c\beta_r N\left(E, \boldsymbol{k}, \boldsymbol{r}, t-\frac{R}{c}\right)dEd\tilde{\Omega}d\Omega,$$

其中 t 为观测时刻，$t' = t - R/c$ 为发射时刻。由于每个质点都按照（3.30）式发射能量，因此，观测到的总流量（对一个给定的偏振 i）将为

$$F_\nu^{(i)} = \iiiint p_{\nu\Omega}^{(i)} N\left(E, \boldsymbol{k}, \boldsymbol{R}, t - \frac{R}{c}\right) dR d\Omega dE d\tilde{\Omega}。\quad (3.33)$$

对于一个静止的、发出辐射的质点云

$$N\left(E, \boldsymbol{k}, \boldsymbol{m}, t - \frac{r}{c}\right) \equiv N(E, \boldsymbol{k}, \boldsymbol{R})$$

和

$$F_\nu^{(i)} = \iiiint p_{\nu\Omega}^{(i)} N(E, \boldsymbol{k}, \boldsymbol{R}) dR d\Omega dE d\tilde{\Omega}。\quad (3.34)$$

对于一个以速度 $\boldsymbol{V}$ 运动着的云，我们有着 $N(E, \boldsymbol{k}, \boldsymbol{R}, t) = N'(E, \boldsymbol{k}, \boldsymbol{R} - \boldsymbol{V}t)$，而

$$F_\nu^{(i)} = F_{\nu S}^{(i)} \left(1 - \frac{V_r}{c}\right)^{-1},\quad (3.35)$$

其中 $F_{\nu S}^{(i)}$ 为从一个有着电子分布 $N'(E, \boldsymbol{k}, \boldsymbol{R})$ 的静止的云上观测到的流量[(3.34)式]。

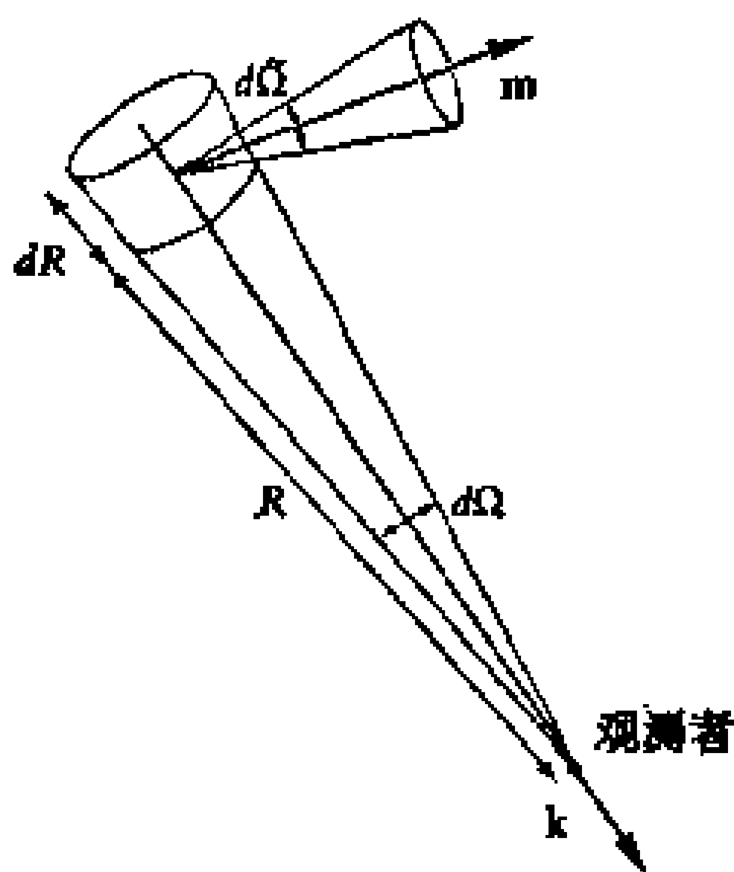


图 3.3 电子集体的同步加速器辐射的描述

正如（3.29）式所示，单个电子辐射的偏振的椭率和 ψ 的一次方成正比。因此，如果有着从电子集体发出的辐射，则在对 ψ 积分时，只要是电子分布函数 N 在小角度 $\sim \gamma^{-1}$ 之内没有剧烈的变化，则负的 ψ 的贡献将抵消掉正的 ψ 的贡献。在这样的假设下，电子集体的同步加速器辐射的偏振椭率将为零。我们将保留这种假设，并且仅仅考虑同步加速器辐射的线偏振。

在真空中，对于一个有着均匀电子分布的固定区域发出的同步加速器辐射，其发射系数 $\mathcal{E}_\nu^{(i)}$ 为

$$\varepsilon_\nu^{(i)}=\int_{4\pi}\int_0^\infty N(E,\boldsymbol{k})p_{\nu\Omega}^{(i)}d\Omega dE。\tag{3.36}$$

其中，$N(E,\boldsymbol{k})dEd\Omega$ 为速度在沿着 $\boldsymbol{k}$ 方向的 $d\Omega$ 范围内、能量在 E 附近的 dE 范围内的电子数目，而 $p_{\nu\Omega}^{(i)}$ 由（3.31）和（3.26）式给定。对于各向同性的电子速度分布

$$\mathcal{E}_\nu^{(i)}=\frac{1}{4\pi}\int_0^\infty N(E)\left(\int_{4\pi}p_{\nu\Omega}^{(i)}d\Omega\right)dE=\frac{1}{4\pi}\int_0^\infty N(E)p_\nu^{(i)}dE。\tag{3.37}$$

由于同步加速器辐射的方向性非常强，$p_{\nu\Omega}^{(i)}$ 对 $d\Omega$ 的积分可以限在图 3.1 的影线环里，其中包含了发射出同步加速器辐射的主要部分的所有方向。这样，我们可以令 $d\Omega\cong2\pi\sin\vartheta d\psi$；而且，由于把 $d\psi$ 的积分从$(-1/\gamma,1/\gamma)$延伸到$(-\infty,+\infty)$不会带来觉察得到的误差（因为这一部分定积分很小），我们可以近似地写出

$$p_\nu^{(i)}=\int_{4\pi}p_{\nu\Omega}^{(i)}d\Omega\cong2\pi\sin\vartheta\int_{-\infty}^{+\infty}p_{\nu\Omega}^{(i)}d\psi$$

$$=\begin{cases}\dfrac{3e^2}{2\pi c}\omega_H\sin\vartheta\gamma^2x^2\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty}(1+\gamma^2\psi^2)^2\\ \qquad\times\left[K_{2/3}\left(\dfrac{x}{2}\sqrt{(1+\gamma^2\psi^2)^3}\right)\right]^2d\psi & \text{对于 } i=1,\\ \dfrac{3e^2}{2\pi c}\omega_H\sin\vartheta\gamma^2x^2\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty}\gamma^2\psi^2(1+\gamma^2\psi^2)\\ \qquad\times\left[K_{1/3}\left(\dfrac{x}{2}\sqrt{(1+\gamma^2\psi^2)^3}\right)\right]^2d\psi & \text{对于 } i=2。\end{cases}$$

其中的积分为[1)]

1）这些定积分在文献 13 中算过。

$$\int_{-\infty}^{+\infty}(1+\gamma^2\psi^2)^2\left[K_{2/3}\left(\frac{x}{2}\sqrt{(1+\gamma^2\psi^2)^3}\right)\right]^2 d\psi$$

$$=\frac{\pi}{\sqrt{3}\,\gamma x}\left[\int_x^{\infty}K_{5/3}(z)dz+K_{2/3}(x)\right],$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\gamma^2\psi^2(1+\gamma^2\psi^2)\left[K_{1/3}\left(\frac{x}{2}\sqrt{(1+\gamma^2\psi^2)^3}\right)\right]^2 d\psi$$

$$=\frac{\pi}{\sqrt{3}\,\gamma x}\left[\int_x^{\infty}K_{5/3}(z)dz-K_{2/3}(x)\right]。$$

因此，

$$p_\nu^{(i)}=\int_{4\pi}p_{\nu\Omega}^{(i)}d\Omega\cong\frac{\sqrt{3}\,e^3}{2mc^2}H\sin\vartheta[F(x)\pm G(x)],\quad(3.38)$$

其中

$$F(x)=x\int_x^{\infty}K_{5/3}(z)dz,$$

$$G(x)=xK_{2/3}(x),$$

而 $K_{5/3}$ 和 $K_{2/3}$ 为第二类贝塞耳函数。这样，发射系数为

$$\mathcal{E}_\nu^{(i)}=\frac{1}{2}c_3H\sin\vartheta\int_0^{\infty}N(E)[F(x)\pm G(x)]dE,\quad(3.39)$$

其中 x 为 E 的函数[见(3.27)和(3.28)式]，而

$$c_3=\frac{\sqrt{3}}{4\pi}\frac{e^3}{mc^2}=1.87\times10^{-23}。$$

总发射系数 $\mathcal{E}_\nu=\mathcal{E}_\nu^{(1)}+\mathcal{E}_\nu^{(2)}$ 为

$$\mathcal{E}_\nu=c_3H\sin\vartheta\int_0^{\infty}N(E)F(x)dE。\quad(3.40)$$

函数 $F(x)$ 和 $G(x)$ 示于图 3.4 并列在附录 2 的表中（表 1 及表 5）。$F(x)$ 在 $x=0.29$ 处达到极大，而 $G(x)$ 的极大在 $x=0.4$ 处。对于小的 x 值，这些函数的渐近式为

$$F(x)\propto\frac{4\pi}{\sqrt{3}\,\Gamma(1/3)\sqrt[3]{2}}x^{1/3},$$

$$G(x) \propto \frac{2\pi}{\sqrt{3}\,\Gamma(1/3)\sqrt[3]{2}} x^{1/3};$$

对于大 x 值为

$$F(x) \propto \sqrt{\frac{\pi x}{2}}\, e^{-x},$$

$$G(x) \propto \sqrt{\frac{\pi x}{2}}\, e^{-x}。$$

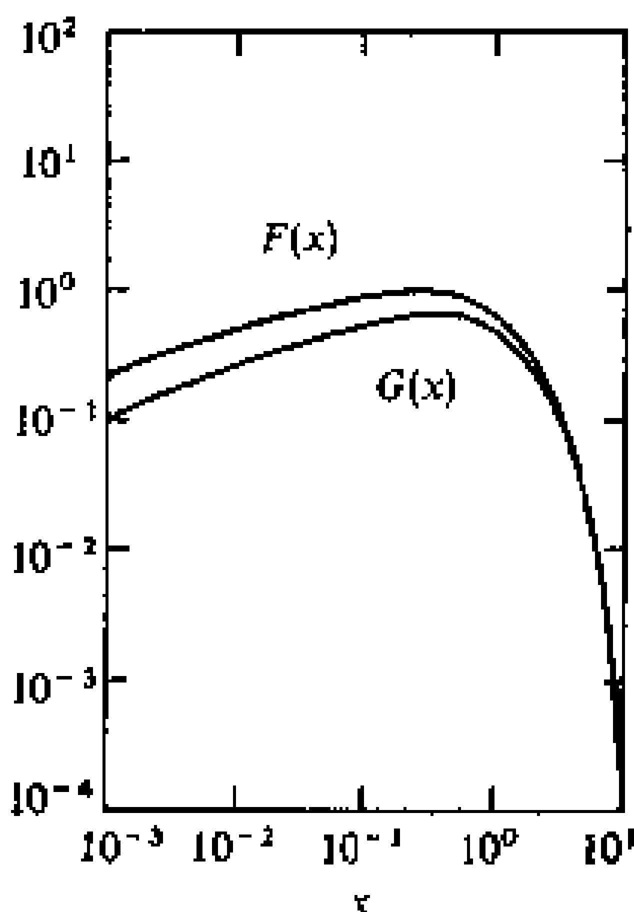


图 3.4　$F(x)$ 和 $G(x)$ 函数

为了定出同步加速器辐射的吸收系数 $\kappa_\nu^{(i)}$，让我们考虑在一个由相对论性电子和磁场组成的系统中，能量为 $h\nu = \hbar k c$ 的光子在能级 E 和 $E + h\nu$ 之间跃迁时的吸收和受激辐射的过程（图 3.5）。在动量空间中，单位时间内光子数密度的净变化为

$$[B_{21}^{(i)} N(\boldsymbol{p} + \hbar \boldsymbol{k}) - B_{12}^{(i)} N(\boldsymbol{p})] I_\nu^{(i)},$$

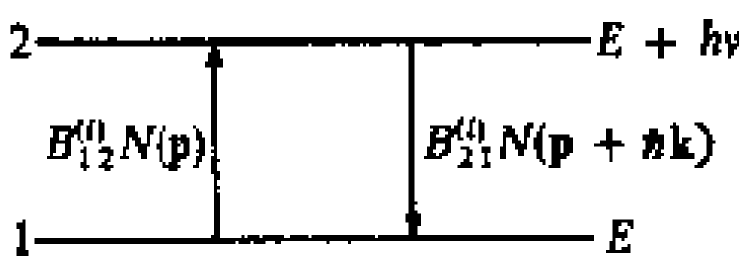


图 3.5　推导同步加速器吸收系数

其中，$B_{21}^{(i)}$ 和 $B_{12}^{(i)}$ 为一个给定偏振(i)的爱因斯坦系数，$N(\boldsymbol{p})$ 为这个空间中的电子分布函数，$I_\nu^{(i)}$ 为同一种偏振的辐射强度。这样，对于一个给定偏振(i)的吸收系数 $\kappa_\nu^{(i)}$ 为

$$\kappa_\nu^{(i)} \equiv \frac{1}{I_\nu^{(i)}} \frac{dI_\nu^{(a,i)}}{ds} = \int [B_{12}^{(i)} N(\boldsymbol{p}) - B_{21}^{(i)} N(\boldsymbol{p} + \hbar \boldsymbol{k})] h\nu d\boldsymbol{p}; \tag{3.41}$$

对于一个方向的偏振，利用爱因斯坦关系，

$$B_{12}^{(i)} = B_{21}^{(i)} = A^{(i)} \frac{c^2}{h\nu^3},$$

我们有

$$\kappa_\nu^{(i)} = \int [N(\boldsymbol{p}) - N(\boldsymbol{p} + \hbar \boldsymbol{k})] \frac{c^2}{h\nu^3} A^{(i)} h\nu d\boldsymbol{p}。$$

如果 θ 和 φ 为球坐标系的方位角和极角，则

$$\kappa_\nu^{(i)} = \iint \left[N(p, \theta, \varphi) - N\left(p + \frac{h\nu}{c}, \theta, \varphi\right) \right] \frac{c^2}{\nu^2} A^{(i)} p^2 dp d\Omega。$$

对于各向同性的电子分布， $N(p) = \int N(p, \theta, \varphi) d\Omega$，

$$\kappa_\nu^{(i)} = \frac{1}{4\pi} \int \left[N(p) - N\left(p + \frac{h\nu}{c}\right) \right] \frac{c^2}{\nu^2} \left[\int A^{(i)} d\Omega \right] p^2 dp。$$

如果我们考虑到只有对于 $(h\nu/c) \ll p$ 的跃迁才有着大的强度，则我们有

$$N\left(p + \frac{h\nu}{c}\right) - N(p) \cong \frac{h\nu}{c} \frac{dN}{dp},$$

而

$$\kappa_\nu^{(i)} = -\frac{hc}{4\pi\nu} \int p^2 \frac{dN}{dp} \left[\int A^{(i)} d\Omega \right] dp。$$

按能量 $(E = cp)$ 来说，对于各向同性的电子分布，我们有

$$N(E) dE = N(p) p^2 dp,$$

和

$$\kappa_\nu^{(i)} = -\frac{hc^2}{4\pi\nu} \int E^2 \frac{d}{dE} \left(\frac{N(E)}{E^2} \right) \int A^{(i)} d\Omega dE;$$

但是，因为

$$\int A^{(i)} d\Omega = \frac{1}{h\nu} \int p_{\nu\Omega}^{(i)} d\Omega = \frac{p_\nu^{(i)}}{h\nu}$$

已由(3.38)式给出，最终我们得到

$$\kappa_\nu^{(i)} = -\frac{c^2}{8\pi\nu^2} \frac{\sqrt{3}\, e^3}{mc^2} H \sin\vartheta \int_0^\infty E^2 \frac{d}{dE} \left[\frac{N(E)}{E^2} \right] \times [F(x) \pm G(x)] dE。$$

平均吸收系数 $\kappa_\nu = \frac{1}{2}(\kappa_\nu^{(1)} + \kappa_\nu^{(2)})$ 为

$$\kappa_\nu = -\frac{c^2}{2\nu^2} c_3 H \sin\vartheta \int_0^\infty E^2 \frac{d}{dE}\left(\frac{N(E)}{E^2}\right) F(x) dE。\quad (3.42)$$

这里我们要提一下，在真空中一个相干同步加速器辐射是不可能导致量子放大器效应的。要证明这一点，我们指出不管 $N(E)$ 有着什么形式，吸收系数 κ_ν 总是正的。把(3.42)式分部积分，我们有

$$\kappa_\nu = -\frac{c^2}{2\nu^2} c_3 H \sin\vartheta N(E) F(x) \Big|_{E=0}^{E=\infty} + \frac{c^2}{2\nu^2} c_3 H \sin\vartheta$$
$$\times \int_0^\infty \frac{N(E)}{E^2} \frac{d}{dE} [E^2 F(x)] dE。$$

对于规则的电子分布，由于当 $E \to \infty$ 时，$N(E) \to 0$，以及当 $E \to 0$，$x \to \infty$ 和 $F(x) \propto (e^{-x} x^{1/2})$ 给出 $e^{-x} x^{1/2} N(E) \to 0$，上式第一项等于零。这样，我们有

$$\kappa_\nu = \frac{c^2}{2\nu^2} c_3 H \sin\vartheta \int_0^\infty \frac{N(E)}{E^2} \frac{d}{dE} [E^2 F(x)] dE。$$

由于 $x =$ 常数 $\cdot E^{-2}$，而 $E(dx/dE) = -2x$，因此上式里定积分中的导数正比于

$$E\left(2F + E\frac{dx}{dE}\frac{dF}{dx}\right) = 2\left(F - x\frac{dF}{dx}\right) = 2F\left(1 - \frac{d\log F}{d\log x}\right)。$$

对于小 x，$F(x) \propto x^{1/3}$；而当 x 增大时，斜率变小（见图 3.4）；因此，$(d\log F)/(d\log x) \leqslant 1/3$，而 κ_ν 总是正的。

我们将对几种特定的相对论性电子分布函数写出它们的吸收和发射系数，并讨论它们的频谱。我们将从**单能量电子**(monoenergetic electrons) 开始，其中 $N(E) = N_0 \delta(E - E_0)$。(3.40) 所给的总发射系数成为

$$\mathcal{E}_\nu = c_3 H \sin\vartheta N_0 F(x)。\quad (3.43)$$

把 (3.42) 式分部积分，由于积分后第一项在能量积分限 $(0, \infty)$ 的两端都等于零，我们得到平均吸收系数为

$$\kappa_\nu = \frac{c^2}{2\nu^2} c_3 H \sin\vartheta \frac{N_0}{E_0^2} \left\{ \frac{d}{dE} [E^2 F(x)] \right\}_{E=E_0}。$$

如果我们把 $F(x)$ 写为

$$F(x) = \frac{\nu}{c_1 H \sin\vartheta} \frac{1}{E^2} \int_{\nu/\nu_c}^{\infty} K_{5/3}(z) dz,$$

并代入以上方程，则

$$\begin{aligned} \kappa_\nu &= -\frac{c^2}{2} \frac{1}{E_0^2} \frac{c_3}{c_1} \frac{N_0}{\nu} K_{5/3}\left(\frac{\nu}{\nu_c(E_0)}\right) \left[\frac{d}{dE}\left(\frac{\nu}{\nu_c}\right)\right]_{E=E_0} \\ &= +c^2 \frac{c_3}{c_1^2} \frac{N_0}{H \sin\vartheta} \frac{1}{E_0^5} K(x) = c_4 \frac{(H\sin\vartheta)^{3/2} N_0}{\nu_c^{5/2}} K(x), \end{aligned}$$

(3.44)

其中，$c_4 = c_1^{1/2} c_3 c^2 = 4.20 \times 10^7$，而 $K(x) \equiv K_{5/3}(x)$ 示于图 3.6 并列在附录 2 的表 1 中。如果 λ_m 为对应于 $\nu_m = 0.29\nu_c(E_0)$ 的波长，则

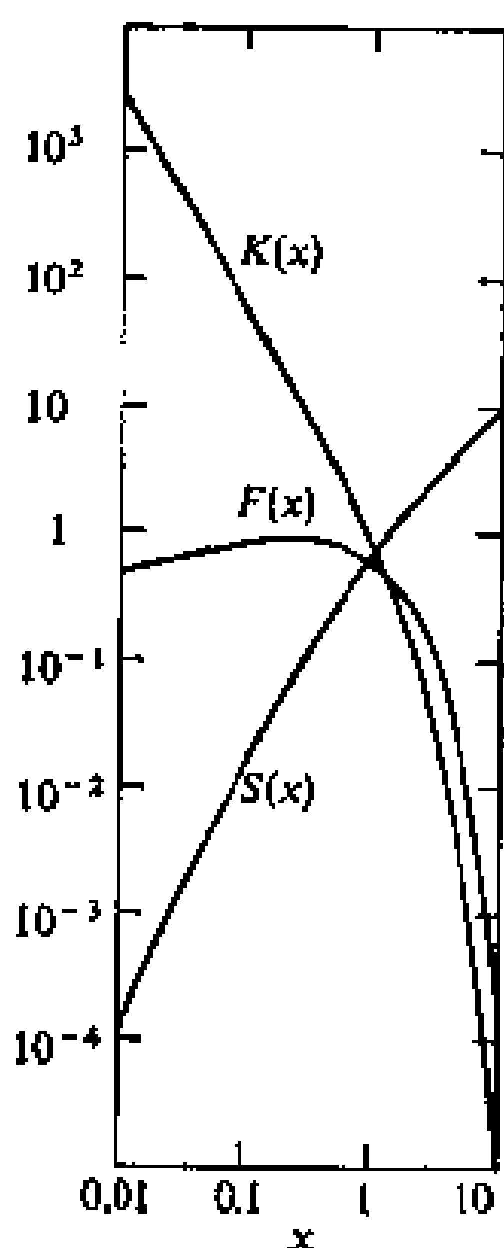


图 3.6 $F(x)$，$K(x)$ 和 $S(x)$ 函数

$$\kappa_\nu(\lambda_m) = 1.72 \times 10^{-23} \frac{\lambda_m^2}{E_0} N_0 H \sin\vartheta。$$

(3.45)

源函数 $S_\nu = \mathcal{E}_\nu/\kappa_\nu$ 的形式为

$$\begin{aligned} S_\nu &= \frac{c_1^2}{c^2} (H\sin\vartheta)^2 E_0^5 S(x) \\ &= \frac{\nu_c^{5/2}}{c^2\sqrt{c_1 H \sin\vartheta}} S(x) = \frac{E_0}{\lambda_0^2} S(x), \end{aligned}$$

(3.46)

其中，λ_0 为对应于 $\nu_0(E_0)$ [而非 $0.29\nu_c(E_0)$] 的波长；而 $S(x) = F(x)/K(x)$ 示于图 3.6，并在附录 2（表 1）中列出。如果我们假设源函数 S_ν 在辐射区中不变，并假设没有入射辐射 $[I_\nu(0) = 0]$，那么我们

可以很容易地解出下列转移方程（s 为辐射区的几何厚度）

$$I_\nu(s) = I_\nu(0)e^{-\tau_\nu(s,0)} + \int_0^s e^{-\tau_\nu(s,s')}\kappa_\nu S_\nu ds'。$$

由于 $\kappa_\nu ds = d\tau_\nu$，得出的解为

$$I_\nu(\tau_\nu) = S_\nu\int_0^s e^{-\tau_\nu(s,s')}d\tau'_\nu = S_\nu(1 - e^{-\tau_\nu})。\qquad (3.47)$$

如果假设在辐射区中吸收系数不变，则

$$\tau_\nu = \kappa_\nu s = c_4\frac{(H\sin\vartheta)^{3/2}}{\nu_c^{5/2}}N_0\cdot sK(x) = c_4\frac{(H\sin\vartheta)^{3/2}}{\nu_c^{5/2}}N_T K(x),$$

其中 $N_T = N_0 s$ 为沿着视线的电子总数量。我们可以把(3.47)式写为

$$I_\nu(\tau_\nu) = \frac{\nu_c^{5/2}}{c^2\sqrt{c_1 H\sin\vartheta}}S(x)[1 - e^{-\tau(x)}]$$

$$= \frac{\nu_c^{5/2}S(0.29)}{c^2\sqrt{c_1 H\sin\vartheta}}J(x, \tau_m), \qquad (3.48)$$

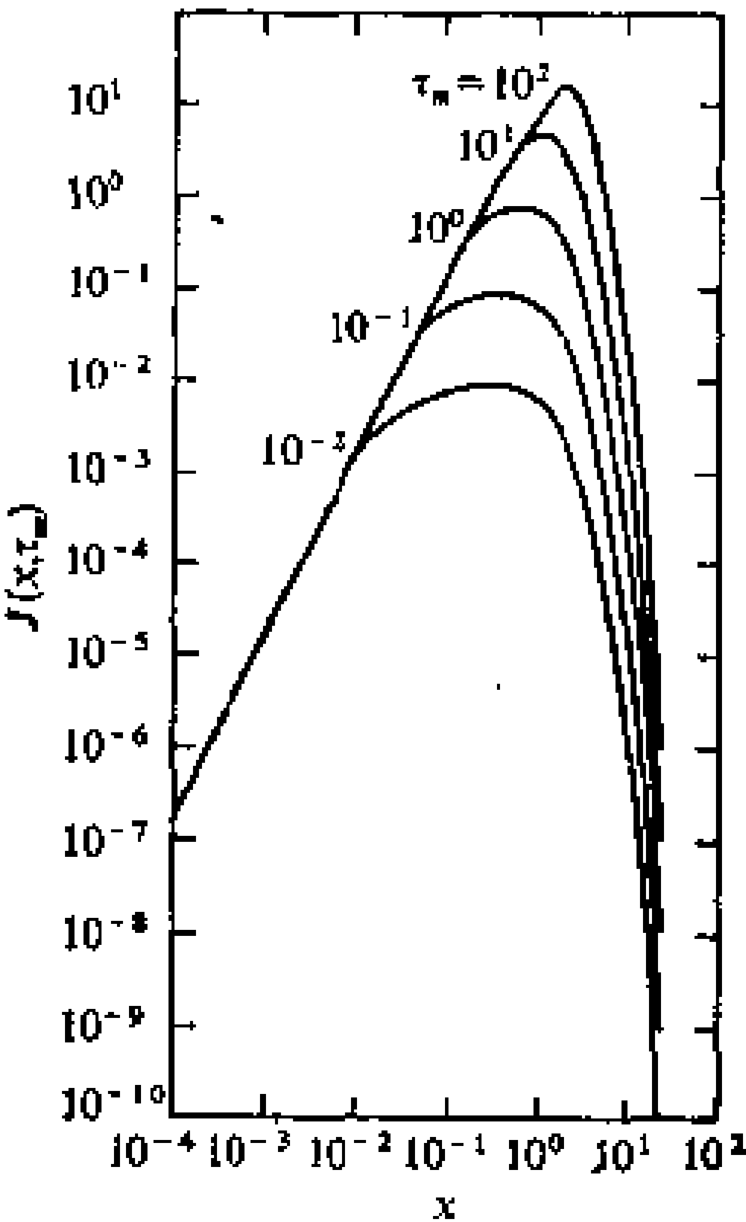


图 3.7 $J(x, \tau_m)$ 函数

其中

$$J(x, \tau_m) = S(x)\left[1 - e^{-\tau_m \frac{K(x)}{K(0.29)}}\right]$$

及

$$\tau_m = \tau_\nu(0.29)。$$

$J(x, \tau_m)$ 函数示于图 3.7 并在附录 2 (表 2)中列出。

对于一个幂定律电子分布，$N(E) = N_0 E^{-\gamma}$,[1] 发射系数 $\mathcal{E}_\nu^{(i)}$ 成为

$$\begin{aligned}\mathcal{E}_\nu^{(i)} &= \frac{1}{2} c_3 H \sin\vartheta N_0 \int_0^\infty E^{-\gamma}[F(x) \pm G(x)]dE \\ &= \frac{1}{4} c_3 N_0 H \sin\vartheta \left(c_1 \frac{H\sin\vartheta}{\nu}\right)^{(\gamma-1)/2} \int_0^\infty x^{(\gamma-1)/2} \\ &\quad \times \left[\int_0^\infty K_{5/3}(z)dz \pm K_{2/3}(x)\right] dx。\end{aligned}$$

借助于以下贝塞耳函数之间的关系[2](对 $\gamma > 1/3$ 成立)，

$$\begin{aligned}&\int_0^\infty x^{(\gamma-1)/2} \int_x^\infty K_{5/3}(z)dz\, dx \\ &\qquad = \frac{\gamma + 7/3}{\gamma + 1} 2^{(\gamma-3)/2} \Gamma\left(\frac{3\gamma - 1}{12}\right)\Gamma\left(\frac{3\gamma + 7}{12}\right),\end{aligned}$$

$$\int_0^\infty x^{(\gamma-1)/2} K_{2/3}(x)dx = 2^{(\gamma-3)/2}\Gamma\left(\frac{3\gamma - 1}{12}\right)\Gamma\left(\frac{3\gamma + 7}{12}\right),$$

我们可以把发射系数写成它的最终形式

$$\mathcal{E}_\nu^{(i)} = \frac{1}{2} c_5(\gamma) N_0 (H\sin\vartheta)^{(\gamma+1)/2}\left(\frac{\nu}{2c_1}\right)^{(1-\gamma)/2}\left[1 \pm \frac{\gamma+1}{\gamma+7/3}\right], \tag{3.49}$$

---

1) 一直到本章末，γ 都用来表示电子能谱的指数，而不代表 E/mc^2。

2) 这个关系式在文献 13 中导出了。

其中

$$c_5(\gamma)=\frac{1}{4}c_3\Gamma\left(\frac{3\gamma-1}{12}\right)\Gamma\left(\frac{3\gamma+7}{12}\right)\cdot\left(\frac{\gamma+7/3}{\gamma+1}\right)$$

列在附录 2 (表 7)中。总发射系数为

$$\mathcal{E}_\nu=c_5(\gamma)N_0(H\sin\vartheta)^{(\gamma+1)/2}\left(\frac{\nu}{2c_1}\right)^{(1-\gamma)/2}。\qquad(3.50)$$

吸收系数 $\kappa_\nu^{(i)}$ 等于

$$\kappa_\nu^{(i)}=-\frac{c^2N_0}{2\nu^2}c_3H\sin\vartheta\int_0^\infty E^2\frac{d}{dE}(E^{-\gamma-2})[F(x)\pm G(x)]dE$$

$$=\frac{c^2}{4\nu^2}N_0c_3(H\sin\vartheta)^{(\gamma+2)/2}(\gamma+2)\left(\frac{c_1}{\nu}\right)^{\gamma/2}$$

$$\times\int_0^\infty x^{\gamma/2}\left[\int_x^\infty K_{5/3}(z)dz\pm K_{2/3}\right]dx。$$

用方程(3.49)之前的第一个关系式,而把 $\gamma-1$ 代以 γ,我们得到

$$\kappa_\nu^{(i)}=c_6(\gamma)N_0(H\sin\vartheta)^{(\gamma+2)/2}\left(\frac{\nu}{2c_1}\right)^{-(\gamma+4)/2}\left(1\pm\frac{\gamma+2}{\gamma+10/3}\right),\qquad(3.51)$$

其中

$$c_6(\gamma)=\frac{1}{32}\left(\frac{c}{c_1}\right)^2c_3\left(\gamma+\frac{10}{3}\right)\Gamma\left(\frac{3\gamma+2}{12}\right)\Gamma\left(\frac{3\gamma+10}{12}\right)。$$

因此,平均吸收系数 $\kappa_\nu=\frac{1}{2}(\kappa_\nu^{(1)}+\kappa_\nu^{(2)})$ 为

$$\kappa_\nu=c_6(\gamma)N_0(H\sin\vartheta)^{(\gamma+2)/2}\left(\frac{\nu}{2c_1}\right)^{-(\gamma+4)/2}。\qquad(3.52)$$

函数 c_6 列在附录 2 (表 7) 中。对于一个幂定律电子分布,由(3.47)式所给出的转移方程的解可以写为

$$I_\nu=S(\nu_1)\cdot J\left(\frac{\nu}{\nu_1},\gamma\right),\qquad(3.53)$$

其中,ν_1 定义为 $\tau(\nu_1)=1$,给定为(s 为辐射区的几何厚度)

$$\nu_1 = 2c_1(sc_6)^{2/(\gamma+4)}N_0^{2/(\gamma+4)}(H\sin\vartheta)^{(\gamma+2)/(\gamma+4)},$$

$$S(\nu_1) = \frac{c_5}{c_6}(H\sin\vartheta)^{-1/2}\left(\frac{\nu_1}{2c_1}\right)^{5/2};$$

而函数 $J(z, \gamma)$，定义为

$$J(z, \gamma) = z^{5/2}[1 - \exp(-z^{-(\gamma+4)/2})],$$

示于图 3.8 并列在附录 2（表 3）中。我们看到，对于幂定律电子分布，同步加速器的频谱有着一个幂定律的形式。在高频段上，指数为 α，

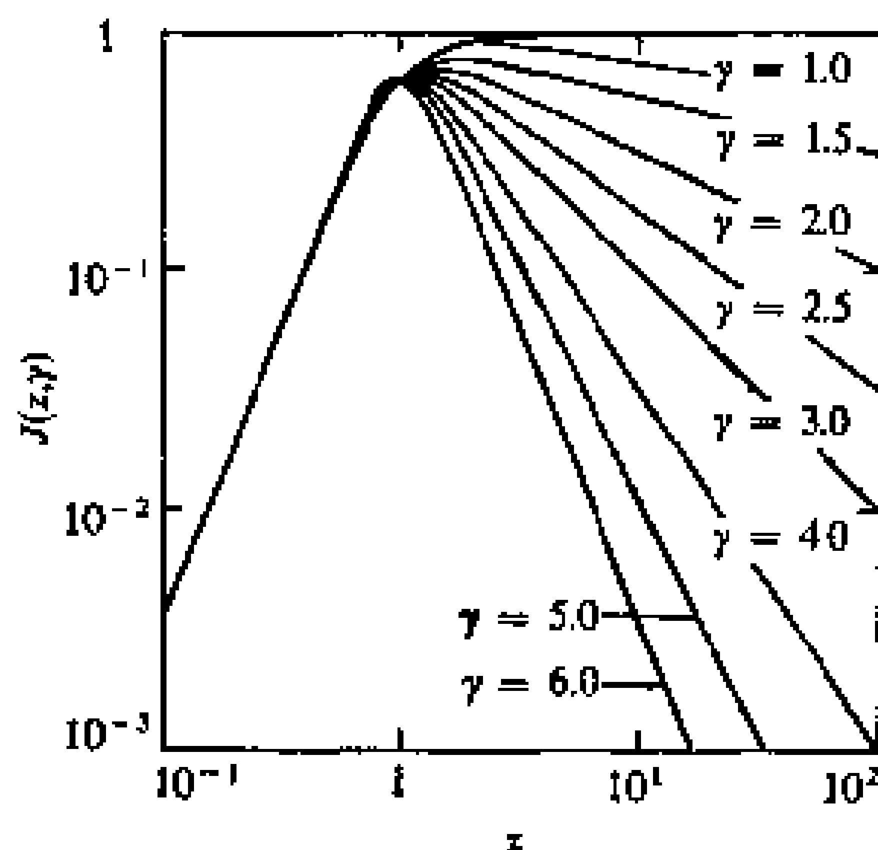


图 3.8 $J(z, \gamma)$ 函数

$$I_\nu \cong S_\nu\tau_\nu \propto \nu^{-(\gamma-1)/2} = \nu^{-\alpha},$$

其中

$$\alpha = \frac{\gamma - 1}{2};$$

而在低频段上，

$$I_\nu \cong S_\nu \propto \nu^{5/2},$$

频谱的变化不依赖于 γ。对于 $\gamma > 1$，频谱上有着一个极大值处在频率 ν_m 上，而这可以通过把(3.52)式对频率微分然后把结果取为零来求出。这种做法给出了以下有关 ν_m 的方程：

$$e^{\tau_m} = 1 + \frac{\gamma + 4}{5}\tau_m,$$

其中 $\tau_m = \tau(\nu_m)$。对几种 γ 值，这个方程的解为

γ	2	3	4	5
τ_m	0.35	0.65	0.88	1.08。

我们看到，ν_1 和 ν_m 并不一致，而它们之间的比值为

$$\frac{\nu_1}{\nu_m} = \tau_m^{2/(\gamma+4)}。$$

对于相对论性电子的麦克斯韦分布，$N(E)=N_0E^2\exp(-E/kT)$（k 为玻耳兹曼常数，T 为电子温度，而 N_0 是一个常数），同步加速器辐射的发射系数 $\mathcal{E}_\nu$ 和吸收系数 κ_ν 为

$$\mathcal{E}_\nu=\frac{c_3}{c_1}N_0kT\nu I(x_M)=4.11\times10^{-58}N_0T\nu I(x_M),\quad(3.54)$$

$$\kappa_\nu=\frac{c^2}{2}\frac{c_3}{c_1}N_0\frac{1}{\nu}I(x_M)=1.34\times10^{-21}\frac{N_0}{\nu}I(x_M),\quad(3.55)$$

而源函数为

$$S_\nu=\frac{2kT\nu^2}{c^2}=3.07\times10^{-37}T\nu^2。\quad(3.56)$$

在以上公式的推导中，我们代入了 $z=E/kT$ 及 $x_M=\nu/\nu_M$，其中 $\nu_M=c_1H\sin\vartheta(kT)^2$。按照这种符号，函数 $I(x_M)$ 的形式为

$$I(x_M)=\frac{1}{x_M}\int_0^\infty z^2\exp(-z)F\left(\frac{x_M}{z^2}\right)dz。$$

函数 $I(x_M)$ 示于图 3.9 并在附录 2（表 4）中列出。对于小 x_M 值（$\lesssim10^{-3}$），可以用以下 $I(x_M)$ 的渐近式：

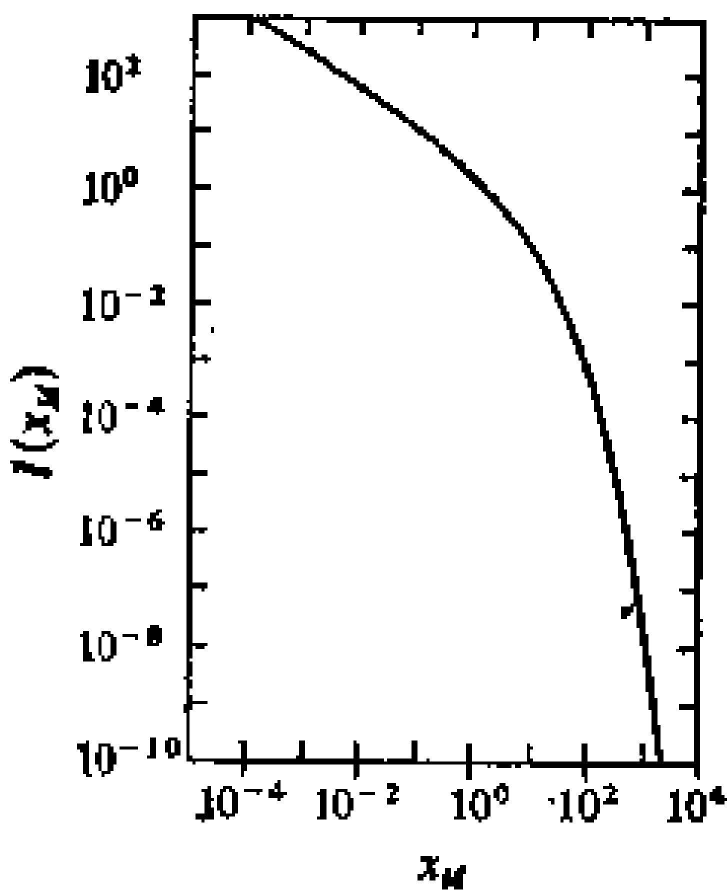


图 3.9 $I(x_M)$ 函数

$$I(x_M) \cong \frac{1}{x_M} \frac{16\pi}{9\sqrt{3}} \left(\frac{x_M}{2}\right)^{1/3} \cong 2.56 x_M^{-2/3}。$$

3.5 同步加速器辐射的偏振

前一节里，我们推导了各种不同偏振的同步加速器辐射的发射和吸收系数的表达式。我们还指明了对于有着比较平滑分布的极近光速的相对论性电子，偏振的椭率可以忽略不计†。我们现在要讨论带有偏振的同步加速器辐射穿过广阔区域时的情况［考虑到可能的法拉弟效应使辐射偏振面发生旋转（见 2.3 节）］。较为方便的方法是使用三个和斯托克斯参量 I, Q, U（见附录 1）有关的参量 $I^{(x)}$, $I^{(y)}$, $I^{(xy)}$, 如下：[1)]

$$
\begin{aligned}
I &= I^{(x)} + I^{(y)}, \\
Q &= I^{(x)} - I^{(y)}, \\
U &\equiv U^{(xy)} = (I^{(x)} - I^{(y)}) \tan 2\chi^{(xy)}
\end{aligned}
\tag{3.57}
$$

（由于我们不计及椭圆偏振，所以假设斯托克斯参量 $V = 0$）。

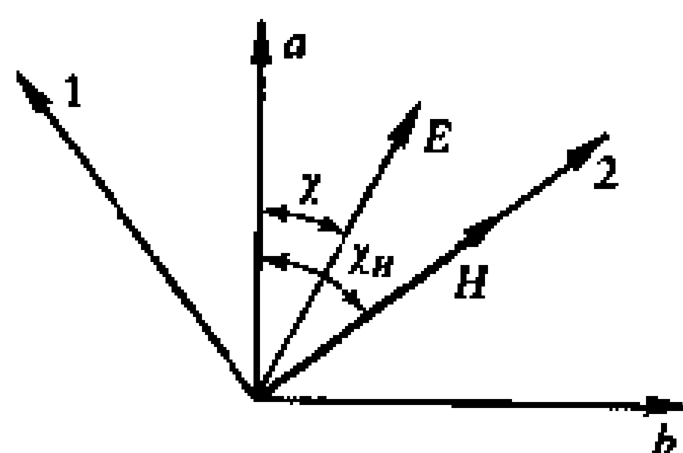


图 3.10　坐标系(a, b)和$(1, 2)$之间的关系

一个有用的方式是引进两种坐标系来描述波的电矢量的振荡：“观测者”坐标系(a, b)；“磁场”坐标系$(1, 2)$，其中源中某一给定点的磁场在垂直于波传播方向的平面上的投影平行于方向 2。根据源中的磁场分布，磁场坐标系在不同点上可以各不相同。这两种坐标系的关系示于图 3.10；图中并给出了角度 χ 和 χ_H 的定义。

表征着辐射经过厚度为 ds 的体积元的参量 $I^{(a)}$, $I^{(b)}$,

---

† 见第 82 页。——译者注

1) 这一节里的符号中将不标出角标 ν。

$U^{(ab)}$的变化可以表为由于吸收、发射和法拉弟旋转引起的变化，即表为$(dI^{(a,a)},\ dI^{(a,b)},\ dU^{(a,ab)})$、$(dI^{(e,a)},\ dI^{(e,b)},\ dU^{(e,ab)})$ 和 $(dI^{(f,a)},\ dI^{(f,b)},\ dU^{(f,ab)})$ 三者之和：

$$
\begin{aligned}
dI^{(a)} &= dI^{(a,a)} + dI^{(e,a)} + dI^{(f,a)},\\
dI^{(b)} &= dI^{(a,b)} + dI^{(e,b)} + dI^{(f,b)},\\
dU^{(ab)} &= dU^{(a,ab)} + dU^{(e,ab)} + dU^{(f,ab)}。
\end{aligned}
\tag{3.58}
$$

由于吸收而引起的参量变化在磁场坐标系中可以表达为两种正交偏振的吸收系数 $\kappa^{(1)}$ 和 $\kappa^{(2)}$：

$$
\begin{aligned}
dI^{(a,1)} &= -\kappa^{(1)}I^{(1)}ds,\\
dI^{(a,2)} &= -\kappa^{(2)}I^{(2)}ds,\\
dU^{(a,12)} &= -\kappa U^{(12)}ds,
\end{aligned}
\tag{3.59}
$$

其中 $\kappa=\frac{1}{2}(\kappa^{(1)}+\kappa^{(2)})$ 为平均吸收系数。上式的依据是，同步加速器中的非偏振部分在经过厚度 ds 的体积元时可以获得某种偏振（由于带有偏振性的吸收引起的）；其偏振方向将是 1 或是 2，则决定于 $\kappa^{(1)}$ 是小于还是大于 $\kappa^{(2)}$。在这两种情况下，原来的辐射中非偏振部分的参量 $U^{(12)}$ 仍将为零，而总辐射的参量 U 的变化完全是由于辐射中全偏振部分的参量 U 的变化。由于对于这种辐射 $(U^{(12)})^2=4I^{(1)}I^{(2)}$，微分后应用(3.59)的头两个方程，我们得到(3.59)的第三式。

由于发射引起的参量 $I^{(1)}$，$I^{(2)}$，$U^{(12)}$ 的变化可以表为发射系数 $\mathcal{E}^{(1)}$ 和 $\mathcal{E}^{(2)}$ 如下：

$$
\begin{aligned}
dI^{(e,1)} &= \mathcal{E}^{(1)}ds,\\
dI^{(e,2)} &= \mathcal{E}^{(2)}ds,\\
dU^{(e,12)} &= 0,
\end{aligned}
\tag{3.60}
$$

其中最后一个方程是根据局部发射的同步加速器辐射的偏振面是跟方向 1 相平行的事实而得到的。

由于法拉弟效应引起的参量变化可以容易地直接用

(a, b)坐标系表达:

$$\left\|\begin{matrix} I^{(a)} + dI^{(f,a)} \\ I^{(b)} + dI^{(f,b)} \\ U^{(ab)} + dU^{(f,ab)} \end{matrix}\right\| = L(d\chi_F)\left\|\begin{matrix} I^{(a)} \\ I^{(b)} \\ U^{(ab)} \end{matrix}\right\|, \qquad (3.61)$$

其中 $d\chi_F$ 为每单位 ds 的法拉弟旋转标度,而

$$L(\alpha) = \left\|\begin{matrix} \cos^2\alpha & \sin^2\alpha & \frac{1}{2}\sin 2\alpha \\ \sin^2\alpha & \cos^2\alpha & -\frac{1}{2}\sin 2\alpha \\ -\sin 2\alpha & \sin 2\alpha & \cos 2\alpha \end{matrix}\right\| \qquad (3.62)$$

为斯托克斯参量的旋转矩阵[1]。方程(3.61)给出

$$I^{(a)}+dI^{(f,a)} = I^{(a)}\cos^2 d\chi_F + I^{(b)}\sin^2 d\chi_F + \frac{1}{2}U^{(ab)}\sin 2d\chi_F,$$

$$I^{(b)}+dI^{(f,b)} = I^{(a)}\sin^2 d\chi_F + I^{(b)}\cos^2 d\chi_F - \frac{1}{2}U^{(ab)}\sin 2d\chi_F,$$

$$U^{(ab)}+dU^{(f,ab)} = -I^{(a)}\sin 2d\chi_F + I^{(b)}\sin 2d\chi_F + U^{(ab)}\cos 2d\chi_F,$$

在精确到一次项时,成为

$$dI^{(f,a)} = U^{(ab)}d\chi_F,$$

$$dI^{(f,b)} = -U^{(ab)}d\chi_F,$$

$$dU^{(f,ab)} = -2I^{(a)}d\chi_F + 2I^{(b)}d\chi_F。 \qquad (3.63)$$

在把(3.59)和(3.63)式代入转移方程(3.58)之前,我们还要把参量 $I^{(1)}$, $I^{(2)}$, $U^{(12)}$ 及其增量通过转一个 $90° - \chi_H$ 的角度(参照图 3.10)转换到 (a, b) 坐标系:

$$\left\|\begin{matrix} dI^{(a)} \\ dI^{(b)} \\ dU^{(ab)} \end{matrix}\right\| = L(90° - \chi_H)\left\|\begin{matrix} dI^{(1)} \\ dI^{(2)} \\ dU^{(12)} \end{matrix}\right\|$$

---

1) 这种矩阵在,例如,文献 A1.1 中作了讨论。

$$
= \left\|\begin{matrix} \sin^2\chi_H & \cos^2\chi_H & \frac{1}{2}\sin 2\chi_H \\ \cos^2\chi_H & \sin^2\chi_H & -\frac{1}{2}\sin 2\chi_H \\ -\sin 2\chi_H & \sin 2\chi_H & -\cos 2\chi_H \end{matrix}\right\| \left\|\begin{matrix} dI^{(1)} \\ dI^{(2)} \\ dU^{(12)} \end{matrix}\right\| \quad (3.64)
$$

$$
\left\|\begin{matrix} I^{(1)} \\ I^{(2)} \\ U^{(12)} \end{matrix}\right\| = L(\chi_H - 90^\circ) \left\|\begin{matrix} I^{(a)} \\ I^{(b)} \\ U^{(ab)} \end{matrix}\right\|。 \quad (3.65)
$$

把(3.64)和(3.65)式代入(3.59)式，并把(3.64)式代入(3.60)式，然后把所得到的参量 $I^{(a)}$, $I^{(b)}$, $U^{(ab)}$ 的变化的方程连同法拉第旋转方程(3.63)代入转移方程(3.58)，经过一些代数运算后，我们得到如下表达式：

$$
\begin{aligned}
\frac{dI^{(a)}}{ds} = {} & I^{(a)}\left[-\kappa^{(1)}\sin^4\chi_H - \kappa^{(2)}\cos^4\chi_H - \frac{1}{2}\kappa\sin^2 2\chi_H\right] \\
& + U^{(ab)}\left[\frac{1}{4}(\kappa^{(1)} - \kappa^{(2)})\sin 2\chi_H + \frac{d\chi_F}{ds}\right] \\
& + \mathcal{E}^{(1)}\sin^2\chi_H + \mathcal{E}^{(2)}\cos^2\chi_H, \\
\frac{dI^{(b)}}{ds} = {} & I^{(b)}\left[-\kappa^{(1)}\cos^4\chi_H - \kappa^{(2)}\sin^4\chi_H - \frac{1}{2}\kappa\sin^2 2\chi_H\right] \\
& + U^{(ab)}\left[\frac{1}{4}(\kappa^{(1)} - \kappa^{(2)})\sin 2\chi_H - \frac{d\chi_F}{ds}\right] \\
& + \mathcal{E}^{(1)}\cos^2\chi_H + \mathcal{E}^{(2)}\sin^2\chi_H, \\
\frac{dU^{(ab)}}{ds} = {} & I^{(a)}\left[\frac{1}{2}(\kappa^{(1)} - \kappa^{(2)})\sin 2\chi_H - 2\frac{d\chi_F}{ds}\right] \\
& + I^{(b)}\left[\frac{1}{2}(\kappa^{(1)} - \kappa^{(2)})\sin 2\chi_H + 2\frac{d\chi_F}{ds}\right] \\
& - \kappa U^{(ab)} - (\mathcal{E}^{(1)} - \mathcal{E}^{(2)})\sin 2\chi_H。
\end{aligned} \quad (3.66)
$$

以上是转移方程的最终形式，它表达出当辐射穿过 ds 时，斯托克斯参量的变化 $dI^{(a)}$、$dI^{(b)}$、$dU^{(ab)}$ 是由于在 ds 中的吸收、

发射和法拉弟旋转所引起的事实。

对于一个带有均匀磁场的均匀源，如果坐标系统转到使 $\chi_H = 0$，则转移方程(3.66)可以变成比较简单：

$$\frac{dI^{(a)}}{ds} = -\kappa^{(2)} I^{(a)} + \tilde{\beta} U^{(ab)} + \mathcal{E}^{(2)},$$

$$\frac{dI^{(b)}}{ds} = -\kappa^{(1)} I^{(b)} - \tilde{\beta} U^{(ab)} + \mathcal{E}^{(1)},$$

$$\frac{dU^{(ab)}}{ds} = -\kappa U^{(ab)} - 2\tilde{\beta} I^{(a)} + 2\tilde{\beta} I^{(b)}, \qquad (3.67)$$

其中 $\tilde{\beta} = d\chi_F/ds$。用以下符号

$$\eta = \tilde{\beta} s, \qquad S_Q = \frac{e\Delta\delta - \delta\Delta e}{\omega^2 + \delta^2},$$

$$\delta = \kappa/\tilde{\beta},$$

$$\Delta\delta = (\kappa^{(1)} - \kappa^{(2)})/2\tilde{\beta}, \qquad S_G = \frac{\omega^2\Delta e + e\delta\Delta\delta}{\omega(\omega^2 + \delta^2)},$$

$$\omega = \sqrt{4 - \Delta\delta^2}, \qquad F = \frac{2}{\omega} I + \frac{\Delta\delta}{\omega} U,$$

$$e = (\mathcal{E}^{(1)} + \mathcal{E}^{(2)})/\tilde{\beta},$$

$$\Delta e = (\mathcal{E}^{(1)} - \mathcal{E}^{(2)})/\tilde{\beta}, \qquad Q = Q,$$

$$S_F = \frac{2e}{\omega\delta},^{1)} \qquad G = \frac{\Delta\delta}{\omega} I + \frac{2}{\omega} U, \quad (3.68)$$

(3.67) 方程组可以写为

$$\frac{dF}{d\eta} = -\delta F + \delta S_F,$$

$$\frac{dQ}{d\eta} = -\delta Q + \omega G - \Delta e,$$

$$\frac{dG}{d\eta} = -\delta G - \omega Q + \frac{\Delta\delta}{\omega} e, \qquad (3.69)$$

---

1) S_F 可以解释为变量 F 的源函数。对于非偏振吸收 $(\kappa^{(1)} = \kappa^{(2)} = \kappa)$，$F = I$，$G = U$。

而它的解为

$$F=(F_0-S_F)e^{-\delta\eta}+S_F,$$
$$Q=[(Q_0-S_Q)\cos\omega\eta+(G_0-S_G)\sin\omega\eta]e^{-\delta\eta}+S_Q,$$
$$G=[(G_0-S_G)\cos\omega\eta-(Q_0-S_Q)\sin\omega\eta]e^{-\delta\eta}+S_G。\tag{3.70}$$

让我们简单地讨论一下由(3.70)式确定的同步加速器辐射的偏振度。如果在源和观测者之间有着吸收（在这个区域中 $\mathcal{E}^{(1)}=\mathcal{E}^{(2)}=0$），而 Q_0、F_0 和 G_0 为描述入射辐射的参量，则在同步加速器(偏振的)吸收($\kappa^{(1)}\neq\kappa^{(2)}$)的情况下，偏振度为

$$\Pi^2=\frac{[\omega Q_0\cos\omega\eta+\omega G_0\sin\omega\eta]^2+[2G_0\cos\omega\eta-2Q_0\sin\omega\eta-\Delta\delta F_0]^2}{[-\Delta\delta G_0\cos\omega\eta+\Delta\delta Q_0\sin\omega\eta+2F_0]^2}。\tag{3.71}$$

在热(非偏振的)吸收($\kappa^{(1)}=\kappa^{(2)}=\kappa$)的情况下，偏振度不变：

$$\Pi^2=\frac{Q^2+G^2}{F^2}=\frac{Q^2+U^2}{I^2}=\frac{Q_0^2+U_0^2}{I_0^2}=\Pi_0^2。\tag{3.72}$$

让我们考虑吸收发生在源里面（自吸收），这时（$Q_0=F_0=G_0=0$）偏振度为

$$\begin{aligned}\Pi^2=&\Big\{[(-S_Q\cos\omega\eta-S_G\sin\omega\eta)e^{-\delta\eta}+S_Q]^2\\&+\Big[\Big(-\frac{2}{\omega}S_G\cos\omega\eta+\frac{2}{\omega}S_Q\sin\omega\eta+\frac{\Delta\delta}{\omega}S_F\Big)e^{-\delta\eta}-\frac{2}{\delta}S_Q\Big]^2\Big\}\\&\times\Big[\Big(\frac{\Delta\delta}{\omega}S_G\cos\omega\eta-\frac{\Delta\delta}{\omega}S_Q\sin\omega\eta-\frac{2}{\omega}S_F\Big)e^{-\delta\eta}\\&+\frac{\omega}{2}S_F+\frac{\Delta\delta}{\delta}S_Q\Big]^{-2}。\end{aligned}\tag{3.73}$$

如果源为光学厚($\delta\eta=\kappa s\gg1$)，则

$$\Pi = \left| \frac{\sqrt{4\tilde{\beta}^2 + \kappa^2}}{\dfrac{\kappa^{(1)} - \kappa^{(2)}}{2} + \dfrac{\mathcal{E}\left[4\tilde{\beta}^2 - \dfrac{1}{4}(\kappa^{(1)} - \kappa^{(2)})^2 + \kappa^2\right]}{\kappa^{(1)}\mathcal{E}^{(2)} - \kappa^{(2)}\mathcal{E}^{(1)}}} \right|; \quad (3.74)$$

如果在光子的平均自由程的距离内法拉弟旋很小($\tilde{\beta} \ll \kappa$),则上式可以化为

$$\Pi = \left| \frac{\mathcal{E}^{(2)}\kappa^{(1)} - \mathcal{E}^{(1)}\kappa^{(2)}}{\mathcal{E}^{(2)}\kappa^{(1)} + \mathcal{E}^{(1)}\kappa^{(2)}} \right|。 \quad (3.75)$$

如果 $\tilde{\beta} \gg \kappa$,则偏振度非常小:

$$\Pi = \left| \frac{\kappa^{(1)}\mathcal{E}^{(2)} - \kappa^{(2)}\mathcal{E}^{(1)}}{2\tilde{\beta}(\mathcal{E}^{(1)} + \mathcal{E}^{(2)})} \right|。 \quad (3.76)$$

如果源为光学薄,方程(3.73)给出

$$\Pi = \left| \frac{\mathcal{E}^{(1)} - \mathcal{E}^{(2)}}{\mathcal{E}^{(1)} + \mathcal{E}^{(2)}} \right| \cdot \left| \frac{\sin \eta}{\eta} \right|。 \quad (3.77)$$

我们看到,源中那些偏振面遭受着全面法拉弟旋转的区域,当每次 η 达到 π 的整倍数时,偏振度为零,因而只能对辐射中的非偏振部分作出贡献。 在非偏振的(热)吸收时,(3.73) 式化为

$$\Pi = \left| \frac{\mathcal{E}^{(1)} - \mathcal{E}^{(2)}}{\mathcal{E}^{(1)} + \mathcal{E}^{(2)}} \right| \sqrt{\frac{\delta^2}{\delta^2 + 4}} \sqrt{1 + \frac{4\sin^2\eta\, e^{-\kappa s}}{(1 - e^{-\kappa s})^2}}。 \quad (3.78)$$

如果没有法拉弟旋转($\tilde{\beta} = 0$),(3.73)式简化成为

$$\Pi = \left| \frac{\dfrac{\mathcal{E}^{(2)}\kappa^{(1)}}{\mathcal{E}^{(1)}\kappa^{(2)}}\left(\dfrac{1 - e^{\kappa^{(2)}s}}{1 - e^{\kappa^{(1)}s}} - 1\right)}{\dfrac{\mathcal{E}^{(2)}\kappa^{(1)}}{\mathcal{E}^{(1)}\kappa^{(2)}}\left(\dfrac{1 - e^{\kappa^{(2)}s}}{1 - e^{\kappa^{(1)}s}} + 1\right)} \right|。 \quad (3.79)$$

(3.77)、(3.78) 和(3.74)式分别示于图 3.11、3.12 和 3.13。

如果我们有着单能量(能量为 E_0)的电子分布,则发射系

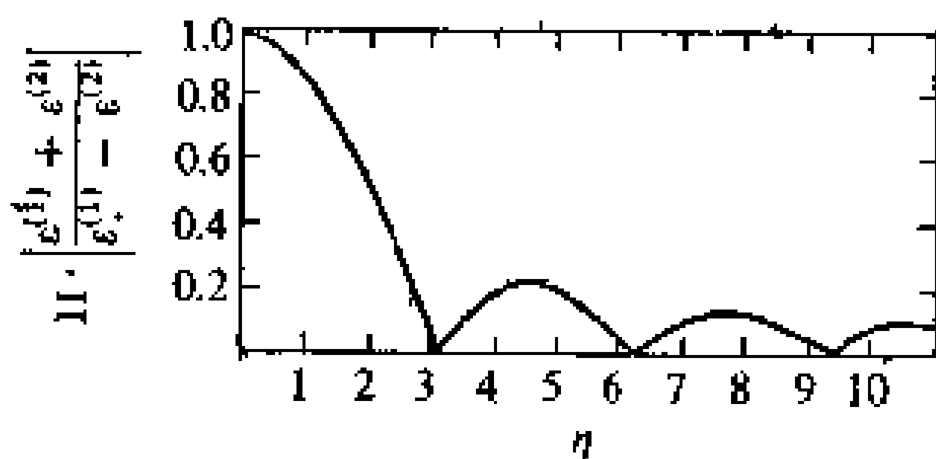


图 3.11 对于带有法拉弟旋转的光学薄介质的偏振度 Π [(3.77)式]

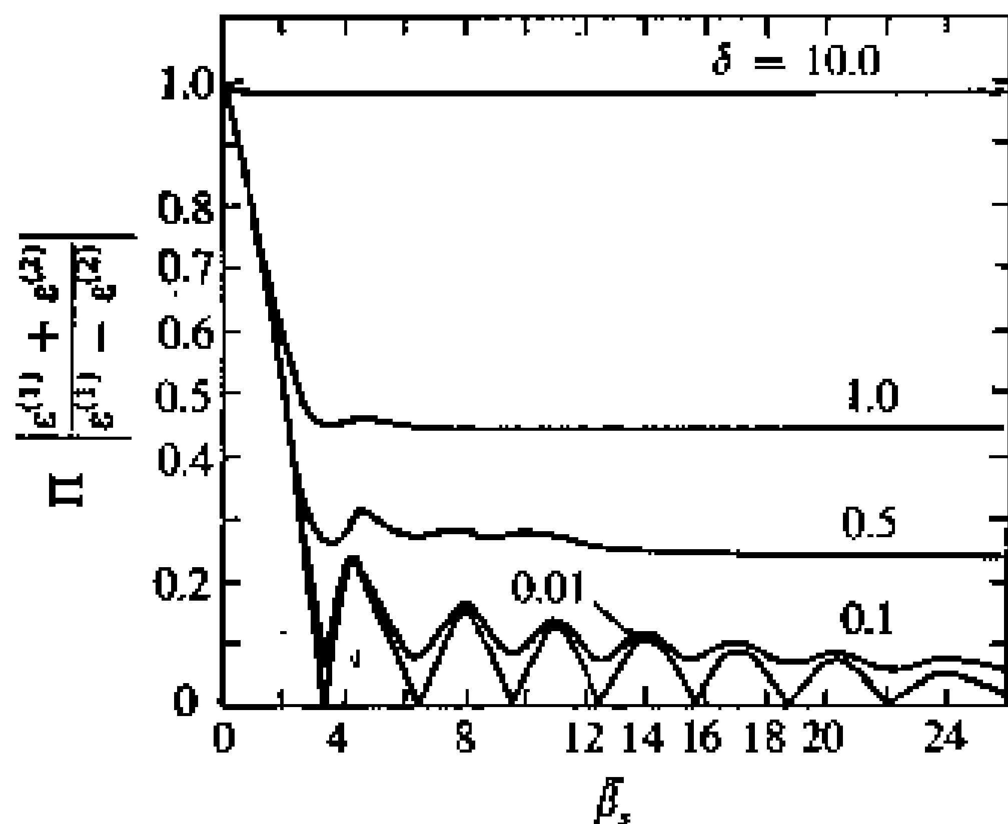


图 3.12 对于带有非偏振的吸收介质的偏振度 Π [(3.78)式]

数和吸收系数由(3.43)和(3.44)式给定。在这种情况下，光学薄的均匀源（没有法拉弟旋转效应)的偏振度为

$$\Pi=\left|\frac{\mathcal{E}^{(1)}-\mathcal{E}^{(2)}}{\mathcal{E}^{(1)}+\mathcal{E}^{(2)}}\right|=\frac{G(x)}{F(x)}。\tag{3.80}$$

其中，$x=\nu/\nu_c$，而 ν_c 为对应于能量 E_0 的临界频率。因此，偏振度依赖于频率，对于高频段，在 0.5 到 1.0 之间变化(图 3.14)。不过，应当

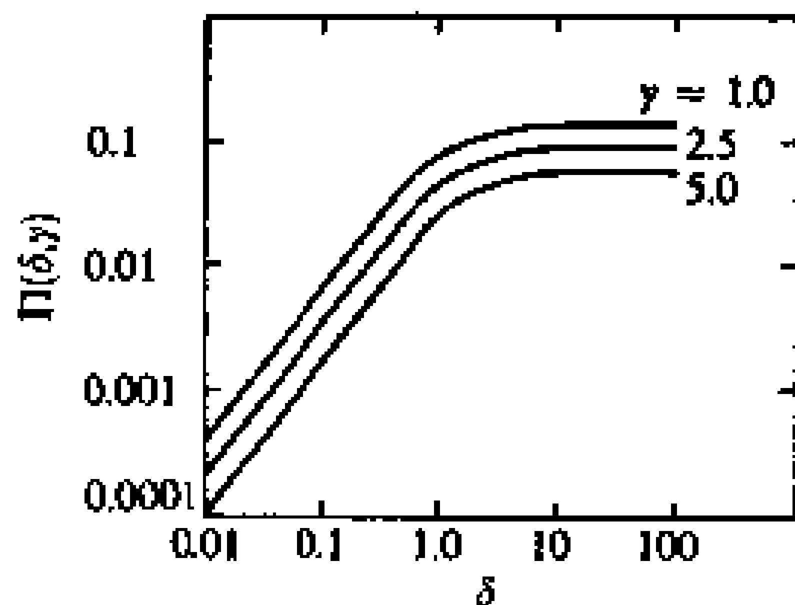


图 3.13 对于带有偏振的（同步加速器）吸收的光学厚介质的偏振度 Π [(3.74)式]

注意到，大部分的辐射是在临界频率 ν_c 附近发出而有着 0.7 的偏振度。对于光学厚的源偏振度为零。

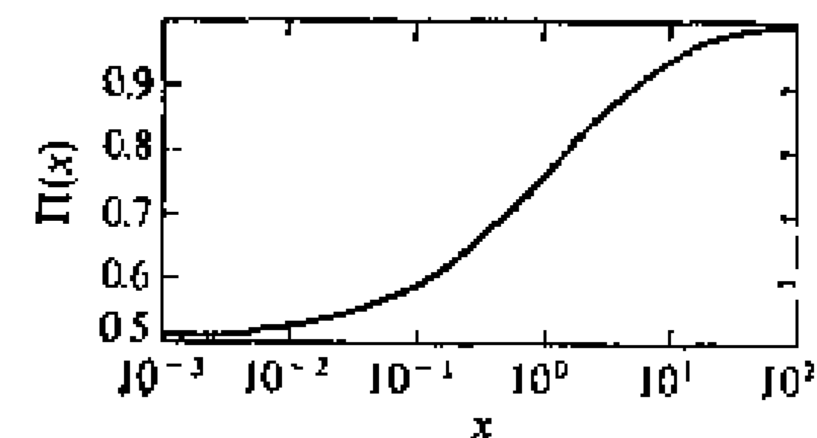


图 3.14 对于单能量电子的偏振度 Π [(3.80)式]

对于一个幂定律电子分布 [其发射和吸收系数见(3.50)及(3.51)式]，一个不带法拉弟旋转的光学薄均匀源的偏振度为

$$\Pi = \left| \frac{\mathcal{E}^{(1)} - \mathcal{E}^{(2)}}{\mathcal{E}^{(1)} + \mathcal{E}^{(2)}} \right| = \frac{\gamma + 1}{\gamma + 7/3} \tag{3.81}$$

而与频率无关。下面是对于不同 γ 的几个 Π 值：

γ	2	3	4	5	6
Π	0.69	0.75	0.79	0.82	0.84

这个结果，以及前面讨论的那些结果，在均匀磁场的情况下成立。磁力线的任何紊乱，当然都会使得偏振度变低。光学厚的源在相似的情况下[†]，偏振度也是和频率无关，但是比光学薄的源里的偏振度小：

$$\Pi = \left| \frac{\mathcal{E}^{(2)}\kappa^{(1)} - \mathcal{E}^{(1)}\kappa^{(2)}}{\mathcal{E}^{(2)}\kappa^{(1)} + \mathcal{E}^{(1)}\kappa^{(2)}} \right| = \frac{3}{6\gamma + 13}; \tag{3.82}$$

以下是对于不同 γ 的几个 Π 值：

γ	2	3	4	5	6
Π	0.12	0.10	0.08	0.07	0.06

一般说来，对于各向同性幂定律电子分布的同步加速器均匀辐射源，我们在高频段上将观测到按(3.81)式所给出的偏振度。在低一些的频段上，根据(3.77)式，偏振度将遭到法拉弟消偏振效应而下降(见图 3.11)。在更低的频段上，源将成为

[†] 指幂定律电子分布的均匀源。——译者注

光学厚,而偏振变成可以忽略不计。可是,由于在非常低的频段中，吸收对频率的依赖和法拉弟旋转对频率的依赖条件不同，这时在一个光子平均自由程的距离内法拉弟旋转变成很小,因而我们将会观测到偏振度的增大，它将达到(3.82)式所给出的程度。

第 四 章

等离子体中的同步加速器辐射

4.1 各向同性稀薄等离子体中的同步加速器辐射

如果等离子体介质是各向同性的，

$$\frac{\omega_G}{\omega} \ll 1, \tag{4.1}$$

而且足够地稀薄，

$$1 - n \ll 1, \tag{4.2}$$

则等离子体的折射指数可以写为

$$n^2 \simeq 1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2} \tag{4.3}$$

(参看 2.3 节)。这种等离子体中的同步加速器辐射可以用前一章的公式来描述。不过这些公式里围绕瞬时电子速度方向的极限角度(在它的范围里集中了电子辐射的主要部分)，现在不是真空中的值 $1/\gamma$，而是等于$\sqrt{1/\gamma^2 + \omega_0^2/\omega^2}$。这是因为一个介质中的辐射可以使用真空条件下所用的公式，只要把辐射速度 c 代以介质中的相速度。在(3.38)和(3.28)式中用$\sqrt{1/\gamma^2 + \omega_0^2/\omega^2}$代替 $1/\gamma$，对于等离子体中同步加速器辐射的 $p_\nu = p_\nu^{(1)} + p_\nu^{(2)}$，我们得到如下的表达式：

$$p_\nu = \frac{\sqrt{3}\, e^3}{mc^2} H \sin\vartheta \left(1 + \frac{\omega_0^2}{\omega^2}\gamma^2\right)^{-1/2} F(\hat{x}), \tag{4.4}$$

其中

$$\hat{x} = \frac{\nu}{\hat{\nu}_c} = \frac{\omega}{\hat{\omega}_c} \tag{4.5}$$

以及

$$\hat{\nu}_c = \nu_c\left(1 + \frac{\omega_0^2}{\omega^2}\gamma^2\right)^{-3/2}, \tag{4.6}$$

这里的 ν_c 由(3.28)式给出。对于

$$f = \left(1 + \frac{\omega_0^2}{\omega^2}\gamma^2\right)^{-1/2} = \left[1 + \left(\frac{\zeta}{x}\right)^2\right]^{-1/2}, \tag{4.7}$$

其中

$$\zeta = \frac{\gamma\omega_0}{\omega_c} = \frac{\gamma\nu_0}{\nu_c}。 \tag{4.8}$$

由于

$$\hat{\nu}_c = \nu_c f^3,$$

(4.4) 式可以写成

$$p_\nu = \frac{\sqrt{3}\,e^3}{mc^2}H\sin\vartheta f F\left(\frac{x}{f^3}\right) = \frac{\sqrt{3}\,e^3}{mc^2}H\sin\vartheta \hat{F}(x,\ \zeta), \tag{4.9}$$

其中

$$\hat{F}(x,\ \zeta) = fF\left(\frac{x}{f^3}\right)。$$

函数 $\hat{F}(x,\ \zeta)$ 示于图 4.1，当 $\zeta \to 0$ 时，$\hat{F} \to F$。

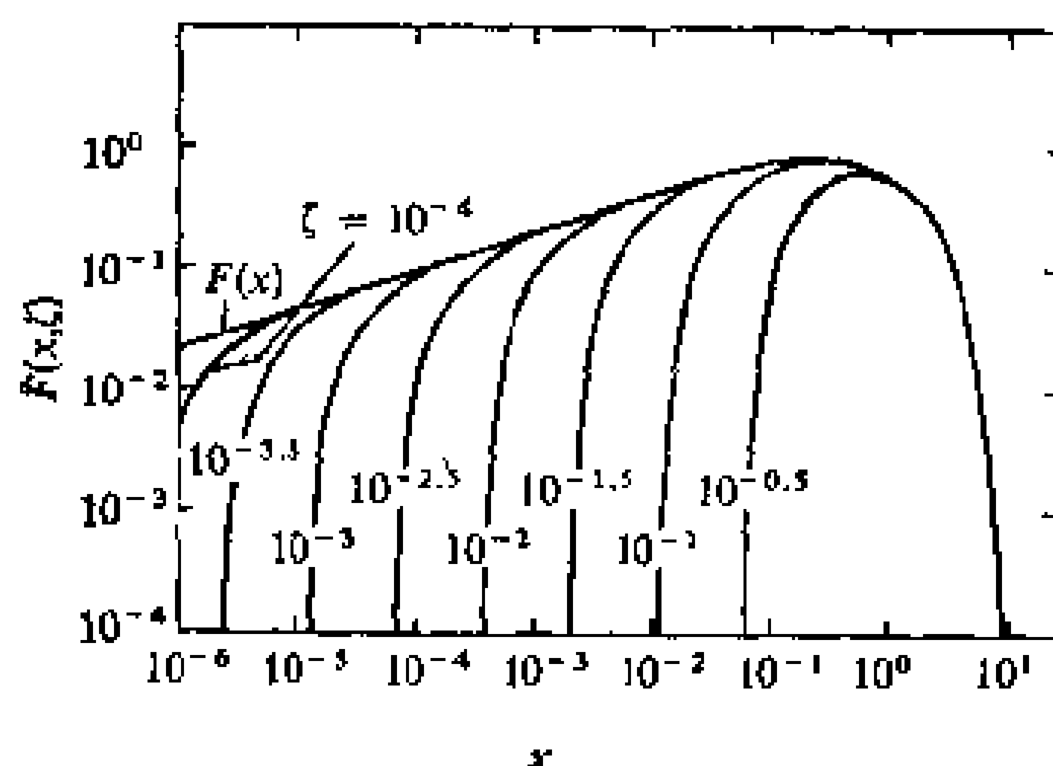


图 4.1　等离子体中单个电子辐射功率谱分布函数 $\hat{F}(x,\zeta)$ 对 $x = \nu/\nu_0$ 的曲线；对于参量 $\zeta = \gamma\nu_0/\nu_C$ 的各种不同的值进行计算的。

从方程(4.4)的形式以及从图 4.1 我们看到，当 $(\zeta/x)^2$ 的数量级为 1 或更大时，介质对于同步加速器辐射发生了明显的影响；即当

$$\frac{\nu_3^2}{\nu^2}\gamma^2 = \frac{2\nu_0^2\nu_c}{3\nu^2\nu_G\sin\vartheta} \simeq \frac{2\nu_0^2}{3\nu\nu_G\sin\vartheta} \gtrsim 1$$

时，或是当频率为 ν_S 的数量级或者更小的时候，

$$\nu \lesssim \nu_S = \frac{2\nu_0^2}{3\nu_G\sin\vartheta} \cong 20\,\frac{N_e}{H}。 \tag{4.10}$$

对于小于 ν_S 的频率，同步加速器辐射强度和在没有等离子体时的比起来要弱一些。

用和方程 (3.37) 相同的假设，等离子体中同步加速器辐射的发射系数为

$$\begin{aligned}\varepsilon_\nu &= \frac{1}{4\pi}\int_0^\infty N(E)p_\nu dE = c_3 H\sin\vartheta\int_0^\infty N(E)fF\left(\frac{x}{f^3}\right)dE \\ &= c_3 H\sin\vartheta\int_0^\infty N(E)\hat{F}(x,\ \zeta)dE。\end{aligned} \tag{4.11}$$

对于单能量电子，$N = N_0\delta(E - E_0)$，

$$\varepsilon_\nu = c_3 H\sin\vartheta N_0\hat{F}(x,\ \zeta_0), \tag{4.12}$$

其中 ζ_0 为对应于 $E = E_0$ 的 ζ 值。对于一个幂定律电子分布，$N = N_0E^{-\gamma}$，

$$\varepsilon_\nu = \frac{\sqrt{3}}{6}e^2mc\left(\frac{3\nu_G\sin\vartheta}{2mc^2}\right)^\gamma \nu_0^{-\gamma+1}N_0P(\alpha,\ \gamma), \tag{4.13}$$

其中

$$P(\alpha,\ \gamma) = \alpha^{(\gamma-1)/2}\int_0^\infty fF\left(\frac{x}{f^3}\right)x^{(\gamma-3)/2}dx,$$

$$f = \left(1 + \frac{\alpha}{x}\right)^{-1/2},$$

$$\alpha = \frac{\nu_S}{\nu} = \frac{2}{3}\,\frac{\nu_0^2}{\nu\nu_G\sin\vartheta}。$$

函数 $P(\alpha, \gamma)$ 示于图 4.2。我们看到，等离子体对于同步加速器辐射的影响在 α 接近于或大于 1 时是重要的，这条件相当于方程 (4.10)。从图 4.2 我们可以看到，在较低频段中，等离子体对辐射产生影响而使得辐射频谱分布曲线在频率较低处向下弯曲，在 $\alpha \sim 1$ 附近频谱达到极大。同步加速器辐射频谱分布极大值的位置是电子能量分布指数 γ 的函数，这种极大值的轨迹在图 4.2 中以虚线表示。总起来说，等离子体"抑制"了较低频段上的辐射，从而减小了发射出去的能量。

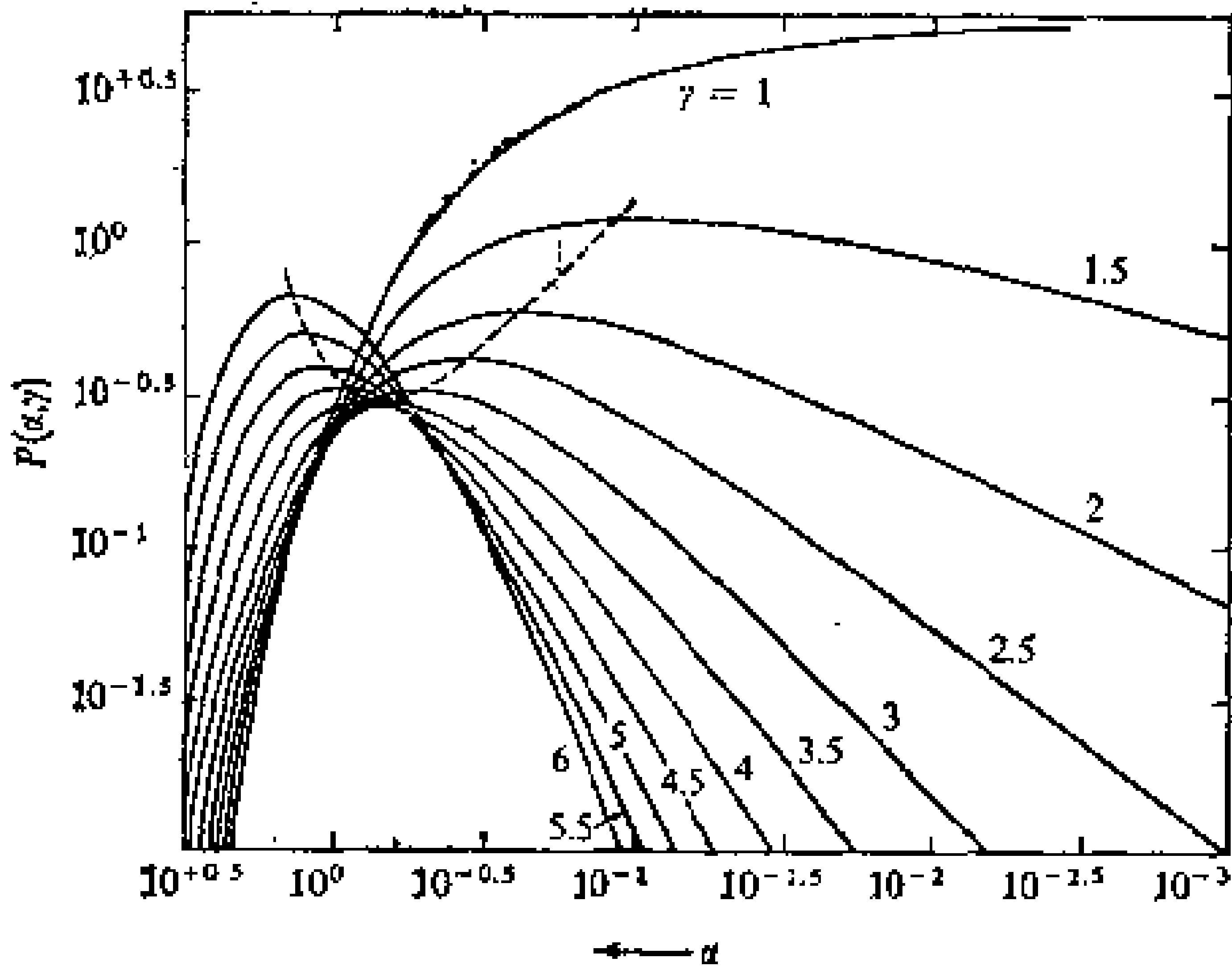


图 4.2 等离子体中幂定律电子分布的光学薄同步加速器频谱 $P(\alpha, \gamma)$ 函数，按不同分布指数 γ 值对参量 $\alpha = \nu_S/\nu$ 的曲线。

让我们计算一下在等离子体中一个电子发射的同步加速器辐射的总功率。把(4.9)式对全部频率积分，我们得到

$$p = \int_0^\infty p_\nu d\nu = -\frac{d\hat{E}}{dt} = p\frac{9\sqrt{3}}{8\pi}\int_0^\infty \hat{P}(x, \zeta)dx, \quad (4.14)$$

其中 p 为在真空中发射的总功率，由(3.32)给定。在等离子体中，发射的总功率和在真空中的比值，即积分

$$(9\sqrt{3})/(8\pi)\int_0^\infty \hat{F}(x,\zeta)dx$$

作为 ζ 的函数画在图 4.3。我们看到，随着 ζ 的增加，等离子体中同步加速器辐射的总功率迅速下降。

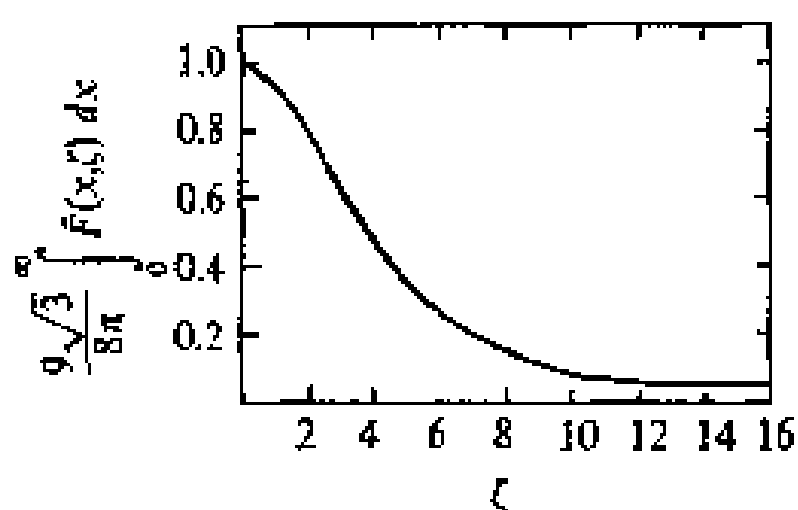


图 4.3 一个电子在等离子体中和在真空中辐射总功率的比值 $(9\sqrt{3}/8\pi)\int_0^\infty \hat{F}(x,\zeta)dx$ 作为参量 $\zeta=\gamma\nu_0/\nu_G$ 的函数。

4.2 等离子体中同步加速器辐射的吸收

在前一节所作的有关各向同性和稀薄等离子体的假设下，同步加速器吸收系数可以通过和第三章里同样的方法用方程(3.42)表出：

$$\hat{\kappa}_\nu=-\frac{\sqrt{3}\,e^3}{8\pi\nu^2 m}H\sin\vartheta\int_0^\infty E^2\frac{d}{dE}\left(\frac{N(E)}{E^2}\right)\hat{F}(x,\zeta)dE,$$

分部积分后得

$$\hat{\kappa}_\nu=\frac{\sqrt{3}\,ce^2}{4}\frac{\nu_G}{\nu^2}\sin\vartheta\int_0^\infty\frac{N(E)}{E^2}\frac{d}{dE}\left[E^2\hat{F}(x,\zeta)\right]dE。\tag{4.15}$$

对于较高频段，$\zeta/x\ll 1$，吸收系数方程(4.15)和没有等离子体时的(3.42)式等同。没有等离子体时，吸收系数总是正的。在低频区域中，$\zeta/x\gg 1$，(4.15)式可以近似地写为

$$\hat{\kappa}_\nu=\frac{\sqrt{3}}{4}e^2mc^3\frac{\nu_G\sin\vartheta}{\nu_0\nu}\int_{E^2\gg\hat{E}^2}^\infty\frac{N(E)}{E^2}\hat{K}(\hat{x})dE。\tag{4.16}$$

其中

$$\hat{K}(\hat{x}) = 2F(\hat{x}) - \hat{x}^2 K_{5/3}(\hat{x}),$$

$$\hat{x} = \frac{x}{f^3} \cong \frac{\zeta^3}{x^2} = \frac{\alpha\zeta}{x},$$

而 $\hat{E}$ 为由条件 $\zeta/x = 1$ 确定的能量值，或 $\hat{E} = (\nu/\nu_0)mc^2$。函数 $\hat{K}(\hat{x})$ 示于图 4.4。我们看到，在从 $\hat{x}^*$ 到∞的区域中，函数 $\hat{K}(\hat{x})$ 是负值（$\hat{x}^* \cong 1.35$）。对于小的以及大的宗量值，渐近表达式分别为

$$\hat{K}(\hat{x}) \approx \frac{16\pi}{3\sqrt{3}\,\Gamma(1/3)}\left(\frac{\hat{x}}{2}\right)^{1/3}$$

及

$$\hat{K}(\hat{x}) \approx -\sqrt{\frac{\pi}{2}}\,\hat{x}^{3/2}e^{-\hat{x}}。$$

$\hat{K}(\hat{x})$ 的性质表明了，在某种情况下，(4.16) 式所给出的吸收系数可以是负值（参看图 4.4）。结果是，如果电子分布的情况是：对吸收系数的主要贡献来自具有对应于

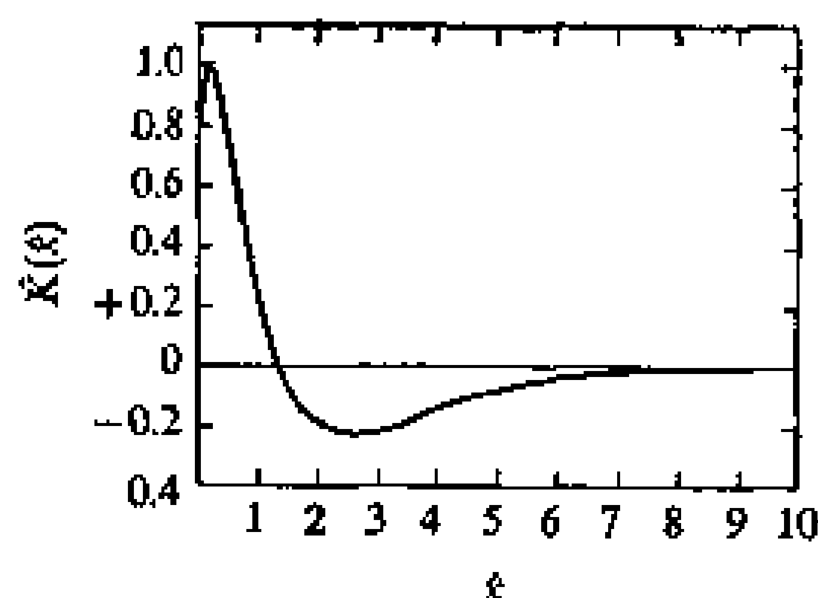


图 4.4　$\hat{K}(\hat{x})$ 函数

$$\hat{x} \approx \frac{2}{3}\frac{\nu_0^3}{\nu_G \sin\vartheta\nu^2}\gamma > \hat{x}^* \cong 1.35$$

的能量 E 的电子，即

$$E > mc^2\frac{2\nu_G\sin\vartheta\nu^2}{\nu_0^3}, \tag{4.17}$$

则总吸收系数[(4.15)式]将是负的。

让我们看一下在单能量电子分布 $N(E) = N_0\delta\ (E - E_0)$ 情况下，吸收系数对频率的依赖。在高频段，$E_0^2 \ll \hat{E}^2 = (\nu^2/\nu_0^2)\times(mc^2)^2$，等离子体的影响可以不计，而吸收系数有着 (3.44)

式的形式。在低频段，$E_0^2 \gg \hat{E}^2=(\nu^2/\nu_0^2)(mc^2)^2$，吸收系数[见(4.16)式]为

$$\hat{\kappa}_\nu=\frac{\sqrt{3}}{4}e^2mc^3\frac{\nu_G\sin\vartheta}{\nu\nu_0}E_0^{-2}N_0\hat{K}(\hat{x}_0)\propto\sqrt{\hat{x}_0}\hat{K}(\hat{x}_0), \quad (4.18)$$

其中 $\hat{x}_0=\hat{x}(E_0)$。在图4.5中画出了$\sqrt{\hat{x}}\hat{K}(\hat{x})$作为 $\hat{x}^{-1/2}\propto\nu$ 的函数的曲线，表示出在低频段中吸收系数对频率的依赖关系。如果对应于 $\hat{x}=\hat{x}^*=1.35$ 的频率相当于或高于对应于条件 $\zeta/x=1$ 的频率，即如果

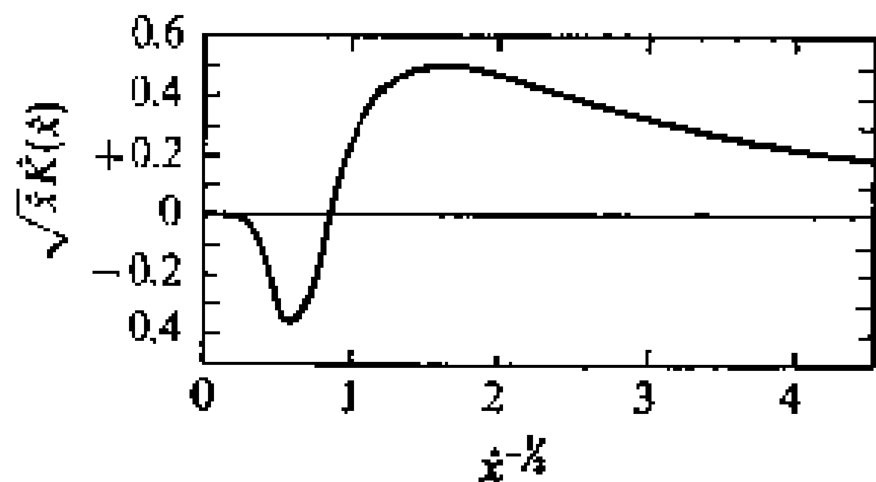


图 4.5 函数 $\sqrt{\hat{x}}\hat{K}(\hat{x})$ 对$\hat{x}^{-1/2}\propto\nu$的曲线，表明在低频段单能量电子吸收系数对频率的依赖。

$$\frac{\nu_0}{2\nu_G\sin\vartheta}\gtrsim\frac{E_0}{mc^2},$$

则在等离子体效应显著的整个频段，即在 $\nu^2\ll\nu_0E_0/mc^2$ 的频段中，吸收系数总是负的；不过，对于 $\nu_0/(2\nu_G\sin\vartheta)\gg E/mc^2$，吸收系数的绝对值很小。如果

$$\frac{\nu_0}{2\nu_G\sin\vartheta}\ll\frac{E_0}{mc^2},$$

则会有着一个频率范围，其中负吸收系数的绝对值在

$$\nu_{\max}^2\simeq0.24\frac{\nu_0^3}{\nu_G\sin\vartheta}\frac{E_0}{mc^2}$$

处达到了极大值（对应于 $\hat{x}_{\max}\simeq2.8$）。负吸收系数的绝对值比较大的区域是比较窄的，大约是 $\pm0.3\nu_{\max}$ 的数量级（参看图 4.4 及 4.5）。

第 五 章

电子散射引起的频譜中能量的再分布

5.1 引言

在角径小而亮的同步加速器辐射源中，快速电子和无线电光子的碰撞在一定条件下可能引起辐射频谱的再分布。碰撞后，无线电光子将获得一些能量，而电子则将损失掉相应的能量。光子在和电子碰撞之后，频率将比原先高一个 γ^2 的数量级，γ 为以 mc^2 为单位的电子能量。 这种过程叫做逆康普顿散射，它可以引起相对论性电子大宗的能量消耗，并且是高能光子的一种重要的来源。

首先，我们看一看在电子静坐标系中电子对光子的散射，即经典康普顿散射。 可是，由于我们感兴趣的是在电子有着相对论性能量的坐标系（“宇宙”或“实验室”坐标系）中所表达的结果，我们将把康普顿散射公式转换到实验室坐标系。 在实验室坐标系中的散射过程称为逆康普顿散射，因为能量是从电子转移到光子；而在电子静坐标系中（经典康普顿情况下），则有着相反的能量转移。

5.2 在电子静坐标系中的康普顿散射

在电子静坐标系中，散射过程的几何关系比较简单，它示于图 5.1。 动量守恒要求入射和散射光子的轨迹都和反冲电子的轨迹处在同一平面上。由于这一节所有的量都是对于静系而言，我们将省掉角标 R。 给定能量和动量的起始值 E_i，

W_i, P_i 和散射角 θ（或 γ_i, ϵ_i, Y_i 和 θ），我们来求出散射后的能量和动量 E_f, W_f, P_f 和 ϕ（或 γ_f, ϵ_f, Y_f 和 ϕ）。为此，我们要有四个方程：两个动量守恒的方程（因为是平面运动）(5.1) 和 (5.2)式；能量守恒方程 (5.3)式；以及一个质点（电子）的最终能量和最终动量之间的相对论关系 (5.4) 式。在这些方程中，根据参考系统的定义 $P_i=0$，因此 $E_i=mc^2$。这些方程是

$$W_i = W_f\cos\theta + P_f c\cos\phi, \qquad (5.1')$$

（平行于起始光子轨迹）

$$O = W_f\sin\theta - P_f c\sin\phi, \qquad (5.2')$$

（垂直于起始光子轨迹）

$$W_i + mc^2 = W_f + E_f, \qquad (5.3')$$

$$E_f^2 - P_f^2c^2 = m^2c^4。 \qquad (5.4')$$

从这里开始，我们将使用无量纲符号。这样，$Y_i=0$，$\gamma_i=1$，而

$$\epsilon_i = \epsilon_f\cos\theta + Y_f\cos\phi, \qquad (5.1)$$

$$O = \epsilon_f\sin\theta - Y_f\sin\phi, \qquad (5.2)$$

$$\epsilon_i + 1 = \epsilon_f + \gamma_f, \qquad (5.3)$$

$$\gamma_f^2 = 1 + Y_f^2。 \qquad (5.4)$$

终值的解为（其中 $\lambda=\cos\theta$）[1]：

$$\epsilon_f = \frac{\epsilon_i}{1+\epsilon_i(1-\lambda)}, \qquad (5.7)$$

---

1) 读者可以把(5.1)和(5.2)式重新安排然后平方相加，从而消掉了 ϕ，我们把这叫做 (5.5) 式。在 (5.3) 和 (5.4) 式中可以消掉 γ_f，我们把这叫做 (5.6)式。能量 ϵ_f [方程(5.7)] 是从 (5.5) 和 (5.6) 式中消去 Y_f^2 而求出的。把 ϵ_f 代入(5.3)式可以求出 γ_f [(5.8)式]，而把这个结果代入(5.4)式可求出 Y_f [(5.9) 式]。把 Y_f 和 ϵ_f 代入 (5.1) 式便得到了 $\cos\phi$ 的方程(5.10)。

$$\gamma_f = 1 + \frac{\epsilon_i^2(1-\lambda)}{1+\epsilon_i(1-\lambda)}, \tag{5.8}$$

$$Y_f = \frac{\epsilon_i}{1+\epsilon_i(1-\lambda)} \sqrt{\epsilon_i(\epsilon_i+2)(1-\lambda)^2 + 2(1-\lambda)}, \tag{5.9}$$

$$\cos\phi = (1+\epsilon_i)\sqrt{\frac{1-\lambda}{2+\epsilon_i(\epsilon_i+2)(1-\lambda)}}。 \tag{5.10}$$

从 (5.7) 式可知,对于低能量光子 ($\epsilon_i \ll 1$), 在散射中不发生频率变化($\epsilon_f \approx \epsilon_i$)。对于高能量光子，频率的变化随着散射角 θ 的增大而增加。当光子能量极高时 ($\epsilon_i \gg 1$), 我们可以区分两种散射角范围：在小散射角 θ 区域 $[\epsilon_i(1-\lambda) \ll 1]$, 散射后频率没有变化 ($\epsilon_f \approx \epsilon_i$);在随着 ϵ_i 增大的大散射角 θ 区域 $[\epsilon_i(1-\lambda) \gg 1]$, 不管是什么起始频率，散射频率总是为 $mc^2/h=\nu_C$ （康普顿频率）的数量级 $[\epsilon_f=(1-\lambda)^{-1} \approx 1]$。方程(5.7)可以用光子波长 Λ 来表达：

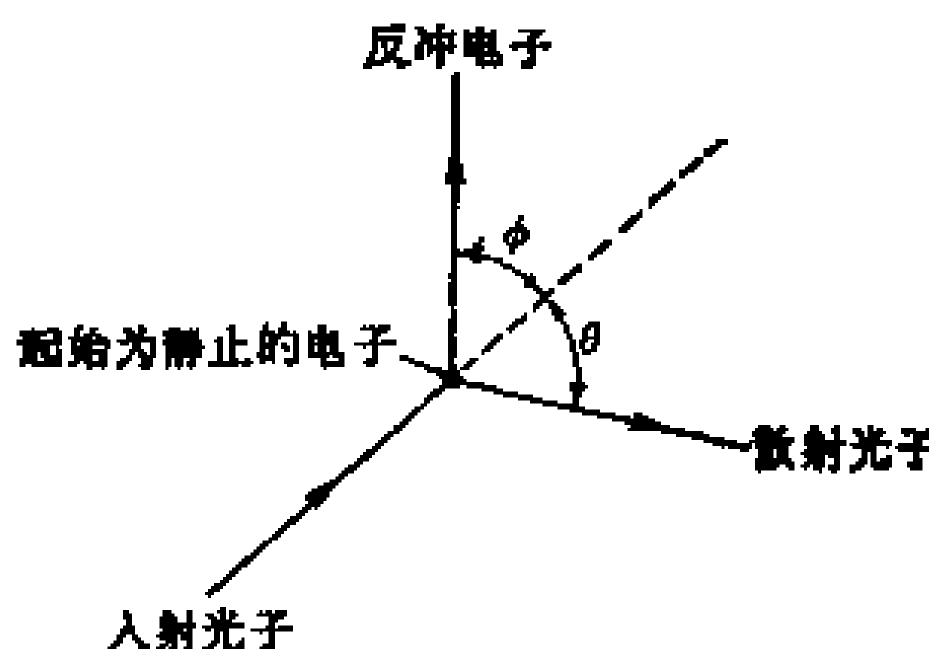


图 5.1 康普顿散射在电子静止系中的几何图象。根据动量守恒三条轨迹同处在一个平面上。

$$\Lambda_f - \Lambda_i = \Lambda_c(1-\lambda), \tag{5.11}$$

其中 $\Lambda_C = (c/\nu_C) = (h/mc)$, 叫做康普顿波长,等于0.02426埃。这个方程表明,在康普顿散射中,光子波长的变化仅仅是依赖于散射角 θ, 而不依赖于起始波长。由 (5.8) 式可知，反冲电子能量 γ_f 的范围是从 1 到对应于 $\theta = \pi$ 时（反向散射）的极大值 $(\gamma_f)_{max} = 1 + (2\epsilon_i^2)/(1+2\epsilon_i)$。对于低能量光子，$(\gamma_f)_{max} \approx 1$；而对于极高能光子，$(\gamma_f)_{max} \approx \epsilon_i$。

5.3 康普顿散射截面

微分散射截面 $(d\Sigma/d\Omega_f)d\Omega_f$ 的定义是根据以下关系式:

$$dNh\nu_i = \frac{d\Sigma}{d\Omega_f} d\Omega_f \cdot I_{\nu_i} dt d\nu_i d\Omega_i, \tag{5.12}$$

其中 $dNh\nu_i$ 为在时间间隔 dt、频率间隔 $d\nu_i$、围绕着强度为 I_{ν_i} 的入射束方向周围的立体角元 $d\Omega_i$ 的范围内，从入射束中扣掉的能量(dN 为散射次数)。因为 $(d\Sigma)/(d\Omega_f)$ 的定义与散射机制无关，所以能量终值 $(h\nu_f)$ 没有出现在这个定义里。康普顿散射的微分散射截面由 Klein-Nishina 公式给定，而这个公式则是根据量子力学的考虑导出的:

$$\frac{d\Sigma}{d\Omega_f} = \frac{3}{32\pi}\sigma_T\frac{\epsilon_f^2}{\epsilon_i^2}\left(\frac{\epsilon_i}{\epsilon_f} + \frac{\epsilon_f}{\epsilon_i} - 2 + 4\cos^2\psi\right), \tag{5.13}$$

其中 $\sigma_T = (8\pi/3)(e^2/mc^2)^2 = 6.65\times 10^{-25}$ 厘米^2，为汤姆逊截面；而 ψ 为入射光子和散射光子偏振方向之间的交角。利用(5.7)式可以把这个微分散射截面表为入射光子能量 ϵ_i、散射角 θ 和偏振角 ψ 的函数:

$$\frac{d\Sigma}{d\Omega_f} = \frac{3}{32\pi}\sigma_T\frac{1}{[1+\epsilon_i(1-\lambda)]^2}\left[\frac{\epsilon_i^2(1-\lambda)^2}{1+\epsilon_i(1-\lambda)} + 4\cos^2\psi\right]。 \tag{5.14}$$

对于非相对论性电子 ($\epsilon_i \ll 1$)，我们得到经典的汤姆逊散射的公式,

$$\frac{d\Sigma}{d\Omega_f} = \frac{3}{8\pi}\sigma_T\cos^2\psi。 \tag{5.15}$$

我们可以把被散射的光子的偏振看作两个线偏振分量 ⊥ 和 ‖，即和入射光子偏振方向相垂直以及和它处在同一平面上的两分量的迭加；或者，也可以看作(⊥)和(‖)，即垂直和平行于散射面的两分量的迭加。截面 $(d\Sigma/d\Omega_f)_\perp$ 和 $(d\Sigma/d\Omega_f)_\parallel$

由 (5.14) 式给出，其中的 $\cos\phi$ 分别用 0 和 $\sqrt{1-\sin^2\theta\cos^2\delta_i}$ 来代替。入射光子偏振平面和散射平面之间的交角为 δ_i。对于 $(d\Sigma/d\Omega_f)_{(\perp)}$ 和 $(d\Sigma/d\Omega_f)_{(\parallel)}$，函数 $\cos\phi$ 分别由 $\sin\delta_i$ 和 $\cos\delta_i\sin\theta$ 取代（参照图 5.2）。对于低能量光子 ($\epsilon_i \ll 1$, $\epsilon_i \approx \epsilon_f$)，(5.14) 式给出经典汤姆逊散射公式:

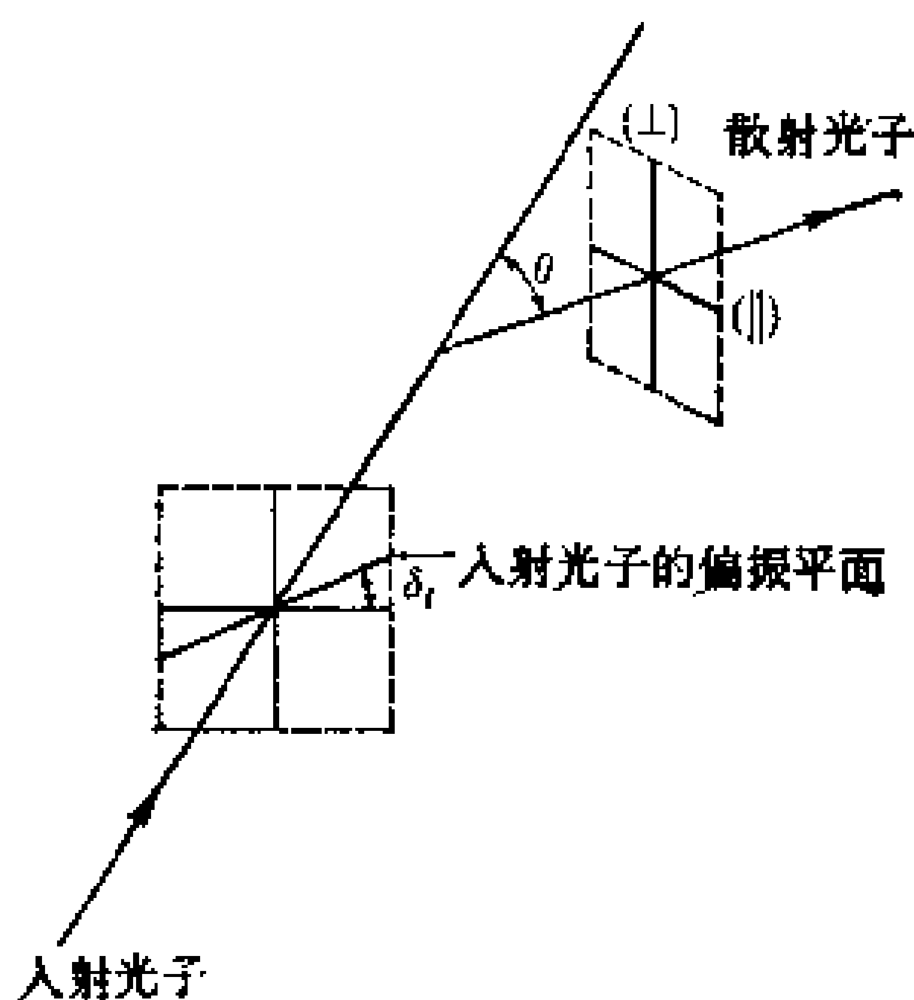


图 5.2 描述康普顿散射光子的偏振

$$\left(\frac{d\Sigma}{d\Omega_f}\right)_\perp = 0,$$

$$\left(\frac{d\Sigma}{d\Omega_f}\right)_\parallel = \frac{3}{8\pi}\sigma_T(1-\sin^2\theta\cos^2\delta_i)。\tag{5.16}$$

这个式子表明，如果入射光子有着全偏振，则散射光子也有着全偏振。对于在小散射角范围，$\epsilon_i(1-\lambda) \ll 1$，极高能光子 ($\epsilon_i \gg 1$) 也有着相同的结果，即(5.16)式。在大散射角范围，$\epsilon_i(1-\lambda) \gg 1$，不管入射辐射的偏振状态如何，散射辐射总是非偏振的:

$$\left(\frac{d\Sigma}{d\Omega_f}\right)_\perp = \left(\frac{d\Sigma}{d\Omega_f}\right)_\parallel = \frac{3}{32\pi}\sigma_T\frac{1}{\epsilon_i(1-\lambda)}。\tag{5.17}$$

当入射辐射没有偏振时，总的微分截面可以通过把两个偏振方向的截面相加然后在角度 δ_i 内取平均来求得。这样得到的结果仅为 ϵ_i 和 λ 的函数:

$$\frac{d\Sigma}{d\Omega_f} = \frac{3}{16\pi}\sigma_T\frac{1}{[1+\epsilon_i(1-\lambda)]^2}\left[\frac{\epsilon_i^2(1-\lambda)^2}{1+\epsilon_i(1-\lambda)}+1+\lambda^2\right];\tag{5.18}$$

而这，对于低能量光子（$\epsilon_i \ll 1$）给出了经典汤姆逊散射公式，

$$\frac{d\Sigma}{d\Omega_f}=\frac{3}{16\pi}\sigma_T(1+\lambda^2)。\tag{5.19}$$

对于几种 ϵ_i 值，$(d\Sigma/d\Omega_f)$ 对 θ 的依赖关系示于图 5.3。我们看到，光子能量愈大，前向散射也愈重要。康普顿散射的总截面 Σ 可以通过把(5.18)式的微分散射截面对 $d\Omega_f$ 积分推导出来。结果是

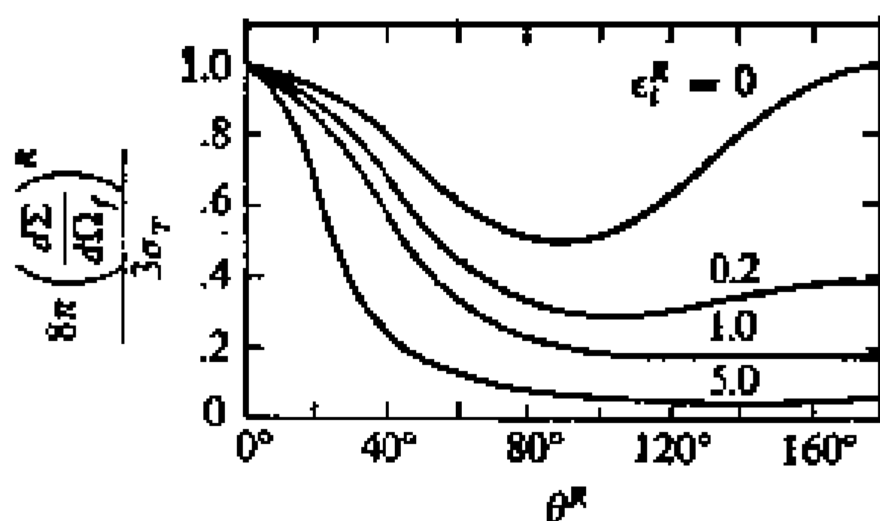


图 5.3 康普顿散射微分截面作为散射角 θ^R 的函数

$$\Sigma=\frac{3}{4}\sigma_T\left\{\frac{1+\epsilon_i}{\epsilon_i^3}\left[\frac{2\epsilon_i(1+\epsilon_i)}{1+2\epsilon_i}-\ln(1+2\epsilon_i)\right]\right.$$
$$\left.+\frac{1}{2\epsilon_i}\ln(1+2\epsilon_i)-\frac{1+3\epsilon_i}{(1+2\epsilon_i)^2}\right\}。\tag{5.20}$$

这个表达式，对于低能量和高能量光子可以近似地分别写为

$$\Sigma=\sigma_T\left(1-2\epsilon_i+\frac{26}{5}\epsilon_i^2+\cdots\right),\tag{5.21}$$

和

$$\Sigma=\frac{3}{8}\sigma_T\frac{1}{\epsilon_i}\left(\ln 2\epsilon_i+\frac{1}{2}\right)。\tag{5.22}$$

康普顿散射总截面 Σ 作为起始光子能量 ϵ_i 的函数示于图 5.4。起始光子能量愈大，被散射的光子数目愈少。

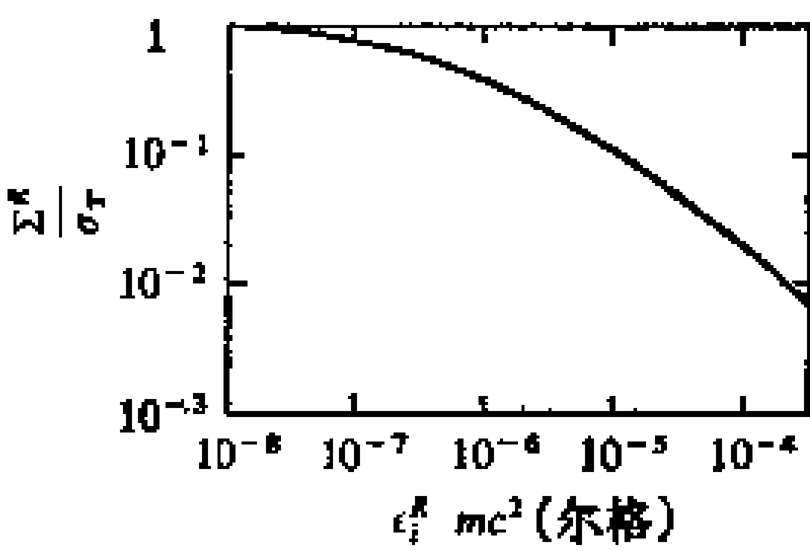


图 5.4 康普顿散射总截面作为起始光子能量 ϵ_i^R 的函数

5.4 在实验室坐标系中的电子散射

当我们从另一个坐标系（"实验室坐标系"），即在其中电子有着相对论性速度（$\beta \approx 1$, $\gamma \gg 1$）的坐标系上来看，前一节叙述的康普顿散射就叫做"逆康普顿散射"。为了求出逆康普顿散射(或，有些作者称之为"电子散射")的式子，我们必须把前面根据电子静坐标系（R 系）的公式变换到实验室坐标系（L 系）上来。

在这一节里，我们要应用几种量的洛伦兹变换。时间间隔 dt 按以下关系变换

$$dt^{R} = \gamma^{-1} dt^{L} \tag{5.23}$$

而频率(或能量 $h\nu$)的变换则为

$$\nu^{R} = \nu^{L}\gamma(1 - \beta\mu^{L}), \tag{5.24}$$

其中 μ 为运动方向和向观测者方向之间交角的余弦。如果 μ 为某一给定方向和运动方向之间交角的余弦，则角度的变换为

$$\mu^{R} = \frac{\mu^{L} - \beta}{1 - \beta\mu^{L}}; \tag{5.25}$$

$d\Omega$ 为在与运动方向成 $\cos^{-1}\mu$ 角的方向上所含的立体角，它的变换为

$$d\Omega^{R} = d\Omega^{L} \frac{1}{\gamma^{2}(1 - \beta\mu^{L})^{2}}。 \tag{5.26}$$

(5.25) 式的变换不适用于两个任意方向（其中没有一个和运动方向重合）之间的交角 α。如果这两个方向的方向余弦为 $(\mu, \sqrt{1-\mu^{2}}, 0)$ 和 $(\bar{\mu}, m, n)$。用图 5.5 中标示的符号，我们有 $\cos\alpha = \mu\bar{\mu} + m\sqrt{1-\mu^{2}}$ 和 $n = m\tan\chi$。由于 $1 = \bar{\mu}^{2} + m^{2} + n^{2} = \bar{\mu}^{2} + m^{2}(1 + \tan^{2}\chi)$，我们有

$$m = \sqrt{\frac{1-\tilde{\mu}^2}{1+\tan^2\chi}} = \cos\chi\ \sqrt{1-\tilde{\mu}^2}$$

和

$$\cos\alpha = \mu\tilde{\mu} + \cos\chi\sqrt{(1-\mu^2)(1-\tilde{\mu}^2)}, \qquad (5.27)$$

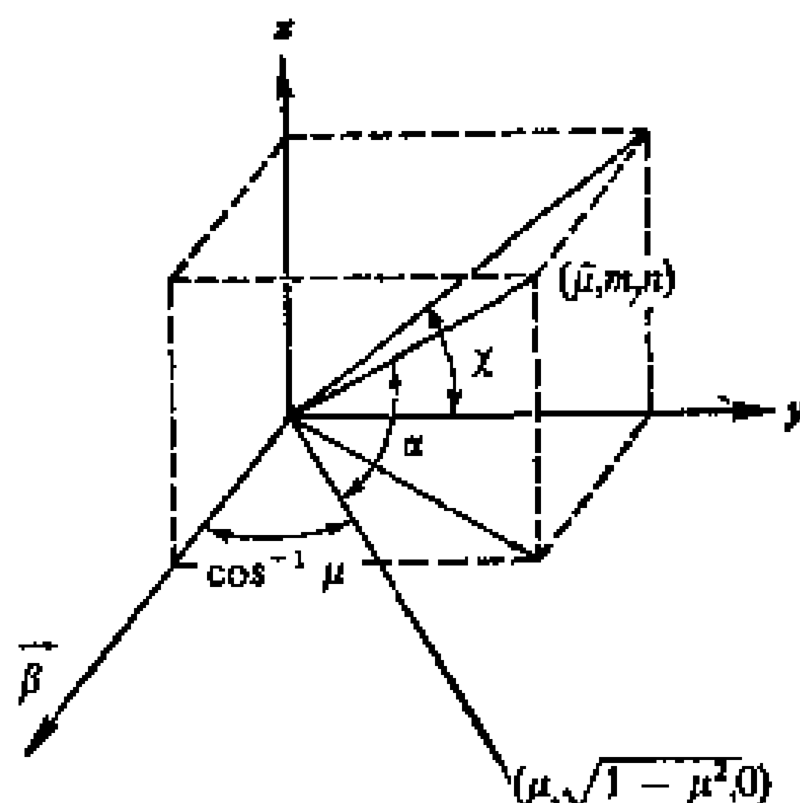


图 5.5　推导公式(5.27)

其中 χ 为垂直于 $\boldsymbol{\beta}$ (即垂直于运动方向)的平面，因此是一个洛伦兹不变量。把 (5.27) 式按照在 R 系和在 L 系的方式写出，而使两者的 $\cos\chi$ 相等，我们得到

$$\cos\alpha^{\mathrm{R}} = \frac{(1-\beta^2)(\cos\alpha^{\mathrm{L}} - \mu^{\mathrm{L}}\tilde{\mu}^{\mathrm{L}}) + (\mu^{\mathrm{L}}-\beta)(\tilde{\mu}^{\mathrm{L}}-\beta)}{(1-\beta\mu^{\mathrm{L}})(1-\beta\tilde{\mu}^{\mathrm{L}})}, \qquad (5.28)$$

其中 μ^{R} 和 $\tilde{\mu}^{\mathrm{R}}$ 借助于 (5.25) 变换到了 L 系。(5.28)式为两个任意方向(与运动方向之间的方向余弦分别为 μ 和 $\tilde{\mu}$) 之间的交角 α 的洛伦兹变换。如果其中一个方向与运动方向重合，则(5.28)式化成了 (5.25) 式。(5.28)式可以写成略为简单的形式：

$$1 - \cos\alpha^{\mathrm{R}} = \frac{1-\cos\alpha^{\mathrm{L}}}{\gamma^2(1-\beta\mu^{\mathrm{L}})(1-\beta\tilde{\mu}^{\mathrm{L}})}。$$

现在我们要来导出强度 I_ν 的变换公式。在静系里，在时

间间隔 dt、频率 ν 附近的 $d\nu$ 内，在沿着与运动方向成 $\cos^{-1}\mu$ 交角的方向周围的立体角 $d\Omega$ 范围内，通过一个面元 $d\Sigma$ 的光子数目为

$$\left(\frac{1}{h\nu} I_\nu \mu d\Sigma d\Omega d\nu dt\right)^{\mathrm{R}}。\tag{5.29}$$

在L系中，如果面元 $d\Sigma$ 不动，则数出的光子数目将是相同的，并等于

$$\left(\frac{1}{h\nu} I_\nu \mu d\Sigma d\Omega d\nu dt\right)^{\mathrm{L}}。\tag{5.30}$$

可是，由于面元 $d\Sigma$ 随着电子运动，在L系中数出的光子数目将比(5.30)式中的数目小 $(\mu^{\mathrm{L}}-\beta)/\mu^{\mathrm{L}}$ 倍，而当然，等于(5.29)式。这样，我们将得到

$$\frac{\mu^{\mathrm{L}}-\beta}{\mu^{\mathrm{L}}}\frac{I_\nu^{\mathrm{L}}}{h\nu^{\mathrm{L}}}\mu^{\mathrm{L}}d\Sigma^{\mathrm{L}}d\Omega^{\mathrm{L}}d\nu^{\mathrm{L}}dt^{\mathrm{L}}=\frac{I_\nu^{\mathrm{R}}}{h\nu^{\mathrm{R}}}\mu^{\mathrm{R}}d\Sigma^{\mathrm{R}}d\Omega^{\mathrm{R}}d\nu^{\mathrm{R}}dt^{\mathrm{R}}。$$

记住 $d\Sigma$ 与 $\boldsymbol{\beta}$ 垂直，并且把(5.23)—(5.26)的变换公式用在上面的表达式里，我们就得到强度 I_ν 的变换公式：

$$I_\nu^{\mathrm{R}}=I_\nu^{\mathrm{L}}\gamma^3(1-\beta\mu^{\mathrm{L}})^3,\tag{5.31}$$

其中 μ^L 为光子方向和运动方向之间的交角的余弦。

回顾一下以散射次数(一个洛伦兹不变量)来表达的微分散射截面 $(d\Sigma/d\Omega_f)d\Omega_f$ 的定义，我们有

$$\frac{I_{\nu_i}^{\mathrm{L}}}{h\nu_i^{\mathrm{L}}}d\nu_i^{\mathrm{L}}d\Omega_i^{\mathrm{L}}\left(\frac{d\Sigma}{d\Omega_f}d\Omega_f\right)^{\mathrm{L}}dt^{\mathrm{L}}=\frac{I_{\nu_i}^{\mathrm{R}}}{h\nu_i^{\mathrm{R}}}d\nu_i^{\mathrm{R}}d\Omega_i^{\mathrm{R}}\left(\frac{d\Sigma}{d\Omega_f}d\Omega_f\right)^{\mathrm{R}}dt^{\mathrm{R}},$$

由此可以得到以下关于微分散射截面的变换公式：

$$\left(\frac{d\Sigma}{d\Omega_f}d\Omega_f\right)^{\mathrm{R}}=\left(\frac{d\Sigma}{d\Omega_f}d\Omega_f\right)^{\mathrm{L}}\frac{1}{1-\beta\mu_i^{\mathrm{L}}}。\tag{5.32}$$

我们看到，截面的变换就和一个面积乘上 $\mu^{\mathrm{L}}/(\mu^{\mathrm{L}}-\beta)$ 一样，这是因为修正项 $\mu^{\mathrm{L}}/(\mu^{\mathrm{L}}-\beta)$ 已经包括在截面的定义里了。

用(5.26)式，我们可以把(5.32)式写为

$$\left(\frac{d\Sigma}{d\Omega_f}\right)^{R}=\left(\frac{d\Sigma}{d\Omega_f}\right)^{L}\frac{(1-\beta\mu_f^L)^2}{1-\beta\mu_i^L}\gamma^2,\qquad(5.33)$$

其中 μ_i^L 和 μ_f^L 为入射和散射光子相对于电子在L系中运动方向的方向余弦。

让我们假设电子为极近光速的相对论性的，$\beta\approx1(\gamma\gg1)$，而起始光子有着低能量，$\epsilon_i^L\gamma\ll1$。能量守恒方程(5.7)在变换到L系时将为

$$\epsilon_f^L=\epsilon_i^L\frac{1-\beta\mu_i^L}{1-\beta\mu_f^L}\cdot\frac{1}{1+\epsilon_i^L\gamma(1-\beta\mu_i^L)(1-\lambda^L)}。\qquad(5.34)$$

不过，比较方便的方式是，把上面这个关系式用某些表为L系和R系的量来写出。把 μ_f^L 变换回R系中，

$$\frac{1}{1-\beta\mu_f^L}=\gamma^2(1+\beta\mu_f^R),\qquad(5.35)$$

并通过一个(5.27)类型的公式用 λ^R, μ_i^R 和 χ 表示 μ_f^R，我们有

$$\frac{1}{1-\beta\mu_f^L}=\gamma^2\{1+\beta[\lambda^R\mu_i^R+\cos\chi\sqrt{[1-(\lambda^R)^2][1-(\mu_i^R)^2]}]\},\qquad(5.36)$$

最后得到

$$\epsilon_f^L=\epsilon_i^L\gamma^2\times\frac{(1-\beta\mu_i^L)\{1+\beta[\lambda^R\mu_i^R+\cos\chi\sqrt{[1-(\lambda^R)^2][1-(\mu_i^R)^2]}]\}}{1+\epsilon_i^L\gamma(1-\beta\mu_i^L)(1-\lambda^L)}。\qquad(5.37)$$

当电子速度极近于光速($\beta\to1$)时，方程(5.25)的变换给出

$$\mu_i^R=\frac{\mu_i^L-\beta}{1-\beta\mu_i^L}\to-1;\qquad(5.38)$$

换言之，在静系中，光子和电子所有的碰撞都显得是面对面的。在这种情况下，(5.37)式中含有根号的项将等于零。而且，如果 $\epsilon_i^L\gamma\ll1$，这个表达式将化为

$$\epsilon_f^L = \epsilon_i^L \gamma^2[(1-\beta\mu_i^L) + \beta\lambda^R(\mu_i^L - \beta)]。\tag{5.39}$$

如果在实验室坐标系中不计入赶上去和接近于赶上去的碰撞(这种碰撞仅仅发生在 $\beta \approx 1$ 时的非常狭窄的立体角中，因此为数很少)，我们有着 $\beta(\mu_i^L - \beta) < 0$。因此，对于一个给定的起始能量值，当散射角的余弦增大时，最终的能量值也增大。最终光子能量的极小和极大值为 $(\epsilon_f^L)_{\min} = \epsilon_i^L$ (对于任何 μ_i^L，这总是发生在 $\lambda_{\max}^R = +1$) 和 $(\epsilon_f^L)_{\max} = \epsilon_i^L(1+\beta)^2\gamma^2$ (对应于 $\lambda_{\min}^R = -1$ 和 $\mu_i^L = -1$)。当 $\beta = 1$ 时，$(\epsilon_f^L)_{\max} = 4\gamma^2\epsilon_i^L$，而

$$\epsilon_i^L \leqslant \epsilon_f^L \leqslant 4\gamma^2\epsilon_i^L。\tag{5.40}$$

对于一个固定的 $\epsilon_f^L/(\epsilon_i^L\gamma^2)$，有着一个限定的 μ_i^L 范围(从 -1 到 μ_i^{L*})，其中存在着对应于能量方程(5.39)式得到满足的 λ^R 值。对于 $\mu_i^L = \mu_i^{L*}$，$\mu_i^{L*} < \beta$ 的情况，唯一能够给出所需要的 $\epsilon_f^L/\epsilon_i^L\gamma^2$ 的 λ^R 值是 $\lambda^R = -1$。因此，μ_i^{L*} 可以通过把 $\lambda^R = -1$ 代入(5.39)式并解出 μ_i^L 来求出。结果是

$$\mu_i^{L*} = \frac{1+\beta^2 - \dfrac{\epsilon_f^L}{\epsilon_i^L\gamma^2}}{2\beta};$$

而对于 $\beta = 1$，我们有

$$-1 \leqslant \mu_i^L \leqslant 1 - \frac{\epsilon_f^L}{2\gamma^2\epsilon_i^L}。\tag{5.41}$$

现在，我们要来推导实验室坐标系中散射截面的表达式。首先，我们注意到在所假设的 $\epsilon_i^L\gamma \ll 1$ 的近似下，Klein-Nishina公式化成了经典的汤姆逊散射截面公式。变换(5.18)式右边的能量(我们考虑非偏振的情况)，我们有

$$\left(\frac{d\Sigma}{d\Omega_f}\right)^R = \frac{3}{16\pi}\sigma_T \frac{1}{[1+\epsilon_i^L\gamma(1-\beta\mu_i^L)(1-\lambda^R)]^2} \times\left[\frac{(\epsilon_i^L)^2\gamma^2(1-\beta\mu_i^L)^2(1-\lambda^R)^2}{1+\epsilon_i^L\gamma(1-\beta\mu_i^L)(1-\lambda^R)} + 1 + (\lambda^R)^2\right];\tag{5.42}$$

这在 $\epsilon_i^L\gamma \ll 1$ 时，给出了

$$\left(\frac{d\Sigma}{d\Omega_f}\right)^R = \frac{3}{16\pi}\sigma_T[1+(\lambda^R)^2] = \left(\frac{d\Sigma}{d\Omega_f}\right)^R_{\text{汤姆逊}}。 \quad (5.43)$$

很容易看出

$$\int_{4\pi}\left(\frac{d\Sigma}{d\Omega_f}\right)^R_{\text{汤姆逊}} d\Omega_f^R = \sigma_T。 \quad (5.44)$$

我们将限于考虑光子和电子两者都是各向同性分布，来计算出一个起始能量为 ϵ_i^L 的光子在从一个能量为 γ 的电子上散射后得到最终能量为 ϵ_f^L 的几率 σ，

$$\sigma(\epsilon_f^L, \epsilon_i^L, \gamma) \equiv \frac{1}{4\pi}\iint\left(\frac{d\Sigma}{d\Omega_f}\right)^L \times\delta[\epsilon_f^L - \epsilon_f^L(\epsilon_i^L, \gamma, \mu_i^L, \lambda^R)]d\Omega_i^L d\Omega_f^L。 \quad (5.45)$$

式中狄喇克 δ 函数表明，在化算 σ 时，对于给定的 ϵ_f^L，ϵ_i^L 和 γ 值，我们必须使用满足(5.39)式能量守恒条件的 μ_i^L 和 λ^R 值。利用 (5.43)、(5.33) 和 (5.26) 式，并记住 $d\Omega_i^L = d\mu_i^L d\tilde{\omega}_i^L$ 和 $d\Omega_f^L = d\mu_f^L d\tilde{\omega}_f^L$（其中 $\tilde{\omega}_i^L$，$\tilde{\omega}_f^L$ 为适当的方位角，而在各向同性的情形下，两者之中任何一个的积分都是 2π），从 (5.45) 式我们有

$$\sigma(\epsilon_f^L, \epsilon_i^L, \gamma) = \frac{3}{16}\sigma_T\int_{-1}^{+1}\int_{-1}^{\mu_i^{L*}}(\beta\mu_i^L - 1)[1+(\lambda^R)^2] \times\delta[\epsilon_f^L - \epsilon_f^L(\epsilon_i^L, \gamma, \mu_i^L, \lambda^R)]d\lambda^R d\mu_i^L。 \quad (5.46)$$

在从 (5.45) 式化到 (5.46) 式时，我们以 λ^R 表示 μ_f^L，并用了 (5.36)式。这种推导可以比较简单地做到：因为当 $\beta\to 1$ 时，$\mu_i^R \approx -1$；从(5.27)型的方程可以导出 $\mu_f^R \approx -\lambda^R$，因而

$$\mu_f^L \approx \frac{\beta-\lambda^R}{1-\beta\lambda^R},\quad d\mu_f^L \approx \frac{-d\lambda^R}{\gamma^2(1-\beta\lambda^R)^2}。 \quad (5.47)$$

由此便可得(5.46)式。应用有关二维狄喇克 δ 函数的定理

$$\iint f(x, y)\delta[w - w(x, y)]dxdy$$
$$= \int f[x, y_0(x)]\frac{1}{\left[\frac{\partial w(x, y)}{\partial y}\right]_{y=y_0(x)}}dx,$$

其中 $y_0(x)$ 为满足条件 $w(x, y) = 0$ 的 y 值，我们可以把(5.46)式写为

$$\sigma(\epsilon_f^L, \epsilon_i^L, \gamma) = \frac{3}{16}\sigma_T \frac{1}{\epsilon_i^L\gamma^2\beta^3}$$
$$\times\int_{-1}^{\mu_i^{L*}}\left[\beta^2 + \left(\frac{\epsilon_f^L}{\epsilon_i^L\gamma^2}\right)^2\frac{1}{(\mu_i^L - \beta)^2} + \frac{(1 - \beta\mu_i^L)^2}{(\mu_i^L - \beta)^2}\right.$$
$$\left. -2\left(\frac{\epsilon_f^L}{\epsilon_i^L\gamma^2}\right)\frac{1 - \beta\mu_i^L}{(\mu_i^L - \beta)^2}\right]\frac{\beta\mu_i^L - 1}{\mu_i^L - \beta}d\mu_i^L。\tag{5.48}$$

对于 $\beta = 1$，我们有

$$\sigma(\epsilon_f^L, \epsilon_i^L, \gamma) = \frac{3}{16}\sigma_T \frac{1}{\epsilon_i^L\gamma^2}$$
$$\times\int_{-1}^{1-\epsilon_f^L/(2\gamma^2\epsilon_i^L)}\left[2 + \left(\frac{\epsilon_f^L}{\epsilon_i^L\gamma^2}\right)\frac{2}{(\mu_i^L - 1)} + \left(\frac{\epsilon_f^L}{\epsilon_i^L\gamma^2}\right)^2\frac{1}{(\mu_i^L - 1)^2}\right]d\mu_i^L。\tag{5.49}$$

这个式子里的积分很简单，积分后给出

$$\sigma(\epsilon_f^L, \epsilon_i^L, \gamma) = \frac{3}{32}\sigma_T \frac{1}{\epsilon_i^L\gamma^2}$$
$$\times\left[8 + 2\left(\frac{\epsilon_f^L}{\epsilon_i^L\gamma^2}\right) - \left(\frac{\epsilon_f^L}{\epsilon_i^L\gamma^2}\right)^2 + 4\left(\frac{\epsilon_f^L}{\epsilon_i^L\gamma^2}\right)\ln\frac{1}{4}\left(\frac{\epsilon_f^L}{\epsilon_i^L\gamma^2}\right)\right]。\tag{5.50}$$

我们回顾到这个表达式适用的条件是：极近光速的相对论性电子($\beta \simeq 1$)，其能量范围为

$$\epsilon_i^L \leqslant \epsilon_f^L \leqslant 4\gamma^2\epsilon_i^L,$$

其中的起始光子和电子有着各向同性分布，而且忽略掉了偏

振。方程(5.50)示于图 5.6 及图 5.7。

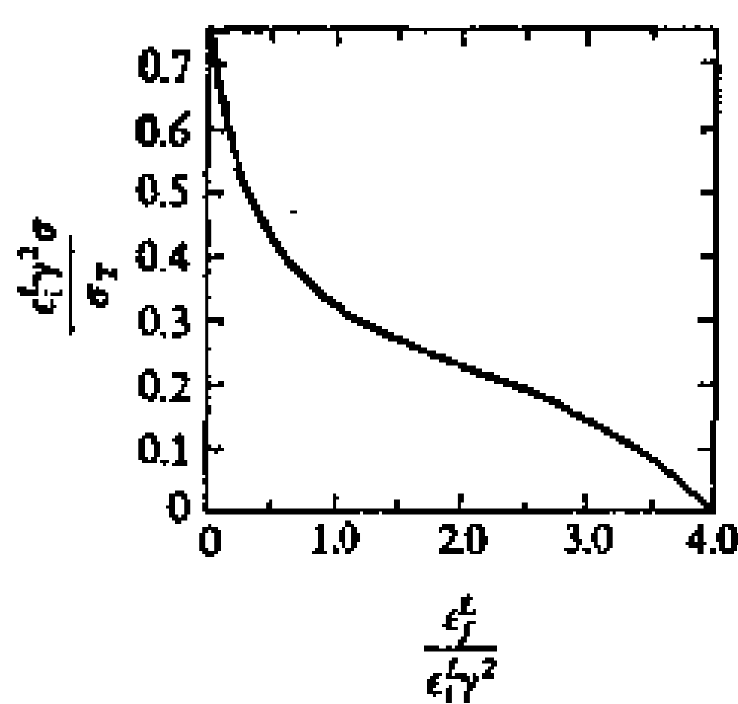


图 5.6　逆康普顿散射几率 σ 作为 $\epsilon_f^L/\epsilon_i^L\gamma^2$ 的函数

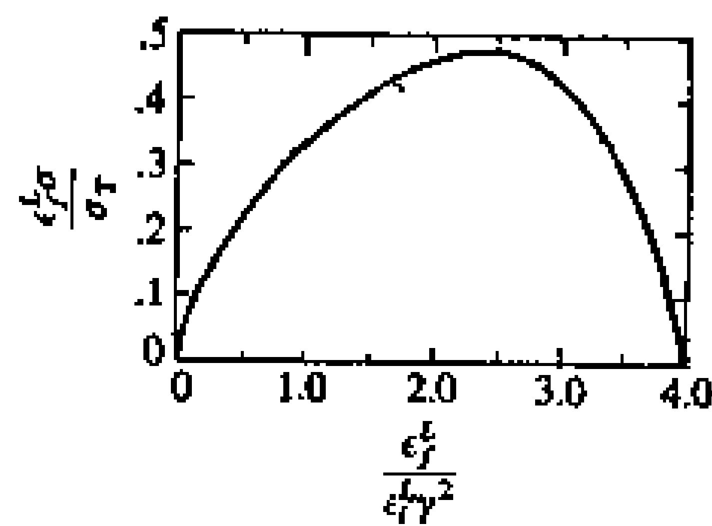


图 5.7　逆康普顿过程散射的能量 $\epsilon_f^L\sigma$ 作为 $\epsilon_f^L/\epsilon_i^L\gamma^2$ 的函数

在前一段的假设下，逆康普顿散射的发射系数 $\mathscr{E}_\nu^C$ 和吸收系数 κ_ν^C 为

$$\mathscr{E}_\nu^C = \iint J(\nu_i)\sigma\left(\frac{h\nu}{mc^2}, \frac{h\nu_i}{mc^2}, \frac{E}{mc^2}\right)N(E)d\nu_i dE, \quad (5.51)$$

$$\kappa_\nu^C = \iint \sigma\left(\frac{h\nu_f}{mc^2}, \frac{h\nu}{mc^2}, \frac{E}{mc^2}\right)N(E)d\nu_f dE, \quad (5.52)$$

其中 σ 由(5.50)式给定，而 $N(E)$ 为电子能量分布(从这里开始，所有的量都是对 L 系而言，这样可以去掉角标而不致混淆)。$J(\nu)$ 为辐射场的平均强度。对 $d\nu_f$ 积分可使吸收系数的表达式大为简化。当积分限为 ν_i 及 $4\gamma^2\nu_i$ 时，积分的结果将与 ν_i 无关：

$$\kappa_\nu^C = \sigma_T \int f\left(\frac{E}{mc^2}\right)N(E)dE,$$

其中

$$f(\gamma) = 1 - \frac{3}{4\gamma^2} - \frac{3}{16\gamma^4}\ln\frac{1}{4\gamma^2} + \frac{1}{32\gamma^6}。$$

对于 $\gamma \approx 10$ 或更大，函数 $f(\gamma)$ 非常接近于 1。因此，对于

$E/mc^2 \gtrsim 10$，我们有

$$\kappa_\nu^C = \sigma_T \cdot N, \qquad (5.53)$$

其中 $N = \int N(E)dE$ 为电子的总数密度。如果在一个含有相对论性电子和磁场的区域中，有着同步加速器辐射，而且发生了逆康普顿散射，则在我们的假设下，这种区域中的辐射转移可以用以下方程描述：

$$\frac{dI_\nu}{ds} = -(\kappa_\nu^S + \kappa_\nu^C)I_\nu + \mathcal{E}_\nu^S + \mathcal{E}_\nu^C, \qquad (5.54)$$

其中 κ_ν^S 和 $\mathcal{E}_\nu^S$ 为同步加速器辐射的吸收和发射系数（参看第三章），而 s 为几何路程。因为所有的系数 [(5.53) 的近似式中的 κ_ν^C 除外] 都依赖于电子能量分布，以及因为分布的变化既是散射(这时电子损失掉能量)的结果又是同步加速器耗损的结果，因此，我们应当把转移方程(5.54)和描述电子能谱变化的方程联起来解。这种方程将是 (6.10) 式的类型，但是一定要包括一个描述逆康普顿效应所引起的耗损项。一个电子的能量耗损率为

$$\left|\frac{d\gamma}{dt}\right| = 4\pi \int_{\epsilon_i=0}^{\infty} \int_{\epsilon_f=\epsilon_i}^{4\epsilon_i\gamma^2} \epsilon_f \frac{J(\epsilon_i)}{\epsilon_i} \sigma(\epsilon_i, \epsilon_f, \gamma) d\epsilon_i d\epsilon_f。 \qquad (5.55)$$

在我们的假设下，以及在 σ 为方程(5.50)的形式下，作了一次积分后，对于大 γ 值，我们有

$$\left|\frac{d\gamma}{dt}\right| = \frac{16\pi}{3}\sigma_T\gamma^2 \int_0^\infty J(\epsilon_i)d\epsilon_i。 \qquad (5.56)$$

如果 u_{rad} 是以 mc^2 为单位的光子场能量密度，我们可以把电子能量耗损的方程写为

$$\left|\frac{d\gamma}{dt}\right| = \frac{4}{3}\sigma_T c u_{rad}\gamma^2 = 2.66 \times 10^{-14} u_{rad}\gamma^2。$$

表为厘米、克、秒单位时，有

$$\left|\frac{dE}{dt}\right| = \frac{32}{9}\frac{\pi c e^4}{(mc^2)^4} u_{\rm rad} E^2 = 3.97 \times 10^{-2} u_{\rm rad} E^2。\quad (5.57)$$

对于康普顿耗损，一个电子的寿命为

$$\tau_C = \frac{E}{\left|\frac{dE}{dt}\right|} = \frac{25.2}{u_{\rm rad} E}。\qquad (5.58)$$

能量耗损率与质点静质量的四次方成反比 [(5.57) 式]。因此比起电子散射来，质子散射可以不计。同步加速器耗损 [(3.32)式] 和逆康普顿耗损之比可以写为

$$\frac{\left(\frac{dE}{dt}\right)_S}{\left(\frac{dE}{dt}\right)_C} = \frac{\frac{H^2}{8\pi}}{u_{\rm rad}} \cdot \frac{3}{2} \sin^2 \vartheta, \qquad (5.59)$$

其中 ϑ 为电子和局部磁场之间的交角。如果电子速度的方向相对于磁场平均说来是随机的，则 $\langle \sin^2\vartheta \rangle = 2/3$，而

$$\frac{\left(\frac{dE}{dt}\right)_S}{\left(\frac{dE}{dt}\right)_C} = \frac{\text{磁能密度}}{\text{辐射能密度}}。\qquad (5.60)$$

对于一个定态的同步加速器光子源，光子从源内的发射电子上受到散射，以上的同步加速器耗损和逆康普顿耗损的比值应当不小于 1。因为不然的话，逆康普顿过程——它通过把能量从电子转移到光子而使得辐射能密度增大——就会很快地消耗掉电子的能量，而这就会使得电子无法再进一步供应同步加速器光子。显然，这种情况将不是定态的，而将导致很快地消耗掉相对论性电子的能量。

第 六 章

分立射电源频谱的解释

6.1 引言　　分立射电源的频谱

比起光学天文来，宇宙源的流量的射电测量是非常“单色”的。在使用滤波器时，频宽和中心频率之比往往是 2×10^{-2} 到 2×10^{-5}。即使是多路接收机，通常也只是包括到一个对应于射电谱线多普勒致宽轮廓的狭窄频谱范围。这样，源的流量的一次射电测量提供的是流量-频率图上的一个点。其他的点则可以用不同频率的接收机，而且常常还要用不同的天线来测出。因此，宇宙源连续射电频谱研究中的一个重要问题是取得强度的绝对校准。最常用的校准方法是把一个给定的天线和一个小尺寸的天线(往往是角锥喇叭天线)的测量相比对，而这种小型天线的增益则可以从理论上算出来。小喇叭天线的实测值对理论值的偏离大约是1%或更小一些。通过喇叭天线和给定天线对同一个强源(一般是太阳或一个发射天线)的观测，给定天线的增益可以定到大约2%的精确度。另一种校准天线的方法是，在天线束的方向上放一个黑盘，定出的增益误差约为5—10%。有一些射电源(仙后座A，天鹅座A，金牛座A)的流量已在几个波长上作了绝对测量。其他的射电源在包括这些波长在内的各个波长上的观测，可以相对于这些标准源来进行。知道了标准源的绝对流量，我们就可以把所有其他的源的流量化到同一个标度上，从

而可以研究它们的频谱。

已经证认出为银河系电离氢(HII)区和大部分的行星状星云的分立射电源的频谱特点是：画在全对数标度上时，曲线的高频部分扁平，而向较低频率的方向上急剧下降，形成一个梯度为2的直线。这种频谱(有时叫做T类频谱)是典型的热过程频谱，可以很好地用射电辐射的自由-自由机制来解释。在很好地研究过的非热频谱中，大约有一半有着 $F_\nu \propto \nu^{-\alpha}$ 的形式，因而在可测的频率范围内可以在 $\log F_\nu - \log \nu$ 图上用一根直线来表示。频谱指数 α 有着高斯分布，中值约为0.75，标准离差为0.15(测定单个 α 指数的平均误差为0.05)。这种类型的频谱不能合理地归为热辐射区的迭加。同步加速器机制要产生直线频谱就需要源中有着一个 $N(E)=N_0E^{-(2\alpha+1)}$ 的幂定律电子能量分布。频谱指数的弥散度很小，表明在不同分立射电源之间有着一个相似的电子能量分布指数 $\gamma=2\alpha+1$。直线频谱常常叫做S类频谱。

其余的频谱都有着比较复杂的形状。在一个射电源的频谱中，相当经常地可以证认出几种不同的成分来。不同成分的辐射通常好象是发生在源的不同区域上。一个复合源频谱中的一个成分常常是在某一范围内成直线(画在全对数标度上)，然后，或是在低频段向下弯(C_L 频谱)，或是在高频段向下弯(C_H 频谱)，或是两者都有。C_L 频谱是高亮温度源的典型频谱。在下面各节中，我们将谈到在低频段和高频段上观测流量下降的可能原因。

6.2 T类频谱的讨论

分立射电源的T类频谱可以很好地用热自由-自由辐射来解释。如果 T_e 为源中的电子运动温度，N_e 为电子数密度，自由-自由吸收系数[参看(2.86)式]近似地为

$$\kappa_\nu = \frac{N_e^2}{T_e^{1.5}\nu^{2.1}}, \tag{6.1}$$

式中所用的是厘米、克、秒单位，而源函数为普朗克型的，$S_\nu = B_\nu(T_e)$。引进光学天体物理学常用的辐射标度 $\mathscr{E}$，

$$\mathscr{E} = \int N_e^2 ds。 \tag{6.2}$$

如果在源内 T_e 变动不大，而 λ 为以厘米计算的波长，则我们可以把光学厚度 τ_ν 写为

$$\tau_\nu = \int \kappa_\nu ds = T_e^{-1.5}\nu^{-2.1}\mathscr{E}。 \tag{6.3}$$

这样，在源内的辐射转移方程可以经过积分而给出

$$I_\nu = B_\nu(T_e)(1 - e^{-\tau_\nu})。 \tag{6.4}$$

因此，观测到的来自星云中的辐射流量 F_ν 为

$$F_\nu = \frac{2k\nu^2}{c^2} T_e \int_\Omega (1 - e^{-\tau_\nu}) d\Omega, \tag{6.5}$$

其中 Ω 为源所含的立体角。在高频段上，源为光学薄（$\tau_\nu \ll 1$），F_ν 近似地为

$$F_\nu \cong \frac{2k\nu^2}{c^2} T_e \int_\Omega \tau_\nu d\Omega \propto \nu^{-0.1}, \tag{6.6}$$

而实际上与频率无关。在低频段上，源为光学厚（$\tau_\nu \gg 1$），(6.5)式给出

$$F_\nu \cong \frac{2k\nu^2}{c^2} T_e \Omega \propto \nu^2。 \tag{6.7}$$

热辐射频谱的形状示于图 6.1，其中给出的是函数

$$P(z) = z^2 \frac{1}{1 - 1/e}(1 - e^{-z^{-2.1}})$$

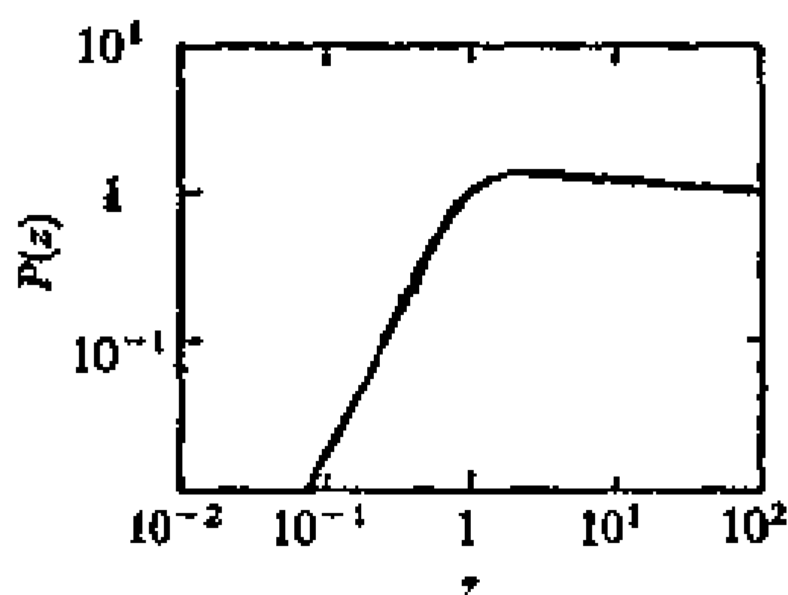


图 6.1 函数 $P(z)$ 表示射电频段热频谱的形状

的图形，式中 $z = \nu/\nu_1$，而 ν_1 为光学厚度等于 1 处的频率。因此，以 $P(z)$ 函数来表达的热辐射强度为 $I_\nu = I_{\nu 1}\cdot P(\nu/\nu_1)$。

往往可以看到，热射电源迭加在一个背景辐射上。设背景的亮温度为 T_B，这时，对于来自热辐射源区域的流量，转移方程(A. 30)给出了

$$F_\nu = \frac{2k\nu^2}{c^2}\left[T_e\int_\Omega(1 - e^{-\tau_\nu})d\Omega + T_B\int_\Omega e^{-\tau_\nu}d\Omega\right], \quad (6.8)$$

式中第二项描述源中背景辐射的吸收（当然，我们象以前一样，假设了源和背景都足够地均匀，从而可以把有关的量放到积分号外边来）。由于(6.8)式给定的流量 F_ν 往往是和源的邻近的背景辐射相比，因此常常用"视流量"

$$F_{\nu A} = \frac{2k\nu^2}{c^2}(T_e - T_B)\int_\Omega(1 - e^{-\tau_\nu})d\Omega \qquad (6.9)$$

来描述从热辐射源投来的辐射。视流量为源的流量密度加上(6.8)式中背景辐射传出来的部分，减去假设在没有源的情况下同一天区的背景流量密度。从(6.9)式我们看到，根据温度 T_e 和 T_B 的差值，如果 $T_e > T_B$，我们将看到源在辐射；反之，则在吸收。如果在一系列的频率上观测光学厚和光学薄的各个区域，只要是源的大小和距离为已知，则我们可以定出电子温度 T_e 和辐射标度 $\mathscr{E}$。这样定出的结果和光学资料符合得还不错。

6.3 同步加速器频谱　相对论性电子的能量分布

讨论电子集体发出的同步加速器辐射的频谱，就需要知道在源内给定的点上以及在给定的时间上的电子能量分布，即函数 $N(E, \boldsymbol{k}, \boldsymbol{r}, t)$。在某一"起始"瞬时 t_0 给定一个具体的分布 $N(E, \boldsymbol{k}, \boldsymbol{r}, t_0)$，只要电子能量的增益和耗损 dE/dt 连同电子的源(Source) $q(E, \boldsymbol{k}, \boldsymbol{r}, t)$和汇(sin k) $p(E, \boldsymbol{k}, \boldsymbol{r}, t)$

都为已知，则分布函数的进一步变化就可以确定。一般说来，所有上面提到的函数都依赖于空间的坐标、方向以及时间。然而，为了简单起见（也为了在描述观测到的射电源频谱的主要特征时，分布函数对在源内的位置的依赖可以忽略），在这一章里，我们将假设所讨论的问题是均匀各向同性的，即所有的函数——$N(E,t)$、$q(E,t)$ 以及$p(E,t)$，仅仅依赖于时间（当然也依赖于电子能量）。然而有一些迹象表明，对某些源（象“类星体”）来说，假设 $N(E,t)$ 为各向同性可能是不正确的。电子的各向同性均匀分布函数 $N(E,t)$ 满足下述方程：

$$\frac{\partial N(E,t)}{\partial t}+\nabla_E\cdot\left[N(E,t)\frac{dE}{dt}\right]=q(E,t)-p(E,t), \tag{6.10}$$

实际上这就是在一维能量空间里对于辐射电子数密度的连续方程。$N(E,t)(dE/dt)$ 是由于电子能量的增减而引起的、在单位时间内带着通过数值 E 的能量的电子流量（dE/dt 是能量空间中的速度）。源函数 $q(E,t)$ 描述着在时间 t 时，在单位时间和单位能量间隔上注入到辐射区域的能量为 E 的电子数目。由于核碰撞或是由于逃逸而离开辐射区域的能量为 E 的电子数由 $p(E,t)$ 给出，它也就可以写成 $(1/T)N(E,t)$，其中 T 为这种崩溃性耗损中的电子寿命。我们将在这里假设 $p(E,t)=0$，以及 $dE/dt=\varphi(E)$，即只依赖于电子能量，而且包含电子的区域是稳定的。我们将限于考虑函数 $\varphi(E)$ 具有以下形式的情况，

$$\varphi(E)=-\zeta-\eta E-\xi E^2。 \tag{6.11}$$

它代表着由于周围介质的电离，自由-自由辐射，同步加速器辐射，以及逆康普顿效应所引起的电子能量耗损。

周围介质的电离所引起的相对论性电子能量耗损可以用 $dE/dt=\zeta_I$ 描述。 如果介质是由数密度为 n 的氢原子所组

成，而且 $(E/mc^2) < 3\times 10^{11}n^{-1/2}$，则

$$\zeta_I \approx 3.66\times 10^{-20}n\left(6.27+\ln\frac{E}{mc^2}\right); \tag{6.12}$$

或者，如果介质为完全电离气体而有着非相对论性电子数密度 n，则

$$\zeta_I \approx 1.22\times 10^{-20}n\left(73.4+\ln\frac{E}{mc^2}-\ln n\right)。 \tag{6.13}$$

在这后一种情况下，方程中考虑了由于等离子波的契连科夫辐射等等所引起的种种能量耗损，而不计入邻近原子的激发和电离的效应。在以上两种情况下都可以忽略去 ζ_I 对于 E 的对数项的依赖，而对于相对论性电子，电离耗损则可以认为和电子能量无关。

通过和周围介质的核子的互作用产生光子从而引起的耗损，即自由-自由辐射，大致上正比于电子能量：

$$\frac{dE}{dt} = -\eta E。 \tag{6.14}$$

在数密度为 n 的中性氢区域，

$$\eta \approx 8.0\times 10^{-16}n; \tag{6.15}$$

而在完全电离氢区域，

$$\eta \approx 1.37\times 10^{-16}n\left(0.36+\ln\frac{E}{mc^2}\right)。 \tag{6.16}$$

自由-自由辐射的电子能量耗损不是连续的，这是因为在这个过程中发出的光子能量可以和电子的能量相比拟。因此，实际上电子在和核子的一次互作用中就把它的所有能量都消耗光。但是，当电子穿过密度（沿电子路径积分）为 l 的介质时，产生一次互作用的几率为 $1-e^{l/L}$（其中对于氢，$L=62$ 克/厘米^2）。在一个大的电子集体中，这些耗损平均起来可以当作是连续的；在通过一个 L 层之后，每个电子的能量将减到

e^{-1} 倍。在 90% 的氢和 10% 的氦的混合气体中，自由-自由辐射耗损比纯氢的气体大 20%。

电子通过同步加速器辐射和逆康普顿效应两者引起的能量耗损与电子能量的平方成正比：

$$\frac{dE}{dt} = -\xi E^2 = -(\xi_S + \xi_C)E^2。\qquad (6.17)$$

同步加速器辐射耗损由(3.32)式给出，为

$$\xi_S = 2.37 \times 10^{-3} H_\perp^2, \qquad (6.18)$$

其中 $H_\perp$ 为在源中垂直于电子速度的磁场分量。逆康普顿散射耗损由(5.57)给出，

$$\xi_C = 3.97 \times 10^{-2} u_{\rm rad}, \qquad (6.19)$$

其中 $u_{\rm rad}$ 为源中的辐射能量密度。在第五章中讨论了在电子能量耗损中这两种过程的相对重要性。回顾一下，在角径小

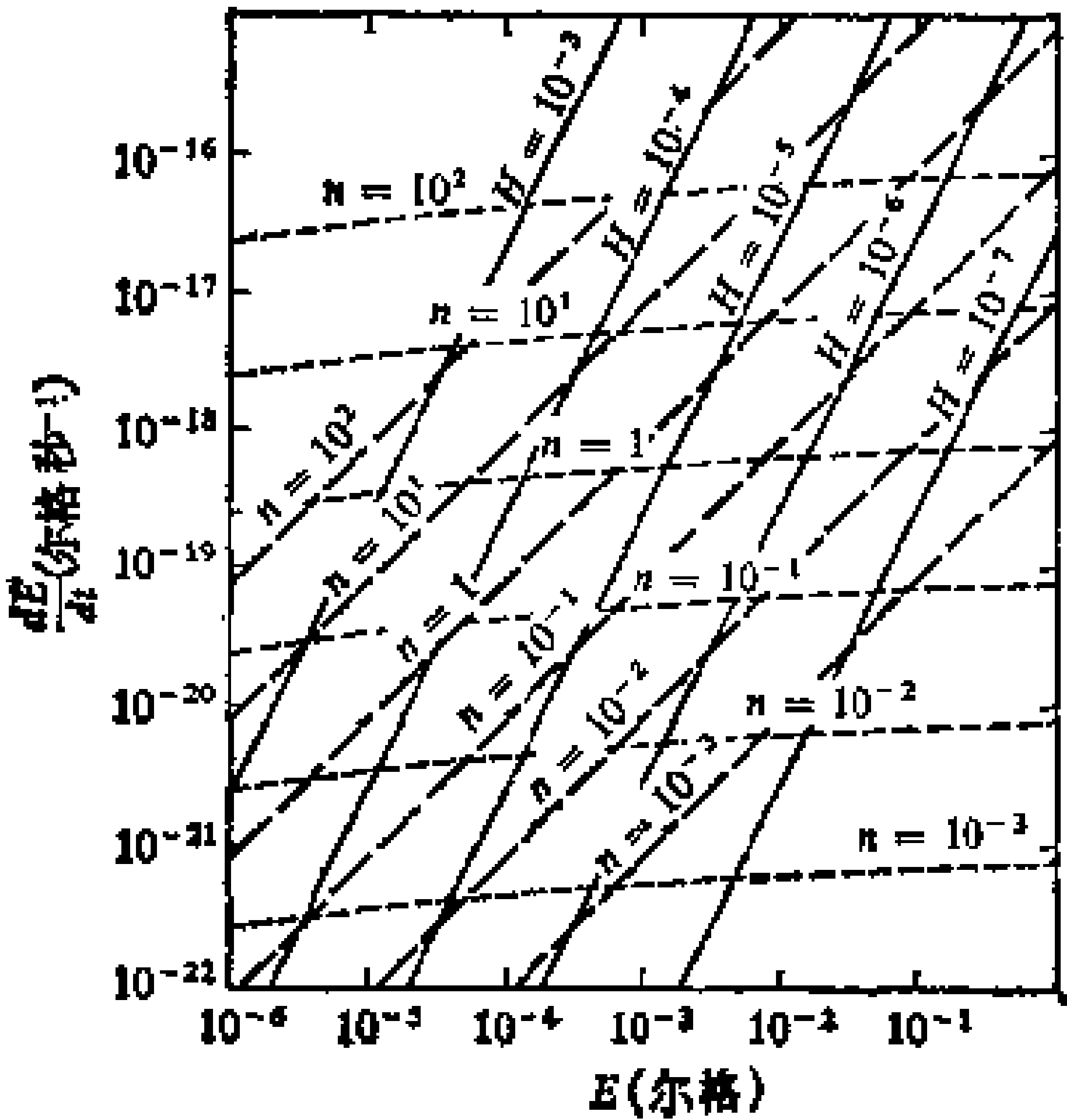


图 6.2 电子能量的耗损率作为含有密度为 n (厘米$^{-3}$) 的中性氢和一个强度为 H 的磁场的区域中电子能量的函数。点线表示电离耗损，折断线表示自由-自由辐射耗损，实线表示同步加速器耗损。

而很亮的射电源中，逆康普顿耗损占主要地位，而在同步加速器辐射的定态源中，它们则小于同步加速器耗损。

电离耗损，自由-自由辐射耗损，以及同步加速器耗损的相对重要性示于图 6.2。一般说来，高频段以同步加速器耗损为主，在低频段以电离耗损为主，而自由-自由辐射耗损则在中介频率上占优势。在我们的假设下，对于分布函数 $N(E, t)$，方程为

$$\frac{\partial N(E,t)}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial E}[N(E,t)\varphi(E)]=q(E,t)。$$

在定态时 $[(\partial N/\partial t)=0,\ q(E,t)=q(E),\ N(E,t)=N(E)]$，它的解为

$$N(E)=\varphi^{-1}\int q(E)dE。$$

当源函数有着 $q(E)=q_0E^{-\gamma}$ 的形式时，我们有

$$N(E)=q_0(\gamma-1)^{-1}E^{-\gamma}(\zeta E^{-1}+\eta+\xi E)^{-1}。$$

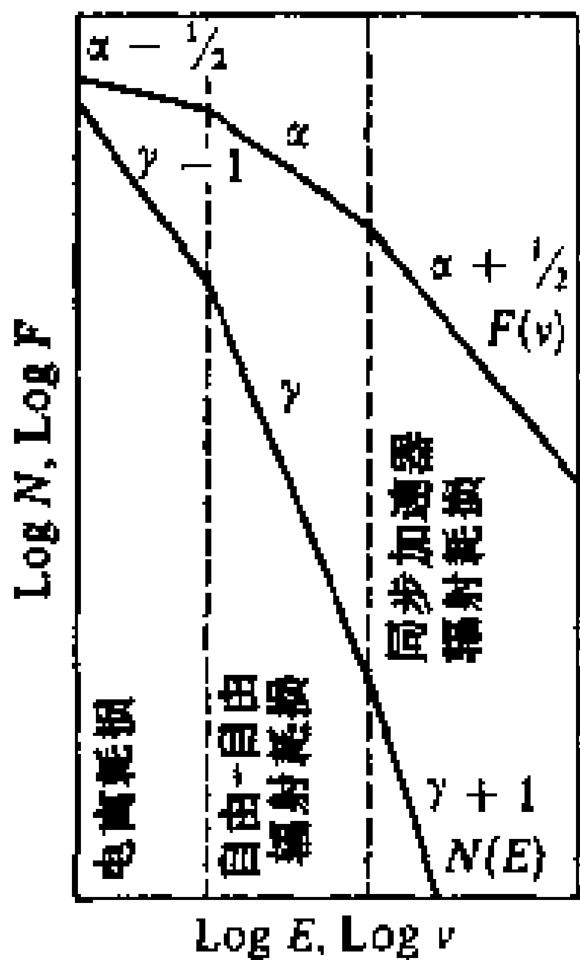


图 6.3 电子定态分布函数 $N(E)$，及其同步加速器频谱 $F(\nu)$。

对于那些能量区域，其主要部分的耗损率不依赖于能量，则 $N(E)\propto E^{-(\gamma-1)}$。对于中等能量 $[N(E)\propto E^{-\gamma}]$，电子分布函数的指数则保持着与注入质点的 $q(E)$ 的指数一样。最后，对于大能量，和电子能量的平方成正比的耗损占优势，而电子分布函数变成更陡：$N(E)\propto E^{-(\gamma+1)}$。这些情况示于图 6.3。在同一图中表示出了对应于电子分布函数的同步加速器辐射谱。同步加速器频谱由方程(3.40)中代进适当的 $N(E)$ 而得到。电子能量分布

指数(γ)和辐射谱指数(α)的关系为 $\gamma = 2\alpha + 1$。

我们现在来考察一种依赖于时间的电子分布，其中同步加速器辐射耗损是影响电子能量的唯一因素。对于由同步加速器辐射引起的能量耗损率的方程(6.17)可以很容易地积分(通过代入 $x = 1/E$)，给出

$$E = \frac{E_0}{1 + \xi_S(t - t_0)E_0}, \qquad (6.20)$$

其中 $E_0 = E(t_0)$ 为起始能量(在时间 t_0 的能量)。如果起始的电子分布(即在某一起始时间 t_0)为

$$N(E_0, \vartheta, 0)dE_0 = N_0 E_0^{-\gamma} dE_0, \qquad (6.21)$$

而所有电子都指向相对于磁场为 ϑ 角的同一方向上，则在某个后来的时间 t，对于 $E < E_T$ 的电子分布为

$$N(E, \vartheta, t)dE = N_0 E^{-\gamma}(1 - \xi_S E t)^{\gamma-2} dE, \quad (6.22)$$

而对于 $E > E_T$，$N(E, \vartheta, t) = 0$。在(6.21)式中，通过(6.20)式代入 E_0，并把(6.20)式微分后代入 $dE = dE_0(1 - \xi_S E t)^{-2}$，就得出了(6.22)式。分布函数 $N(E, \vartheta, t)$ 的特点是具有截止能量 $E_T = 1/\xi_S t$(电子能量没有大于 E_T 的)；即使一个电子具有无穷大的能量，它在某一有限时间内，能量也将减少到 $1/\xi_S t$(图 6.4)。截止能量 E_T 是电子速度和磁场方向之间的交角 ϑ 的函数。量 ξ_s 通过 $\xi_s = \xi_S \sin^2\vartheta = c_2 H^2 \sin^2\vartheta$ 而依赖于 ϑ。由于辐射是沿着速度矢量的方向发出，因此 ϑ 角不随时间变化。对于紧靠磁场方

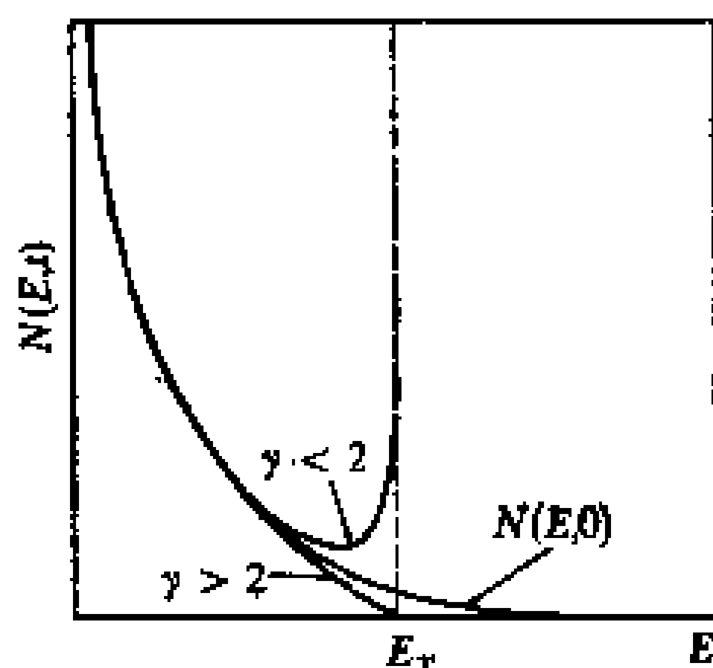


图 6.4 按照(6.22)式，以同样的角度 ϑ 相对于磁场运动的电子的分布函数对于指数 γ 的所有的值都有一个在 $E_T = 1/\xi_S t$ 处的截止能量。对于 $\gamma > 2$，分布的高能端随着时间下降；对于 $\gamma < 2$，高能端上升到正好比 E_T 小一点。没有任何电子的能量高过于 E_T。

向运动的电子，即使是 $\xi_S t$ 很大，截止能量也是非常高的。如果起始的幂定律电子分布是各向同性的，则在某个后来的时间 t 时的分布可以由(6.22)式对所有方向取平均来得到：

$$N(E,\ t) = 4\pi N_0 E^{-\gamma}\int_0^{\pi/2}(1-\xi_S \sin^2\vartheta E t)^{\gamma-2}\sin\vartheta d\vartheta。\quad (6.23)$$

对于低能量，$E \ll \tilde{E}_T$（因而 $E \ll E_T$），其中 $\tilde{E}_T = 1/(\xi_S t)$，括弧中的第二项相对于1说来可以忽略。这种情况下，我们有着定态幂定律分布，

$$N(E,\ t) = 4\pi N_0 E^{-\gamma}。\quad (6.24)$$

对于高能量（$E \gg \tilde{E}_T$，但还是 $< E_T$），在 ϑ 的范围内，我们只需要从0积分到 $\tilde{\vartheta}$，$\tilde{\vartheta}$ 的定义为

$$\sin^2\tilde{\vartheta} = \frac{1}{E\xi_S t} = \frac{\tilde{E}_T}{E} \equiv \tilde{\epsilon},$$

这是因为在 $\tilde{\vartheta}$ 和 $\pi/2$ 之间没有大能量的电子。因此电子的能量谱为

$$N(E,\ t) = 4\pi N_0 E^{-\gamma}\int_{\cos\tilde{\vartheta}}^{1}[\xi_S E t\cos^2\vartheta-(\xi_S E t-1)]^{\gamma-2}d(\cos\vartheta)$$

$$\approx 4\pi N_0 E^{-\gamma}\tilde{\epsilon}^{-\gamma+2}\int_0^{\tilde{\epsilon}/2}(\tilde{\epsilon}-2\epsilon)^{\gamma-2}d\epsilon,$$

其中我们代入了 $\epsilon = 1-\cos\vartheta$。由于 $\tilde{\epsilon} \ll 1$，因此有着 $\epsilon \ll 1$ 而 ϵ 的范围为从0到 $\pi/2$。以上的积分是直接了当的，我们最终得到的电子分布为

$$N = \frac{2\pi N_0}{\xi t(\gamma-1)} E^{-(\gamma+1)}。\quad (6.25)$$

对于一个起始为各向同性的电子分布，在某些能量值附近，分布指数将从 γ 变成 $\gamma+1$，而不是出现电子能量分布的截止。

在均匀磁场中，这样一种均匀各向同性电子分布的同步

加速器辐射频谱，在光学薄介质的情况下可以由以下的方式得到［参看(3.40)式]：

$$I_\nu(t)=\int_{4\pi}I_\nu(\vartheta,t)d\tilde{\Omega}=s\int_{4\pi}\mathcal{E}(\vartheta,t)d\tilde{\Omega}$$

$$=s\int_{4\pi}c_3H\sin\vartheta\int_0^\infty F(x)N(E,\vartheta,t)dEd\tilde{\Omega},$$

其中 s 为源在视线方向的长度。我们将在 $\nu\ll\nu_T$ 和 $\nu\gg\nu_T$ 区域中分别利用以下的近似对上式进行积分，

$$\nu\ll\nu_T,\quad N(E,\vartheta,t)\cong N_0E^{-\gamma},$$

$$\nu\gg\nu_T,\quad N(E,\vartheta,t)=N_0E^{-\gamma}(1-\xi_s\sin^2\vartheta Et)^{\gamma-2}.$$

其中

$$\nu_T=\nu_C\left(E=\frac{1}{\xi_st}\right)=c_1H\sin\vartheta\left(\frac{1}{\xi_st}\right)^2\approx c_7H^{-3}t^{-2},\tag{6.26}$$

而 c_7 等于 $c_1/c_2^2=1.12\times10^{24}$。在低频段，积分变成

$$I_\nu(t)=4\pi N_0sc_3\int_0^{\pi/2}H\sin\vartheta\int_0^\infty E^{-\gamma}F(x)dE\sin\vartheta d\vartheta$$

$$=2\pi N_0sc_3c_1^{(\gamma-1)/2}c_8(\gamma)c_9(\gamma)H^{(\gamma+1)/2}\nu^{(1-\gamma)/2};\tag{6.27}$$

而在高频段的积分变成

$$I_\nu(t)=4\pi N_0sc_3\int_0^{\vartheta_0}H\sin\vartheta$$

$$\times\int_0^\infty E^{-\gamma}(1-\xi_s\sin^2\vartheta Et)^{\gamma-2}F(x)dE\sin\vartheta d\vartheta$$

$$=2\pi N_0sc_1^{(2\gamma+1)/3}c_2^{-(\gamma+5)/3}c_{10}(\gamma)c_{11}(\gamma)H^{-2}\nu^{-(2\gamma+1)/3}t^{-(\gamma+5)/3}。\tag{6.28}$$

其中的常数

$$c_8(\gamma)=\int_0^\infty x^{(\gamma-3)/2}F(x)dx,$$

$$c_9(\gamma)=\int_0^{\pi/2}(\sin\vartheta)^{(\gamma+3)/2}d\vartheta,$$

$$c_{10}(\gamma)=\int_0^\infty x^{(2/3)(\gamma-1)}F(x)dx,$$

$$c_{11}(\gamma) = \int_0^1 (1 - x^{3/2})^{\gamma-2} x^{(\gamma+3)/2} dx \tag{6.29}$$

都列在附录 2 中。我们看到，由于同步加速器耗损，频谱在 ν_T 附近有一个断折；而对于 $\nu \gg \nu_T$，频谱则变得更陡一些。频率 ν_T 随着时间向低频移动。如果能够独立地定出磁场，那么确定了同步加速器源的频谱中的 ν_T 就可以估计出源的年龄 t。在这里，源的年龄理解为从电子在所有能量上都具有幂定律分布 $N_0E^{-\gamma}$ 的起始时刻算起。

6.4 C_L 类频谱的讨论

在射电源的同步加速器频谱成分中低频段的弯曲可以是由几个因素引起的。在发射时，电子能量分布中的低能端的截止将通过以下方式来影响幂定律同步加速器频谱：在对应于截止能量 E_L 的临界频率 ν_L 附近将观测到辐射的极大值。低于这个频率同步加速器频谱将具有指数 $\alpha = -1/3$ 的斜率，这是因为对于单个电子，低于临界频率的辐射是由一个具有这个指数的频谱所表示（见第 3.4 节中，对于 $x \to 0$ 时，函数 $F(x)$ 的渐近表达式）。从一个对于能量大于 E_L 的范围有着幂定律电子分布（即对于 $E > E_L$，$N(E) = N_0E^{-\gamma}$ 以及对于 $E < E_L$，$N(E) = 0$）的光学薄的源，当所有电子都以同样的角度 ϑ 相对于磁场运动时，其辐射强度为

$$I_\nu(\vartheta) = \frac{s}{2} c_3 c_1^{(\gamma-1)/2} N_0 (H \sin\vartheta)^{(\gamma+1)/2} \nu_L^{(1-\gamma)/2} \cdot L(x_L, \gamma), \tag{6.30}$$

其中 s 为源在视线方向的长度，而

$$L(x_L, \gamma) = x_L^{(1-\gamma)/2} \int_0^{x_L} F(z) z^{(\gamma-3)/2} dz, \tag{6.31}$$

$$x_L = \frac{\nu}{\nu_L}, \tag{6.32}$$

以及

$$\nu_L = c_1 H \sin\vartheta E_L^2。\tag{6.33}$$

函数 $L(x_L, \gamma)$ 示于图 6.5。对于小 x_L，$L(x_L, \gamma)$ 的渐近式为

$$L(x_L, \gamma) \approx \frac{12.9}{3\gamma - 1} x_L^{1/3}。\tag{6.34}$$

对于各向同性的电子分布，我们就要在立体角 $\hat{\Omega}$ 范围内对(6.30)式积分。

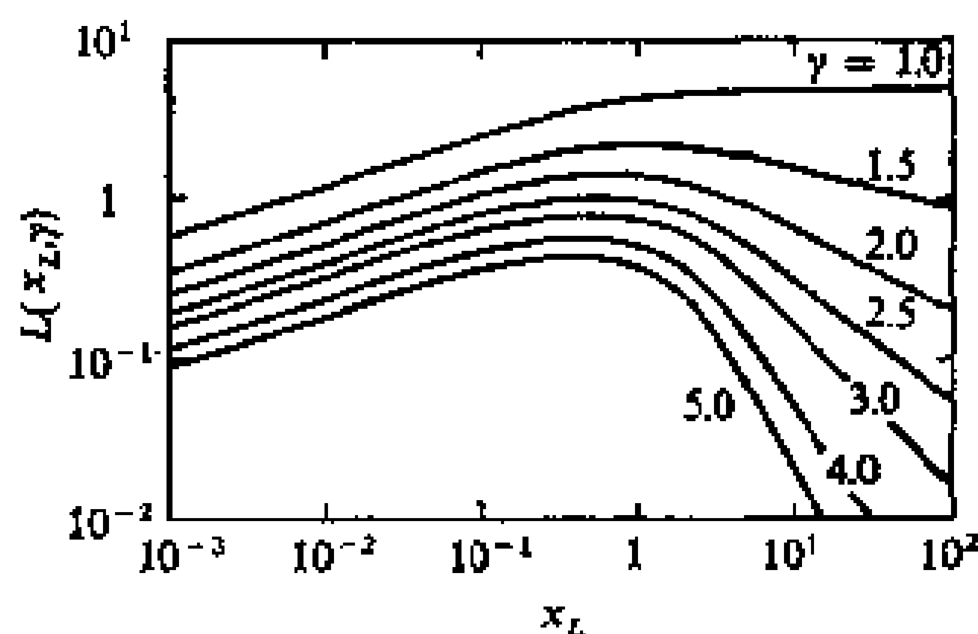


图 6.5　$L(x_L, \gamma)$ 函数

必须指出，大多数有着 C_L 类频谱的源，斜率都比 1/3 陡，因此不是在电子能量分布中假设一个适当的低能端截止所能解释。影响到同步加速器辐射的另一个因素是，在源中存在着热电子，它使得介质的折射指数不为 1。在这种情况下(对于一个均匀源进行计算)，正如图 4.2 所表明，频谱在低频段非常陡。然而，把分立射电源同步加速器频谱的低频弯曲归因于等离子体效应的基本困难是，要使得在射电频段上介质的折射指数与 1 有显著差别，就要求源中有着相当高的电子浓度。折射指数对 1 的偏离变成比较显著的频率 [参照(4.10)式]为

$$\nu_S \approx 20\frac{N_e}{H},\tag{6.35}$$

其中 N_e 为热电子数密度。

同步加速器频谱中的低频弯曲也可以是由于吸收过程所引起。如果有一层电离氢处于源和观测者之间，那么由于在

电离氢云中的热吸收，观测者看到的幂定律同步加速器频谱将受到修正：

$$F_\nu \propto \nu^{-\alpha} e^{-\tau_\nu^{(T)}}, \tag{6.36}$$

其中 $\tau_\nu^{(T)}$ 由(6.3)式给出。因此，在靠近或低于 $\tau_\nu^{(T)} \approx 1$ 的频率 $\nu_1^{(T)}$ 处，将看到对幂定律频谱的显著偏离。这里

$$\nu_1^{(T)} \approx 10^{-3} N_e \sqrt{s}, \tag{6.37}$$

其中 s 为云在沿视线方向的厚度，而 N_e 为云中热电子的数密度。在这里，我们假设了云的温度为 10^4°K。把(6.36)式配合到观测到的频谱上，就可以确定云的辐射标度 $\mathscr{E}$ [(6.2)式]。

频谱的低频弯曲最可能的原因看来是在源里面的同步加速器自吸收。幂定律电子分布的同步加速器频谱（示于图3.8）在对应于源变成光学厚的频率 $\nu_1^{(S)}$ 处向下弯曲，这个频率由(3.53)式给出。把它和一个对应于源为光学薄的任一频率 ν 的辐射流 F_ν 的表达式联起来，就可以化成只含有直接可测的量和磁场的形式：

$$(\nu_1^{(S)})^{(\gamma+4)/2} = c_{14}(\gamma)(H \sin\vartheta)^{1/2} \frac{F_\nu \nu^{(\gamma-1)/2}}{\Omega}, \tag{6.38}$$

其中

$$c_{14}(\gamma) = (2c_1)^{5/2} \frac{c_6}{c_5} \tag{6.39}$$

列在附录2(表7)中。在推导(6.38)式时，用了(A.15)和(3.50)式。(6.38)式中，Ω 为源的立体角，以球面度为单位；如果对于一个给定的源 Ω 可以测出，那么我们就可以用(6.38)式来估计磁场的强度。

6.5 C_H 类频谱的讨论

射电源中从一个起始幂定律电子分布产生的同步加速器

频谱成分，高频部分的形状主要依赖于同步加速器(以及最终地依赖于康普顿)能量耗损率和进到源里的新质点的注入率之间的平衡情况。在高频段同步加速器(以及最终地康普顿)能量耗损是特别重要的，因为它们的耗损率随电子能量的平方而增加。在展源的情况，康普顿耗损远小于同步加速器耗损(在象类星体那样角径小的源的情况下，这就不一定是正确的)。

在讨论高能电子的源和汇对于频谱中的高频弯曲的影响之前，我们将考察一个在 E_H 处有着高能端截止的定态电子分布(即对于 $E > E_H$ 有着 $N(E) = 0$)的频谱。如果所有电子都以同样角度 ϑ 相对于一个(均匀)磁场运动，则观测到的同步加速器辐射强度为

$$I_\nu(\vartheta) = \frac{s}{2} c_3 c_1^{(\gamma-1)/2} N_0 (H \sin\vartheta)^{(\gamma+1)/2} \nu_H^{(1-\gamma)/2} A(x_H, \gamma), \quad (6.40)$$

其中

$$A(x_H, \gamma) = x_H^{(1-\gamma)/2} \int_{x_H}^{\infty} F(z) z^{(\gamma-3)/2} dz, \quad (6.41)$$

$$x_H = \frac{\nu}{\nu_H}, \quad (6.42)$$

以及

$$\nu_H = c_1 H \sin\vartheta E_H^2。 \quad (6.43)$$

对于一个各向同性电子分布，

$$I_\nu = \int I_\nu(\vartheta) d\tilde{\Omega} = 2\pi s c_3 c_1^{(\gamma-1)/2} N_0 H^{(\gamma+1)/2} \tilde{\nu}_H^{(1-\gamma)/2} \tilde{A}(\tilde{x}_H, \gamma), \quad (6.44)$$

其中

$$\tilde{A}(\tilde{x}_H, \gamma) = \int_0^{\pi/2} \sin^2\vartheta A(\tilde{x}_H / \sin\vartheta, \gamma) d\vartheta, \quad (6.45)$$

$$\tilde{x}_H = \frac{\nu}{\tilde{\nu}_H}, \quad (6.46)$$

$$\tilde{\nu}_H = c_1 H E_H^2。\qquad (6.47)$$

函数 $A(x_H,\ \gamma)$ 及 $\tilde{A}(\tilde{x}_H,\ \gamma)$ 示于图 6.6 及图 6.7，阐明了带有高能端截止的幂定律同步加速器频谱的形状。可以看出，

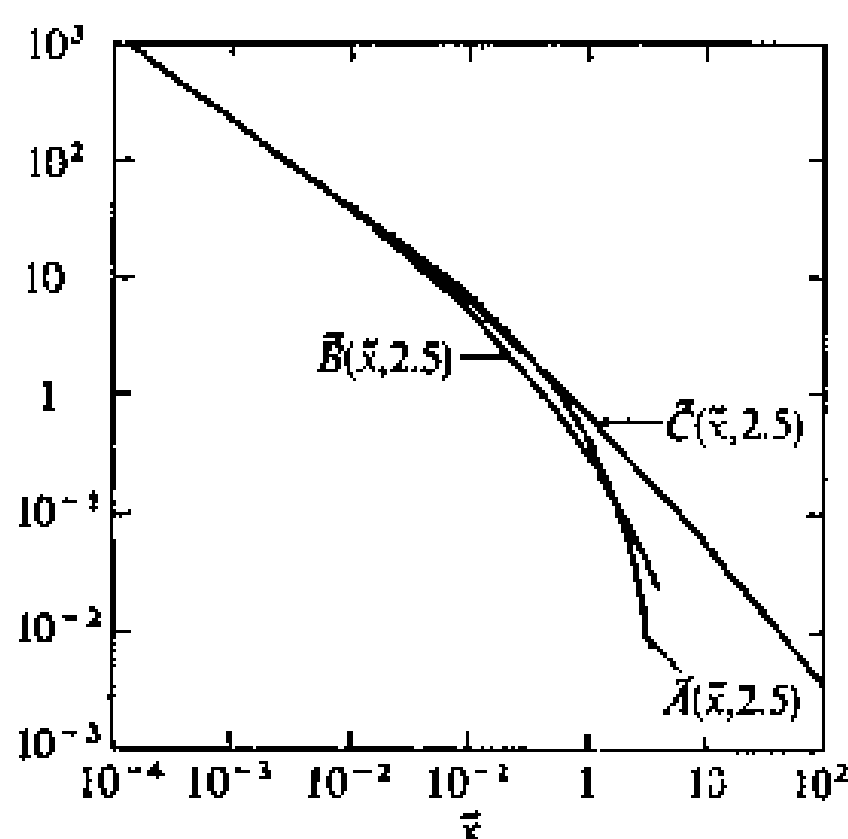


图 6.6 对于 γ 为 2.5 时的函数 $\tilde{A}$, $\tilde{B}$, $\tilde{C}$

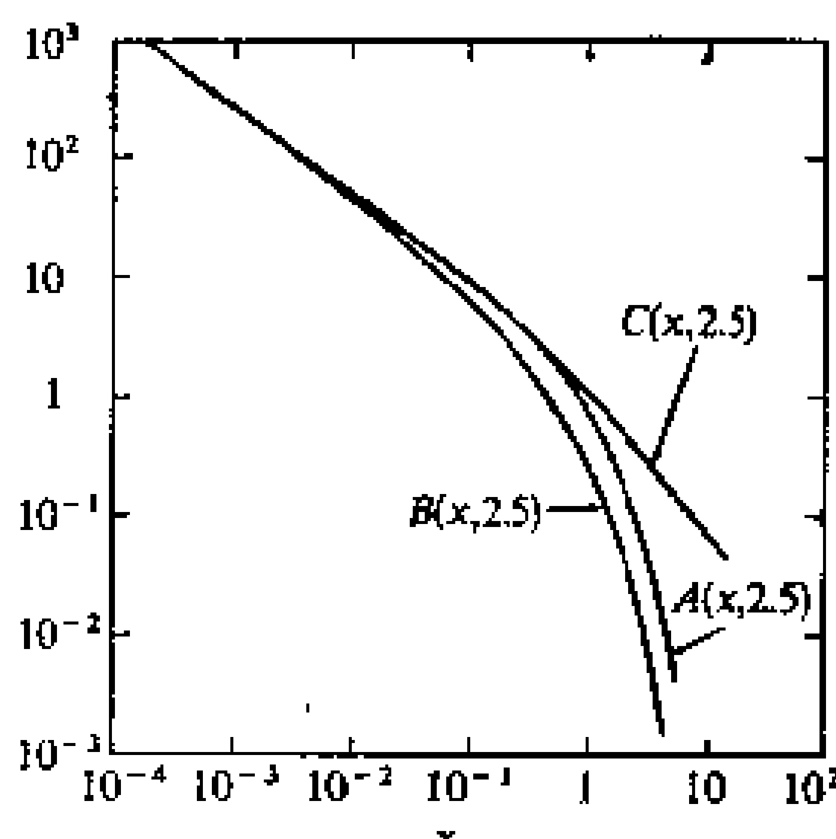


图 6.7 对于 γ 为 2.5 时的函数 A, B, C

在频率 ν_H（或 $\tilde{\nu}_H$）附近频谱变成很陡。让我们把这个频谱和以下两种由于同步加速器能量耗损引起的非定态频谱相比较：第一种情况是，注入电子（由源函数 $N_0E^{-\gamma}$ 表征）在 t 秒钟之前结束；第二种情况，连续恒定地注入电子（由同样的源函数 $N_0E^{-\gamma}$ 描述）。第一种就是在第 3 节末所讨论的情况。在这里，我们将写出来自单一方向的电子分布（所有电子都以同样的倾角 ϑ 相对于磁场运动）的辐射强度：

$$I_\nu(\vartheta) = \frac{s}{2} c_3 c_1^{(\gamma-1)/2} N_0 (H\sin\vartheta)^{(\gamma+1)/2} \nu_T^{(1-\gamma)/2} B(x_T,\ \gamma),\qquad (6.48)$$

其中

$$B(x_T,\ \gamma) = x_T^{(1-\gamma)/2}\int_{x_T}^{\infty} F(z) z^{-1/2}(z^{1/2} - x_T^{1/2})^{\gamma-2} dz,\qquad (6.49)$$

$$x_T = \frac{\nu}{\nu_T},\qquad (6.50)$$

$$\nu_T = c_1 H \sin\vartheta E_T^2 = \frac{c_1}{c_2^2 H^3 \sin^3\vartheta t^2}。 \tag{6.51}$$

如果起始的电子分布为各向同性的，则强度为

$$I_\nu = \int I_\nu(\vartheta) d\tilde{\Omega} = 2\pi s c_3 c_1^{(\gamma-1)/2} N_0 H^{(\gamma+1)/2} \tilde{\nu}_T^{(1-\gamma)/2} \tilde{B}(\tilde{x}_T, \gamma), \tag{6.52}$$

其中

$$\tilde{B}(\tilde{x}_T, \gamma) = \int_0^{\pi/2} (\sin\vartheta)^{2\gamma} B(\tilde{x}_T \sin^3\vartheta, \gamma) d\vartheta, \tag{6.53}$$

$$\tilde{x}_T = \frac{\nu}{\tilde{\nu}_T}, \tag{6.54}$$

$$\tilde{\nu}_T(t) = \frac{c_1}{c_2^2 H^3 t^2}。 \tag{6.55}$$

上式的 t 为从终止向射电源注入相对论性质点的时刻算起的时间。

当连续注入相对论性质点、而且由源函数 $qE^{-\gamma}$ 描述时，我们从(6.10)式得到在时间 t' 的电子能量分布为

$$N(E, \vartheta, t') = \begin{cases} \dfrac{qE^{-(\gamma+1)}}{(\gamma-1)\xi_S}[1-(1-\xi_S t' E)^{\gamma-1}] & E < E_T \\ \dfrac{qE^{-(\gamma+1)}}{(\gamma-1)\xi_S} & E \geqslant E_T, \end{cases}$$

其中 t' 为从开始注入相对论性质点的时刻算起的时间。因而，对于单一方向的电子分布，

$$I_\nu(\vartheta) = \frac{s}{2} c_3 c_1^{(\gamma-1)/2} q t' (H\sin\vartheta)^{(\gamma+1)/2} \nu_T^{(1-\gamma)/2} C(x_T, \gamma); \tag{6.56}$$

而对于起始为各向同性的电子分布，

$$I_\nu = \int I_\nu(\vartheta) d\tilde{\Omega} = 2\pi s c_3 c_1^{(\gamma-1)/2} q t' H^{(\gamma+1)/2} \tilde{\nu}_T^{(1-\gamma)/2} \tilde{C}(\tilde{x}_T, \gamma), \tag{6.57}$$

其中

$$C(x_T,\gamma)=\frac{1}{\gamma-1}x_T^{(1-\gamma)/2}$$

$$\times\left\{\int_0^\infty F(z)z^{(\gamma-2)/2}dz-\int_{x_T}^\infty F(z)z^{-1/2}[z^{1/2}-x_T^{1/2}]^{\gamma-1}dz\right\},\tag{6.58}$$

而

$$\tilde{C}(\tilde{x}_T,\gamma)=\int_0^{\pi/2}(\sin\vartheta)^{2\gamma}C(\tilde{x}_T\sin^3\vartheta,\gamma)d\vartheta。\tag{6.59}$$

这里的 E_T, x_T, $\tilde{x}_T$, ν_T 和 $\tilde{\nu}_T$ 都是对 t' 而言的。函数 B, $\tilde{B}$ 以及 C, $\tilde{C}$ 都画在图 6.6 及图 6.7 中。我们可以看到,对于幂定律频谱的偏离发生在频率大于 ν_T(或 $\tilde{\nu}_T$)处。如果对一个射电源的 C_H 频谱成分测得很准,特别是在高频段,那么我们就可以对给定的源确定出 ν_T(或 $\tilde{\nu}_T$),并了解到注入质点过程的特性。几个了解得比较清楚的射电源,C_H 频谱成分都最接近于函数 $\tilde{B}(\tilde{x}_T,\gamma)$,这表明注入机制在大约 t 年前停止了工作。如果用能量均分条件(见第七章)估计出磁场,则从 $\tilde{\nu}_T$ 确定出的 t 为 10^7 年的数量级。

必须记住,上述导致起始幂定律电子分布的同步加速器频谱弯曲的过程是一个简化了的过程,只包括在一个均匀的稳定源中影响到电子能量分布的基本过程;但是,它可以比较容易地推广到更复杂(同时也是更实际)的情况。例如,不用源为稳定的假设,我们就要考虑到上述机制引起的能量耗损率将非常显著地随着膨胀源的半径 R 变化。假设源在膨胀中磁场保持恒定,则同步加速器耗损率将按 $R^{-1}E^2$ 变化,康普顿耗损率按 $R^{-3}E^2$ 变化,自由-自由辐射耗损率按 $R^{-3}E$ 变化,而电离耗损率按 R^{-3} 变化。这里还必须加上由于源的膨胀引起的能量耗损(耗损率按 $R^{-1}E$ 变化)。由统计费米加速过程引起的能量增益依赖于 $R^{-1}E$。在同步加速器发射区域膨胀期

间,如果每一个相对论性质点的能量按 R^{-1} 减少,则我们可以看到,能量耗损率和增加率将依赖于半径的各种幂次,从膨胀耗损的负 2 次方到逆康普顿效应耗损的负 10 次方。因此,在源的这种成分的一次演变期间,不同过程的相对贡献也要随着变化。当然,当讨论膨胀成分频谱的演变时,所有这些都要考虑进去。某些源(象类星体)表明,在不同频率上,流量随时间变化。这些变化的一般特性可以粗略地用一个膨胀源的模型来描述,这种模型在高频段为光学薄,而在低频段为光学厚。

6.6 S 类频谱的讨论

测到的射电源 S 型谱的频谱指数的统计分布(6.1 节)可以用一个简单的图象来说明:即具有 $\gamma = 1.5 \pm 0.4$ 的起始分布的相对论性质点,以重复性爆发的方式注入。在低频段,同步加速器耗损不重要,源有着一个对应于起始 γ 值的频谱指数 $\alpha = (\gamma - 1)/2 = 0.25$,这是观测到的指数的最低范围。如果爆发的次数多到使得两次爆发的间隔 T 小于在中介频率上电子对付能量耗损的寿命,那么在这个频段上可以认为,质点的注入是连续的,而频谱将由 0.75 的指数来表征[参看(6.57)式]。这将发生在频率 $\tilde{\nu}(t')$ 和 $\tilde{\nu}(t)$ 之间。最后,在高频段,电子能量耗损很大,注入不能认为是连续的;因为在每一次爆发之后注入的电子将即刻消耗掉它们的大部分能量。这种频谱有着更陡的指数 1.33 [参看(6.52)式];对于观测到的最陡的频谱,这是一个典型数值。由于 $t \approx T \ll t'$,因而 $\tilde{\nu}(t)$ 主要依赖于爆发的频繁程度。由于频率 $\tilde{\nu}(t')$ 随着源的年龄而下降(下降的速度正比于从第一次爆发发生的时刻算起的时间的平方),只有非常年轻的源才有着扁平的频谱,而经过一个足够长的时间之后,整个可观测的频谱将由指数 0.75 所表征。

第 七 章

射电源中的物理状态

7.1 引言

在前一章里，我们描述了射电源的观测频谱，并比较详细地讨论了用含有相对论性质点和磁场的云中的同步加速器辐射来解释频谱的含义。在这一章里，我们将简单介绍关于射电源的观测结果，然后将讨论射电源的物理状态和对于描述这些状态的各种参量所作的估计。这样做将只限于从看来业已成熟的假设，即射电源的辐射具有同步加速器特性的假设出发，而不借助于任何额外的重大前提。由于对类星体和某些特殊星系的大部分辐射(红外和毫米波)是否属于同步加速器机制还有些不肯定，以及由于对新发现的脉冲星的辐射机制的性质至今还毫无所知，因此，我们的考虑只能是限于主要与椭圆星系相联系的源，而仅在某些方面考虑到具有特殊频谱特性的星系（Seyfert 星系）和类星体。我们将不在这里介绍或讨论射电源的任何详细模型，因为当前在射电天文学中，任何这种讨论，无论从观测或理论的观点来看，都是为时过早。对属于射电源的一些最基本的问题，如射电源中基本能源的特性，把这种能转化成为相对论性质点的形式的过程(质点加速机制)，或是源中磁场的起因等等问题，我们都远未能理解。现在我们对河外射电源的结构和演化的认识水平，确实使人联想到本世纪初对恒星结构和演化的认识。当时，已经积累了一定数量的、主要是关于恒星整体性质的观测资料，

而认为发出的辐射是属于热机制；但是，在谈到这种辐射能量的起因的时候，却不能提出一个比开耳芬-亥姆霍兹收缩更好的解释。从那个阶段到现代的恒星内部模型以及我们现在对恒星演化的理解，其中经历了一个漫长的路程。同样地，今天我们已经积累了一定数量有关射电源整体性质的资料。我们有了源的几种观测特性之间的总的相关关系，一些天文学家期望这些关系或许会起着如同赫-罗图在恒星演化理论中所起的作用。看来我们确实已经对至少是某些类型射电源的辐射机制有所了解。至于对于提供射电源能量的机制以及质点的加速机制，我们多少还没有超出相应于恒星物理学中的开耳芬-亥姆霍兹时期；虽然将来如果发现，这里提出的某些过程出现在射电源演化的某个特殊阶段或是出现在某个特殊的源上，我们也不会觉得惊奇。本书肯定不打算即使是简单地叙述目前那些试图回答有关射电源的特性及其演化的基本问题的所有理论和设想。参考文献中包括了关于这些问题的几篇评述性文章，其中有些是书。我们把它们推荐给对这些问题感兴趣的读者。

7.2 射电源同光学目标的证认　射电源的结构和偏振

射电源同光学目标的证认原则上是根据位置的重合。在确定射电源位置的误差范围内，或者在具有复杂亮度分布的展源范围内，如果用现代技术可以分辨出一个以上的光学目标时，通常把和以前证认过的光学目标有着相似光学特性的，认为是正确的证认。当然，这种步骤可能会导致错误。

我们可以区分出几种类型的分立射电源。在具有连续射电频谱的银河源中，有证认为超新星遗迹的源（例如，联系到I型超新星的蟹状星云和联系到II型超新星的仙后座A源），它们由非热同步加速器频谱所表征；有电离氢区（HII区）和

行星状星云，两者都具有热频谱（6.2 节）；有耀星，如鲸鱼座 UV 星，表现出不时有着成十倍的亮度突增（这有点象太阳耀斑，但是射电辐射却大了 10^4 倍）；还有最近发现的脉动射电源（脉冲星），在数量级为 0.03 秒到 4 秒的范围内，以非常稳定的时间间隔发出短促脉冲（包含一个脉冲直到三个脉冲组成的系列）。在河外射电源中，我们将考虑正常旋涡、椭圆、不规则和特殊星系，Seyfert 星系的核，N 型星系以及类星体。

在正常旋涡和不规则星系中，射电辐射通常有着直线的同步加速器频谱。它们的辐射来自与光学辐射区相重合的区域，或者也可能表现为以光学目标为中心的晕-核射电结构。正常星系发出的射电很弱。

特殊星系是一种强射电辐射源。它们的射电结构通常是双重或多重的，有着处在光学星系以外直到 100 秒差距范围的两个或更多的延伸区域。在一些比较好地研究过的情况中，射电发射区表现出细节结构：陡的亮度梯度和各个区域内的局部极大（"热点"）。射电频谱为 S，C_H 或 C_L 型。与这些射电源相联系的光学目标有：特殊椭圆星系（表现出，例如，喷注状的结构），D 星系（有着一个含在延伸包壳里的椭圆核），以及"哑铃"星系（表征为一个共同包壳中的两个分别的核）。

Seyfert 星系的核在厘米波和更长一些的波长上通常是弱射电辐射源（有少数例外），它们看起来有一个晕-核射电结构，并有着比其它旋涡星系亮一些的小角径核心。光学观测表明，Seyfert 核中正在发生强烈的活动，表现出从高激发态物质发出的宽谱线，谱线宽度对应于数量级为几千公里/秒的多普勒速度。发射出很强的红外连续谱看来是 Seyfert 核的一个特征。在某些实例里，射电频谱似乎有着一个不同曲线成分的复合结构；至少在一个事例里，频谱在变化。另有几个

事例，光学流量、可能还有红外流量也在变。强射电源看来和N星系相关。N星系的光谱和 Seyfert 星系非常相似，但是它们亮而紧凑的核心周围有着暗弱的包壳，而不具有旋涡型的向外延伸的结构。它的射电源可以是双重的或复合的，而且可能有着亮而紧凑的成分。类星体的射电辐射常常和光学的类星目标相联系。类星目标的特点是：有着亮度变化，有着强的紫外以及(在测得到的条件下)红外辐射流量。证认为类星体的类星目标光谱上相似于 Seyfert 星系的核，主要的差别在于它出现了很大的谱线红移。红移 z 的定义为

$$1+z=\frac{\lambda^L}{\lambda^R}=\frac{\nu^R}{\nu^L}, \tag{7.1}$$

其中 λ 和 ν 为谱线的波长和频率，角标 R 对应于发射源的静系，L 对应于观测者坐标系。在若干源内，这种红移大于2。如果解释为由于宇宙膨胀引起的多普勒位移，这将意味着类星体是我们所知道的最远和最亮的天体。某些类星体的射电结构是复杂的(有时是带有喷注的双重结构)，但是和类星光学目标相联系(重合)的类星体在射电波段却是非常亮而紧凑(通常分解不开)。另外的特点是，在厘米波段(以及在测得出的毫米波段)有着比较突出的多成分频谱，并显示出很大的流量变化。

在射电源中存在着数量级为百分之几的(在某些可以很好地分辨的源，局部地可以达到20%或30%)、可以容易地测出的线偏振，这除开证实了辐射的同步加速器特性之外，还表明了源中的磁场有着比较高度的规则性。这是因为大多数测量都是对着整个(一般是分解不出的)源的辐射，而且因为在源内也可能发生法拉第旋转的消偏振效应。现有的偏振资料不足以将在星际介质及星系际介质发生的法拉第效应(旋转，以及由旋转引起的消偏振)和在射电源内部或附近区域发

生的法拉第效应区分开。这个情况以及辐射观测通常都是对着整个源的范围的事实，可能是不能确立射电源偏振和其他特性之间的相互关系的原因。另一方面，法拉第旋转看起来显得与银道坐标相关（因而被认为大部分起因于星际空间），从而导致得到与星光的光学星际线偏振的解释一般相符的结果。这样，河外源的射电观测给了我们以星际磁场和电子密度的资料。

7.3 分立射电源的特性

在这一节里，我们将讨论射电源的一些特性，它们或多或少是从观测直接得到的。这些特性将联系到源的位置和几何状态（距离，角直径和线大小）以及它的辐射特征（流量，频谱，光度，和表面亮度）。我们还将讨论有关射电源的结构和演化上的一些特性（极小总能量，磁场和年龄）。这些特性可以通过对于源所发出的同步加速器辐射的观测来确定。

射电源的流量和频谱已经在第六章里比较详细地讨论过。附录 4 中详细介绍了分立射电源的射电流量星表。附录 3 包含几个有用的诺模图；图 A. 3 给出频率和波长互相转换的标尺，图 A. 4 的诺模图使我们在给定了一个频率上的流量值和频谱指数值时，就可以确定任一频率上的流量。在假定了幂定律频谱的情况下，如果知道了两个频率上的流量，也可以从图 4 得出频谱指数。

分立射电源的角径在很多情况下可以用干涉仪观测来确定。或者，对于较小的源，可以通过月掩射电源以及闪烁方法（第一章）来定出。当然，把一个源的角大小转换为线大小就要求知道它的距离。当距离知道后，图 A. 5 可以利用来将角径和线大小互相转换。对于角径非常小的源，大小可以从频谱极大值的位置间接推断。这样做需要假定在低于频谱极大

点的频率上，对于同步加速器辐射来说，源为光学厚（第六章）。要做这种估计就需要了解射电源里的磁场；不过，这种步骤对于已经采用的磁场值却是相当不敏感。最后，对于在射电频率上有着流量变化的小角径源，我们可以从流量变化的时间尺度[†]来定出辐射区域大小的上限，这个上限等于在数量级为变化的时间尺度的时间内光线走过的距离。如果认为，从宇宙红移推导出的类星体距离是正确的话，这样的大小界限将引起对于理解象类星体和 Seyfert 星系核那样源的一些观测特性的困难（Seyfert 星系的距离不象类星体的那样远，似乎没有理由怀疑到它）。

目前还没有直接的射电天文方法来确定射电源的**距离**。距离都是用光学方法对于根据射电源证认出的光学目标来确定的。对于河外射电源这种确定主要是利用光学谱线的红移，而这种红移假设为起因于多普勒效应。在几个特殊情况下，可以根据射电资料定出源的距离范围。这些情况包括 21 厘米吸收线，星际等离子体引起的色散，以及超新星遗迹的表面亮度的观测。

如果在一个射电源的频谱中有着 21 厘米吸收线，我们就可以定出这个源的下限距离（见第 8.2 节）。例如，类星体 3C273 频谱中的星际 21 厘米线的强度和附近天区中的 3C274 源的相当，而 3C274 比较肯定地证认为室女座星团中的一个特殊星系 NGC4468（室女座 A），因而表明了 3C273 是处在我们银河系之外。通过星际等离子体对于来自射电源的电磁波的色散，我们可以定出脉冲星距离的上下限。这种色散引起了观测到的脉冲频率的漂移：

$$\frac{d\nu}{dt} = -\frac{c\nu^3}{\int \nu_0^2 ds}, \tag{7.2}$$

[†] 这种尺度可以取为，例如，变化一周的时间。——译者注

其中 ν_0 为等离子体频率。通过测量 $d\nu/dt$，并假定了在脉冲星方向上星际介质电子密度 N_e 的一定的极小值和极大值，就可以定出距离的上下限。

对于超新星遗迹，在假设了它的辐射是起因于同步加速器机制之后，可以推导出射电表面亮度、视直径、和离膨胀中的射电星云的距离三者之间的关系。不过，这个方法要求知道在超新星爆炸时释放出的能量的大小和知道起始磁场。假设这两个未知量的数值只在一个小范围内变动似乎并不合理，因而这种确定距离的方法看来只能给出一个非常粗略的近似。

如果知道了距离，那么源的光度就可以从流量和频谱计算出来。令 F_ν 为频率 ν 的流量，则光度 L 为

$$L = 4\pi D^2 \int_{\nu_1}^{\nu_2} F_\nu d\nu = 4\pi D^2 F, \qquad (7.3)$$

其中 D 为源的距离，ν_2 及 ν_1 分别为高端及低端的截止频率。对于 $\nu_1 = 10^7$ 赫及 $\nu_2 = 10^{11}$ 赫，正常星系的光度低于 10^{40} 尔格/秒，特殊星系在 10^{40} 到 10^{45} 尔格/秒之间，而类星体的光度则在 10^{44} 到 10^{46} 尔格/秒之间。

当流量和角径为已知时，就可以定出射电源的表面亮度。对于分辨不开[†]的类星体，用干涉仪或闪烁研究得到的亮度下限在厘米波和米波段为 10^8 到 10^9 流量单位/角秒^2 的数量级。

以下我们将讨论通过观测射电源的同步加速器辐射而定出来的表征源的物理状态的参量。以相对论性质点和磁场的方式储存于源内的极小总能量 E_s，可以用下列方法估计出来：在 E_1 和 E_2 之间有着能量分布 $\mathcal{N}(E) = \mathcal{N}_0 E^{-\gamma}$ 的电子发出的总能量(光度)为

---

† 指角径太小，仪器的分辨率达不到。——译者注

$$L = -\int_{E_1}^{E_2} \frac{dE}{dt} \mathscr{N}(E)dE = \mathscr{N}_0 c_2 H^2 \sin^2\vartheta \int_{E_1}^{E_2} E^{-\gamma+2} dE, \tag{7.4}$$

其中 dE/dt 由(3.32)式给出。电子的总能量为

$$E_e = \int_{E_1}^{E_2} E\mathscr{N}(E)dE = \mathscr{N}_0 \int_{E_1}^{E_2} E^{-\gamma+1} dE。 \tag{7.5}$$

消掉(7.4)和(7.5)式中的 $\mathscr{N}_0$，积分后，解出 E_e，我们有

$$E_e = c_2^{-1} L (H\sin\vartheta)^{-2} \frac{(\gamma-3)}{(\gamma-2)} \frac{(E_1^{-\gamma+2} - E_2^{-\gamma+2})}{(E_1^{-\gamma+3} - E_2^{-\gamma+3})}。 \tag{7.6}$$

由于每个电子都是在临界频率附近发射出它的大部分能量，因此，对于这里的估计我们可以用适当的临界频率 ν_1 和 ν_2 来取代(7.6)式中的截止能量 E_1 和 E_2。这样，利月(3.28)式，我们有

$$E_e = c_2^{-1} c_1^{1/2} \tilde{c}(\alpha, \nu_1, \nu_2)(H\sin\vartheta)^{-3/2} L$$
$$= c_{12}(\alpha, \nu_1, \nu_2)(H\sin\vartheta)^{-3/2} L, \tag{7.7}$$

其中频谱指数 $\alpha = -(1-\gamma)/2$，而

$$\tilde{c}(\alpha, \nu_1, \nu_2) = \frac{2\alpha-2}{2\alpha-1} \frac{\nu_1^{(1-2\alpha)/2} - \nu_2^{(1-2\alpha)/2}}{\nu_1^{1-\alpha} - \nu_2^{1-\alpha}}。 \tag{7.8}$$

函数 c_{12} 列在附录 2 中。只要知道了磁场，我们就可以由(7.7)式估计出相对论性电子的能量。我们规定一个射电源中的总能量 $E_{总}$ 为

$$E_{总} = E_e + E_p + E_H, \tag{7.9}$$

其中 E_p 及 E_H 为重质点及磁场的能量。我们假定重质点的能量为电子能量的 k 倍，k 依赖于产生相对论性电子的机制。由于这个机制目前还不清楚，因而 k 值不能确定。它的范围可以从 $k \approx 1$（如果物质和反物质的湮灭是电子和正电子的源的话），直到 $k \approx 2000$（对于一个感应型加速机制，给出的质子能量比电子大 M/m 倍）。如果电子和正电子作为射电源

中初始质子流和气体、尘埃相碰撞而产生的二级质点，则 k 的数量级将为 100。半径为 R 的射电源中的磁能为

$$E_H = \frac{H^2}{8\pi}\phi\frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{H^2\phi R^3}{6}, \qquad (7.10)$$

其中 ϕ 为射电源体积中含有磁场及相对论性质点的部分。作为估计，我们可以把 H 和 $H\sin\vartheta$ 看成一样，(7.9)式可以写为

$$E_{总} = (1+k)c_{12}H^{-3/2}L + \frac{H^2\phi R^3}{6}。 \qquad (7.11)$$

上述表达式作为磁场 H 的函数，极小值发生在磁能近似地等于质点总能量的时候(均分条件)：

$$E_H = \frac{3}{4}(1+k)E_e。 \qquad (7.12)$$

总能量的极小值为

$$E_{总}^{(\min)} = \frac{7}{4}(1+k)E_e = \frac{7}{4}(1+k)c_{12}H^{-3/2}L。 \qquad (7.13)$$

相应的磁场值为

$$H^{(\min)} = (4.5)^{2/7}(1+k)^{2/7}c_{12}^{2/7}\phi^{-2/7}R^{-6/7}L^{2/7}。 \qquad (7.14)$$

把(7.14)式引入(7.13)式，我们有

$$E_{总}^{(\min)} = c_{13}(1+k)^{4/7}\phi^{3/7}R^{9/7}L^{4/7}, \qquad (7.15)$$

其中 $\log c_{13} = -0.036 + (4/7)\log c_{12}$。函数 c_{13} 列在附录 2 内。通过(7.14)及(7.15)式估计磁场及总能量，相对说来，对于 k 和 ϕ 值不敏感，而是最强烈地依赖于发射区域的半径。用这种方法估计出的射电源极小总能量值非常之大，达到 10^{58} 到 10^{61} 尔格。相当于质量为 10^7 到 10^{10} 个太阳质量的恒星的氢燃烧能量。

利用能量均分条件[(7.15)式]是估计许多源(诸如正常星系和大多数特殊星系)里的磁场的唯一方法。用这种方法得到的磁场数量级为 10^{-5} 到 10^{-3} 高斯。如果从一个母星系

喷射出来的射电源在投到星系际空间中经过一定时间的膨胀之后有着这样的磁场值，那么在它开始膨胀之前原来的磁场应当会是大得多。对于频谱有着弯曲成分的类星体和其他源，假设频谱弯曲是由同步加速器吸收所引起（6.4 节），则只要知道了源的大小，就可以从低频端的频谱弯曲来定出磁场。对于有着 C_L 频谱的展源，这种方法给出的结果和用能量均分假设所给的一致。对于类星体，通常只能从观测中定出大小的上限。对于在同步加速器源中由已知能量的相对论性电子通过对光子的逆康普顿散射引起的 X 射线（见 5.4 节），测量结果可以给出关于源中电子分布 $N(E)$ 的资料。把这和同步加速器辐射的观测联起来，就可以作出对磁场的估计。磁场强度的上限可以用偏振观测来定出。测得出的偏振的存在就为源中法拉第旋转引起的消偏振程度定下了界限(见 3.5 节)，而这又转而提供了磁场的限度。不过，用这个方法得到的磁场限值是源中电子含量的函数，而这对于处在星系之外的发射区来说是一个未知量。在小角径源中，磁场的下限可以由逆康普顿耗损推断出来，这是因为一个稳定源中的逆康普顿散射耗损不能超过同步加速器耗损(见 5.4 节)。

射电源的年龄 t 和 t' 已经在第 6.5 节中讨论过(t 的定义是从源中相对论性电子加速终了时算起的时间；而如果产生质点的过程是连续的，则 t' 为其持续时间)，这种时间尺度可以由射电频谱的高频端弯曲来确定。可以借助于均分条件来估计按以下定义的时间尺度：

$$\tau = \frac{E_e}{L} = c_{12} H_{\perp}^{-3/2}。 \tag{7.16}$$

这是一种对于相对论性电子取得供应的时间标度的衡量，或者是，如果没有供应，那么它就是源本身的年龄。上述时间尺度对于展源为 10^7 到 10^9 年的数量级。统计的论点可以提供

一种对射电源年龄的估计。例如，令 N_E 为椭圆星系的空间密度（1.3×10^{-4} 兆秒差距$^{-3}$），N_R 为作为强射电源的椭圆星系数密度（7×10^{-6} 兆秒差距$^{-3}$），如果所有椭圆星系都在 T_E 年前（10^{10} 年）形成，那么，假如所有的椭圆星系都要经历射电源阶段，而且射电辐射的几率与时间无关，则一个星系处在射电源状态的持续时间 T_R 为

$$T_R=\frac{N_R}{N_E}T_E\approx5\times10^8\text{ 年。}\tag{7.17}$$

对于处于母星系以外的射电展源，上述用以确定源中的物理状态的参量的方法给出了相当一致的结果。但是，在类星体（如果假定它们处在宇宙距离）和 Seyfert 星系核上却发生了严重的困难。由观测到的流量变化的时间尺度给出的这些目标的大小的上限通常相当小，从而导致了非常高的表面亮度的下限。如果认为在流量变化的频率上源为光学薄的话，则这意味着高电子能量和低磁场。此外，高的表面亮度意味着在源中发生了逆康普顿散射，而且康普顿耗损非常大，大过于同步加速器耗损；这是因为康普顿耗损强烈地依赖于源的大小，而同步加速器耗损则强烈地依赖于磁场。

第八章
射电譜线

8.1 引言

目前用射电天文方法已经观测到了多种类型的谱线。最先测到的是氢的基态的两个超精细能级之间的跃迁所形成的21 厘米线：这条线给了我们许多关于星际中性氢的知识。其次，测到了四条 18 厘米羟分子。它们是由 OH 基态的 Λ 双重线超精细能级之间的跃迁所形成。它们的激发机制至今还非常令人不解。新近发现的复合线都是在星际空间的热的、高度电离的区域中形成的。它们来自氢、氦，也许还有碳。氨是在 1.27—1.20 厘米波长上发现的，这对应于分子振动基态里 $J = K$ ($J = 1, 2, 3, 4$ 及 6) 旋转级的反演跃迁。还观测到了在 $^2\Pi_{3/2}$, $J = 5/2$ 激发态以及 $^2\Pi_{1/2}$, $J = 1/2$ 态里羟基的 Λ 双重跃迁的 5.0 及 6.3 厘米线。新近测到了水分子的 1.35 厘米波长旋转跃迁，以及甲醛的 6.22 厘米基态旋转跃迁。

很难预见下次将发现什么线。看来可能会测到其他元素的复合线，也许是从 CH、SiH 和 SH 的 Λ 双重跃迁产生的线，也可能会观测到 CO、NO 和 CS 的某些分子旋转跃迁，虽然是报导了观测 CH 的 10 厘米 Λ 双重线和氘的 92 厘米超精细跃迁谱线的尝试没有取得成功。

本章对射电谱线的讨论将限于谱线形成的基本资料。对于星际介质(以及附近的星系)的波谱学的观测结果将不作详细描述，因为这超出了本书的范围。

8.2 21 厘米氢线

21 厘米中性氢线是由氢的基态的两个超精细能级 $F=1$ 和 $F=0$ 之间的禁戒跃迁形成的。这线的频率为 1420.4058 兆赫。在 $F=1$ 级质子和电子的磁矩反平行，而在 $F=0$ 级则相互平行。这些级之间的跃迁是一个有着非常低的几率的磁偶极子跃迁；爱因斯坦系数 $A_{21}=2.84\times10^{-15}$ 秒$^{-1}$，对应于高能级的辐射寿命等于 3.5×10^{14} 秒或 1.1×10^{7} 年。在星际介质中，原子碰撞之间的时间间隔比起高能级的寿命来要短得多;因此,这两个能级之间的跃迁(往上及往下)大部分是碰撞引起的，而只有一些往下的跃迁发出辐射。往下碰撞跃迁的数目比辐射跃迁数目大约大 10^{3} 倍。$F=1$ 态的占有数通过碰撞消耗星际介质的内能而保持平衡,因此 21 厘米线辐射是热辐射。激发(或自旋)温度 T 定义为

$$\frac{N_2}{N_1}=\frac{g_2}{g_1}\exp\left(-\frac{h\nu}{kT}\right),$$

其中 N_2 及 N_1 为高能级及低能级的占有数，g_2 及 g_1 分别为它们的统计权重，T 接近于星际气体的运动温度 T_k。对于大多数的 21 厘米线工作，除开在低密度或高辐射强度的条件下，也就是除了在非常亮的射电源里面或附近的云中产生的吸收线的情况下,作为一级近似可以取 $T=T_k$。线内的吸收系数 $\tilde{\kappa}_{\nu L}$ 为

$$\tilde{\kappa}_{\nu L}=\frac{N_1h\nu}{4\pi}B_{12}f(\nu),$$

其中 $f(\nu)d\nu$ 为频率在 ν 和 $\nu+d\nu$ 之间的范围里发生 $1\rightarrow2$ 跃迁的几率,而 B_{12} 为爱因斯坦系数。改正了受激发射后(参看附录 1),它成为

$$\kappa_{\nu L}=\tilde{\kappa}_{\nu L}(1-e^{(h\nu/kT)})。$$

在射电波段，如果激发（自旋）温度 T 大于几度（在 21 厘米 $h\nu/k\approx 0.07^\circ\mathrm{K}$），则

$$\kappa_{\nu L}\approx\tilde{\kappa}_{\nu L}\frac{h\nu}{kT}。$$

由于

$$B_{12}=B_{21}\frac{g_2}{g_1},$$

及

$$B_{21}=A_{21}\frac{c^2}{2h\nu^3},$$

吸收系数等于

$$\kappa_{\nu L}=\frac{3N_1}{8\pi}\frac{hc^2}{kT\nu}A_{21}f(\nu)=\frac{3}{32\pi}N\frac{hc^2}{kT\nu}A_{21}f(\nu)$$

$$=2.58\times 10^{-15}\frac{N}{T}f(\nu),\quad (8.1)$$

其中对于 21 厘米线，$g_2/g_1=3$（N 为所有氢原子的数密度）。由于 $\int f(\nu)d\nu=1$ 以及(8.1)式中分母对频率的依赖在线中可以忽略，因此，总吸收系数（$\kappa_{\nu L}$ 对整个线作积分）为

$$\kappa_L=2.58\times 10^{-15}\frac{N}{T}。\quad (8.2)$$

由于 21 厘米线的自然线宽非常小，而且由于星际介质密度小，碰撞致宽也不重要，因此谱线轮廓 $f(\nu)$ 由多普勒效应所确定。如果 $F(v)$ 为原子集体中径向速度处在 v 和 $v+dv$ 之间［因而发出频率间隔从 ν 到 $\nu+d\nu$ 的辐射，其中 $\nu=\nu_0(1-v/c)$，ν_0 为静止频率］的部分，我们可以写

$$f(\nu)d\nu=-F(v)dv;$$

由于 $d\nu=-\nu_0/c\,dv$，

$$\kappa_{\nu L}=\frac{3}{32\pi}NA_{21}\frac{hc^3}{kT\nu^2}F(v)=5.44\times 10^{-14}\frac{N}{T}F(v)。\quad (8.3)$$

总吸收系数

$$\kappa_L = \int \kappa_{\nu L} d\nu = 5.44 \times 10^{-14} \frac{N}{T} \int F(\nu) d\nu = 2.58 \times 10^{-15} \frac{N}{T}$$

和(8.2)式相同。令 $\kappa_{\nu L}$ 及 $\kappa_{\nu K}$ 分别为线内和邻近连续区的吸收系数。当然，$\kappa_{\nu L}$ 强烈地依赖于频率，而这种依赖关系由多普勒效应所确定。$\kappa_{\nu K}$ 在大尺度范围上依赖于频率；不过，在紧挨着线的地方，这种依赖性可以忽略。另外，令 $\mathcal{E}_{\nu K}$ 为连续区的发射系数（假设在线附近与频率无关），而 $\kappa_{\nu L}B_\nu(T)$ 为线中的发射系数（$B_\nu(T)$ 为普朗克函数）。由于我们已经明确规定了系数对频率的依赖，因此在以下讨论中，我们将省略掉角标 ν。吸收系数都对受激发射作了改正。由于我们是在射电频谱区域，因而我们可以用普朗克函数的瑞利-靳斯近似，$B \approx 2\nu^2 kT/c^2$。线中的转移方程为

$$\frac{dI_L}{ds} = -\kappa_L I - \kappa_K I + \kappa_L B + \mathcal{E}_K。 \tag{8.4}$$

在线附近的连续区中，κ_L 实际上等于零，我们有

$$\frac{dI_K}{ds} = -\kappa_K I + \mathcal{E}_K。$$

表达为亮温度 $T_B = Ic^2/2k\nu^2$，并对 B 用瑞利-靳斯近似，这些转移方程可以写成以下积分形式：

$$T_{BL} = \frac{c^2}{2k\nu^2} \int_0^{s^*} \left(\mathcal{E}_K + \kappa_L \frac{2\nu^2}{c^2} kT \right) e^{-(\tau_K + \tau_L)} ds \tag{8.5}$$

及

$$T_{BK} = \frac{c^2}{2k\nu^2} \int_0^{s^*} \mathcal{E}_K e^{-\tau_K} ds, \tag{8.6}$$

其中

$$\tau_L = \int_0^s \kappa_L ds$$

及

$$\tau_K = \int_0^s \kappa_K ds$$

分别为线和连续区的光学厚度，s^* 为整个区域的几何厚度。由于星际介质的连续谱对分米波辐射是透明的，我们可以假设 $\exp(-\tau_K) \approx 1$，而把上面第二式重写为

$$T_{BK} = \frac{c^2}{2k\nu^2}\int_0^{s^*} \mathcal{E}_K ds。 \quad (8.7)$$

对于 21 厘米氢线 $\kappa_L \gg \kappa_K$，因而和 κ_L 相比，κ_K 可以忽略。我们可以把(8.5)式化简为

$$T_{BL} = \frac{c^2}{2k\nu^2}\int_0^{s^*} \mathcal{E}_K e^{-\tau_L} ds + \int_0^{s^*} T\kappa_L e^{-\tau_L} ds。 \quad (8.8)$$

引进平均光学厚度$\langle\tau\rangle$，

$$e^{-\langle\tau\rangle} = \frac{\int_0^{s^*} e^{-\tau_L}\mathcal{E}_K ds}{\int_0^{s^*} \mathcal{E}_K ds}$$

(注意，$\langle\tau\rangle$ 和 τ_L 同数量级)，并假设形成谱线的区域是均匀的(即它的特性象吸收系数一样，与位置无关)，借助于(8.7)式，(8.8)式可以写成

$$T_{BL} = T_{BK}e^{-\langle\tau\rangle} + T(1 - e^{-\tau_L^*})。 \quad (8.9)$$

在线中和在附近连续区的亮温度差值 ΔT_B 为

$$\Delta T_B = T_{BL} - T_{BK} = (1 - e^{-\tau_L^*})T - (1 - e^{-\langle\tau\rangle})T_{BK}。 \quad (8.10)$$

由于 τ_L^* 及 $\langle\tau\rangle$ 同数量级，从(8.10)式我们看到：如果 $T \gg T_{BK}$，就会有着发射线；如果 $T \ll T_{BK}$，则得到吸收线。由于在星际介质里 $T \approx T_k \gg T_{BK}$，因此看到的 21 厘米线是发射线。因为在星际介质中 $T \gg T_{BK}$，和 T 相比，我们可以

忽略掉 T_{BK}，而简单地写为

$$\Delta T_B = T(1 - e^{-\tau_L^*})。$$

在光学薄的情况下（$\tau_L^* \ll 1$），我们有

$$\Delta T_B = T\tau_L^* = 5.44 \times 10^{-14} \int_0^{s^*} N(v)ds = 5.44 \times 10^{-14} N_H(v), \tag{8.11}$$

与温度无关，其中 $N_H(v)\,dv$ 为速度处在 v 和 $v + dv$ 之间的氢原子数密度。如果我们观测以一个强射电源为背景的 21 厘米线，那么我们看到的是迭加在分立源频谱上的吸收线，就象光学的星际线那样。如果和运动温度 T_k 以及和背景射电源的亮温度 T_B 相比，可以忽略掉星际连续区的辐射亮温度 T_{BK}，以及如果和线吸收系数 κ_L 相比，可以忽略掉连续区吸收系数 κ_K 的话，那么线中以及连续区中的转移方程可以写成以下形式：当正对着分立源时，

$$T_{BL}^S = T_B e^{-\tau_L^*} + T(1 - e^{-\tau_L^*}),$$

$$T_{BK}^S = T_B e^{-\tau_K^*} \simeq T_B;$$

而当指向分立射电源的紧边上时，

$$T_{BL}^N = T(1 - e^{-\tau_L^*}),$$

$$T_{BK}^N \simeq 0。$$

因此，线中以及附近连续区亮温度之差为：当天线指向源时，

$$\Delta T^S = T_{BL}^S - T_{BK}^S = (T - T_B)(1 - e^{-\tau_L^*});$$

而当指向源以外时，

$$\Delta T^N = T_{BL}^N - T_{BK}^N = T(1 - e^{-\tau_L^*})。$$

消去以上两式中的 T 而对 τ_L^* 求解，给出

$$\tau_L^* = -\ln\left(1 - \frac{\Delta T^N - \Delta T^S}{T_B}\right)。 \tag{8.12}$$

在以上 τ_L^* 的表达式中，等式右边所有的值都是从观测中得到，因此可以计算出

$$\tau_L^* = \int_0^{s^*} \kappa_L ds,$$

其中 s^* 为从观测者直到所考虑的（银河）源处的星际物质厚度。(8.12)式有时对于估计分立射电源的下限距离很有用。

观测中性氢 21 厘米线的重要性可以由以下事实看出来：它提供了直接观测基态中性氢的唯一方法。巴耳末线系的光学观测只给出较高能级的占有数资料，虽然通过局部热动平衡的假设我们可以估计基态的占有数。然而，对于很多感兴趣的情况，物质和辐射都远远不属于平衡状态。星际物质中性氢区域(在那里实际上所有的原子都处在基态)不能用光学天文方法观测到。因此 21 厘米线是研究星际氢（大多数是 HI 区）的一个重要的工具。此外，射电观测不受星际尘埃的影响，因此，银河系中最遥远的部分都可以用射电方法来观测。

我们将不详细讨论利用氢线来研究银河系结构的问题，因为本书主要讨论的是河外射电源的物理问题，但是我们将提一下这种研究的一些重要方面。21 厘米观测可以定出离银河系中心的距离比太阳近的那些地方的银河旋转。测定的方法是：测量某一给定方向的极大径向速度，并假设它是发自一个银心矢径和视线方向相垂直的中性氢云。进一步，假设银河旋转是圆的，以及太阳对银心的距离和速度为已知，则我们原则上可以得到银河系的旋转曲线。在距离大于太阳距离的地方，旋转曲线只能从动力学的考虑来推导。

21 厘米线的研究对于了解银河系结构的最重要的贡献是确定了银河系平面里中性氢的分布。沿银河系平面某一特定方向上观测到的谱线轮廓给出中性氢主要集中区域的径向

速度。知道了银河旋转曲线，就可把径向速度换算成中性氢区域的距离。另一方面，对应于一个特定径向速度区域的谱线轮廓的积分特性给出了中性氢积分密度 N_H 的资料。如果从谱线轮廓的形状估计出了观测区域的大小，那么给定距离的氢原子密度就可以从 N_H 计算出来。在这种确定银河系内中性氢分布的步骤中，很多因素带来了不肯定性。任何一种对圆旋转的大尺度偏离，以及对于银河系总体旋转的局部的系统性的偏离，都会引起对中性氢分布的歪曲。此外，对于银心距离比太阳近的区域，把径向速度换算成距离还有着模棱两可的地方。单个或复合中性氢区中随机运动引起的谱线轮廓致宽，也是确定密度分布中的一个误差来源。

21 厘米氢线的观测还为邻近星系的结构和质量的研究提供了一种方法。

8.3 分子谱线

18 厘米羟基(OH)射电谱线是用射电天文方法测到的第一个分子谱线。这根线是由对应于 OH 分子最低的电子、旋转及振动能态的 Λ 双重性的两个能级上超精细结构之间的跃迁所形成。羟基的最低能级示于图8.1。羟基分子的基态为 $^2\Pi_{3/2}$ 电子态的 $J=3/2$ 旋转态。在这个态里，相对于分子旋转轴分子中（有奇数个电子）可能有两种不同取向的电子分布：一种沿着旋转轴，另一种在旋转面上（图 8.2)。因此，$^2\Pi_{3/2}$ 的 $J=3/2$ 旋转态分裂为两个能级。这现象叫做 Λ 双重性。这两个能级之间的跃迁产生 18 厘米射电谱线。Λ 双重线的每一个能级都有一个超精细结构，各分裂为两个态，其中氢原子自旋和分子磁矩彼此相互平行($F=2$)或者反平行($F=1$)。在这些能级之间允许有四个电偶极子跃迁。这些跃迁连同激发态 Λ 双重性跃迁都列在表 8.1 中。对于等占有数能级和光学

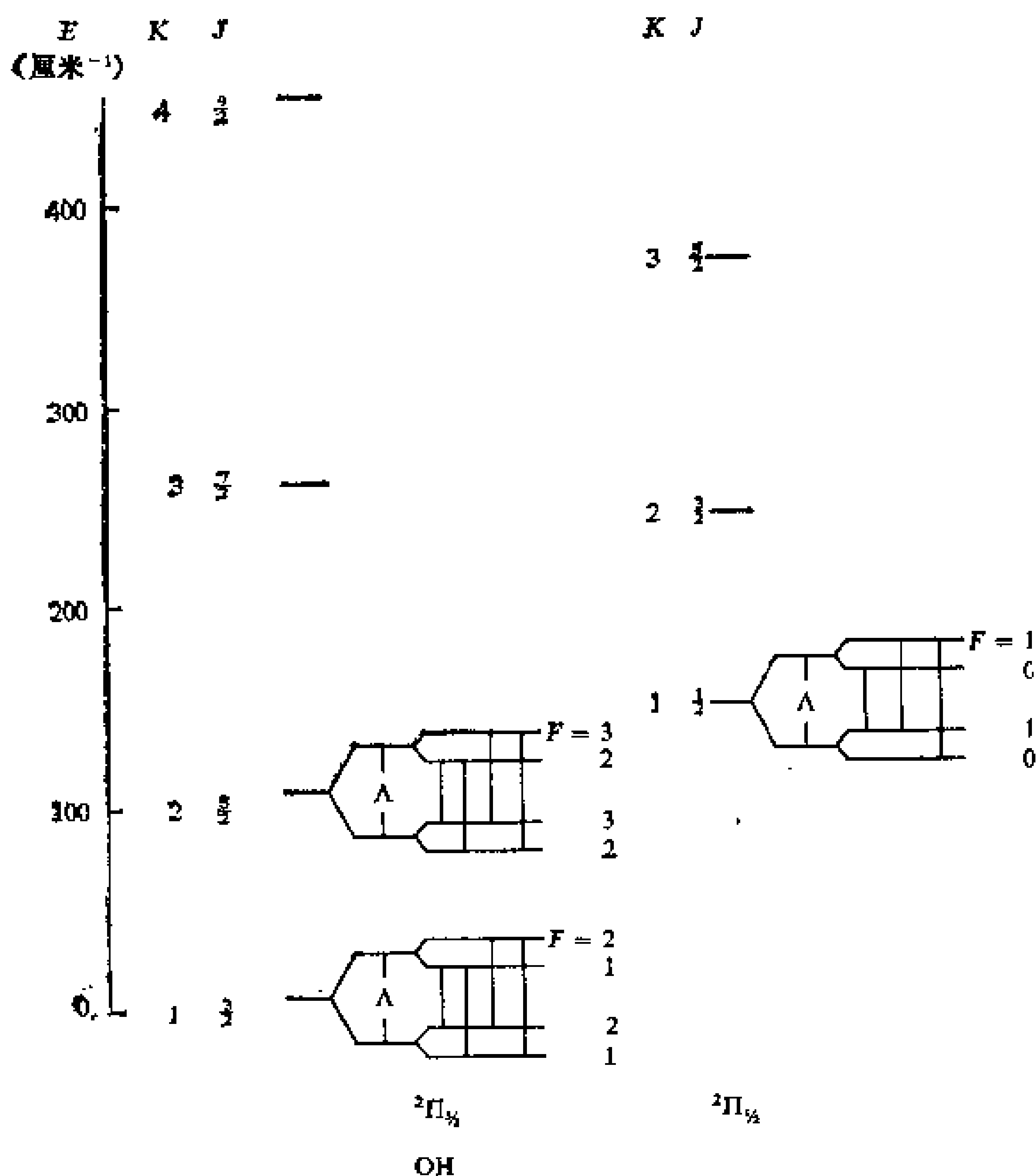


图 8.1 羟基的最低能级(Λ 双重级和超精细结构没有按比例画)

薄的源，表中给出了谱线的相对强度。它们是从爱因斯坦系数 A 以及能级的统计权重 $g = 2F + 1$ 推导出来的。如果源为光学厚，则所有线的相对强度都接近于1。由于18厘米OH线产生于分子中的电荷再分布(电偶极子跃迁)，而21厘米氢线则产生于原子磁矩的再分布(磁偶极子跃迁)，因此在

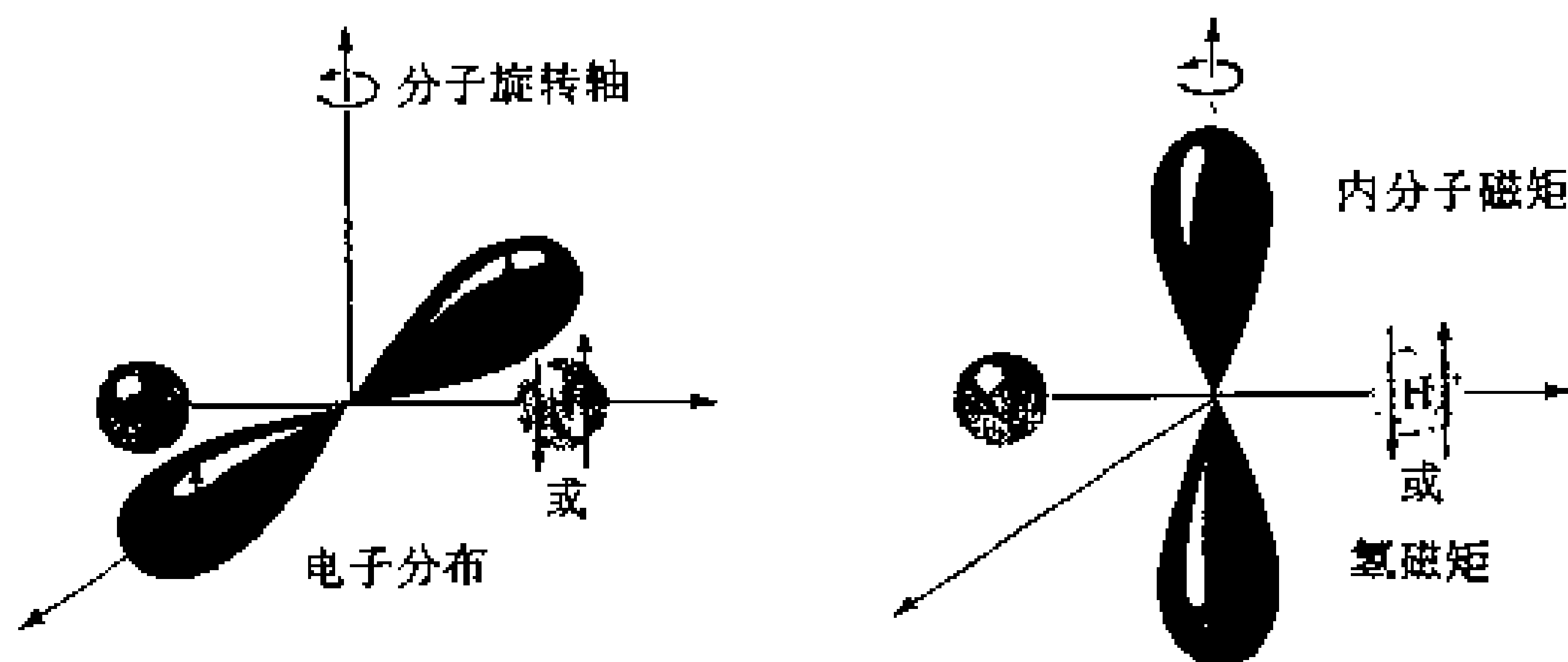


图 8.2　OH 分子中电子分布的两种取向引起了 Λ 双重性

表 8.1　在 OH 分子最低态中 Λ 双重跃迁

态	能级数 F		频率（兆赫）	相对强度
	上层	下层		
$^2\Pi_{3/2}, J=\frac{3}{2}$	1	2	1612.231	1
	1	1	1665.401	5
	2	2	1667.358	9
	2	1	1720.533	1
$^2\Pi_{3/2}, J=\frac{5}{2}$	2	3	6016.746	1
	2	2	6030.739	14
	3	3	6035.085	20
	3	2	6049.084	1
$^2\Pi_{1/2}, J=\frac{1}{2}$	0	1	4660.242	2
	1	1	4750.656	1
	1	0	4765.562	1

所有其他情况相同下，OH 线的强度将比 H 线大 10^4 倍，这是因为谱线强度依赖于偶极矩的平方，而电偶极矩比磁偶极矩大两个数量级。因此在星际介质中，OH 的丰富度比 H 低 10^7 倍的不利条件部分地为其线强度超过 H 10^4 倍所弥补，因而尽管星际羟基的丰富度低得多，我们仍可以测到它的谱线。$F=2\text{-}2$ 跃迁的爱因斯坦系数 A_{21} 为 8×10^{-11} 秒$^{-1}$。

羟基18厘米线首先测到的是在包括银河系中心在内的一些源的吸收线。这些线的多普勒宽度对应于数量级为100°K的温度；不过，线强度表现出反常，不能用单纯的大光学厚度来解释。OH吸收线的多普勒位移常常和21厘米氢线的不同。有几次测到过OH的反常丰富度（为氢原子的10^{-4}倍）。

18厘米OH发射线来自有着非常精细的结构的区域，其中的组成部分角直径小于0.02角秒，具有非常高的亮温度的特征。最强成分的亮温度上限为10^{12} °K的数量级。OH发射看来是处在电离氢区域（HII区）的边缘附近。OH发射区域的频谱比较复杂。它们显示出许多相当窄的成分（有时小于2千赫）。Λ双重性的四个超精细成分的强度和根据理论线强度所预计的相差非常大，1665兆赫成分的强度几乎总是比1667兆赫线的强。这四个频率上的频谱没有显出相关性。在某些源中，线强度随时间变化，在几个月的时间内变了两三倍。OH发射有着强烈的偏振，偏振度似乎也依赖于时间。已经观测到过完全线偏振和完全圆偏振的OH谱线。

在OH的$^2\Pi_{3/2}$, $J = 5/2(K = 2)$态上也观测到了类似的Λ双重跃迁。这个双重线的每一个能级都被超精细互作用分裂为两个级，这些级有着由$F = 3$和$F = 2$所表示的总角动量。在这些级之间可以发生表8.1所描述的四种跃迁。最强烈的$F = 3$-3和$F = 2$-2线在W3源中测到过；在此以前，这个源中曾观测到反常的Λ双重$^2\Pi_{3/2}$, $J = 3/2$发射。观测表明有反常激发，谱线表现为圆偏振，而$F = 3$-3对$F = 2$-2观测强度之比大约为3，这意味着羟基不是处于局部热动平衡。

羟基$^2\Pi_{1/2}$, $J = 1/2$ $(K = 1)$态的发射线在银河源W3的方向上测到过。$^2\Pi_{1/2}$, $J = 1/2$态由Λ双重性分裂为两个级，

表现为对应于 $F=1$ 和 $F=0$ 总角动量的超精细结构。总起来，$^2\Pi_{1/2}$, $J=1/2$ 态如同 $^2\Pi_{3/2}$, $J=3/2$ 态一样，分裂成为四个级；不过，超精细能级之间允许跃迁的数目只有三个，因为 $F=0$-0 跃迁是禁戒的。观测到过 $F=1$-0 跃迁，不过没有测到偏振；没有测出 $F=1$-1 跃迁，虽然在局部热动平衡时，它至少要象 $F=1$-0 跃迁那样强。这意味着观测到的辐射有着非热的起因。

观测到的宇宙源 OH 辐射特性提示了我们，它的辐射机制应当是一种牵涉到在一个频率上抽运而在观测到的射电频率上产生受激发射的量子放大器机制。确实，不是用受激发射就很难说明观测到的反常谱线强度。而且，用了受激发射就可以理解测到的偏振，而热辐射则不能产生偏振，除非是求助于相当强的磁场的塞曼效应。由量子放大器效应可以产生比热辐射窄的线宽。曾经用各种不同的抽运过程，如光学的、红外的、无线电的、碰撞的等等，提出了几种星际羟基射电辐射的量子放大器机制的方案。但是还没有任何一种能和所有的观测资料全部符合。

羟基谱线和 21 厘米氢线一样，对于研究星际介质是一个有用的工具：这不但是因为这些谱线提供出一种确定氧相对于氢的丰富度的方法，或是由于 OH 和氢的分子量不同而在某些条件下可以用来区别热致宽和湍动致宽；而且是因为 OH 激发机制不同于氢的激发机制，是一种非常可能联系到受激发射的机制。

在星际介质中，由射电天文方法测到的另一个分子是氨(NH_3)。观测到的有氨在它的振动基态和它的 (J, K) 为 (1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4) 和 (6, 6) 的旋转态的反跃迁发射线。这些跃迁的静止频率为：23,694.48, 23,722.71, 23,870.11, 24,139.39 和 25,056.04 兆赫。图 8.3 表示氨的振动基态中的

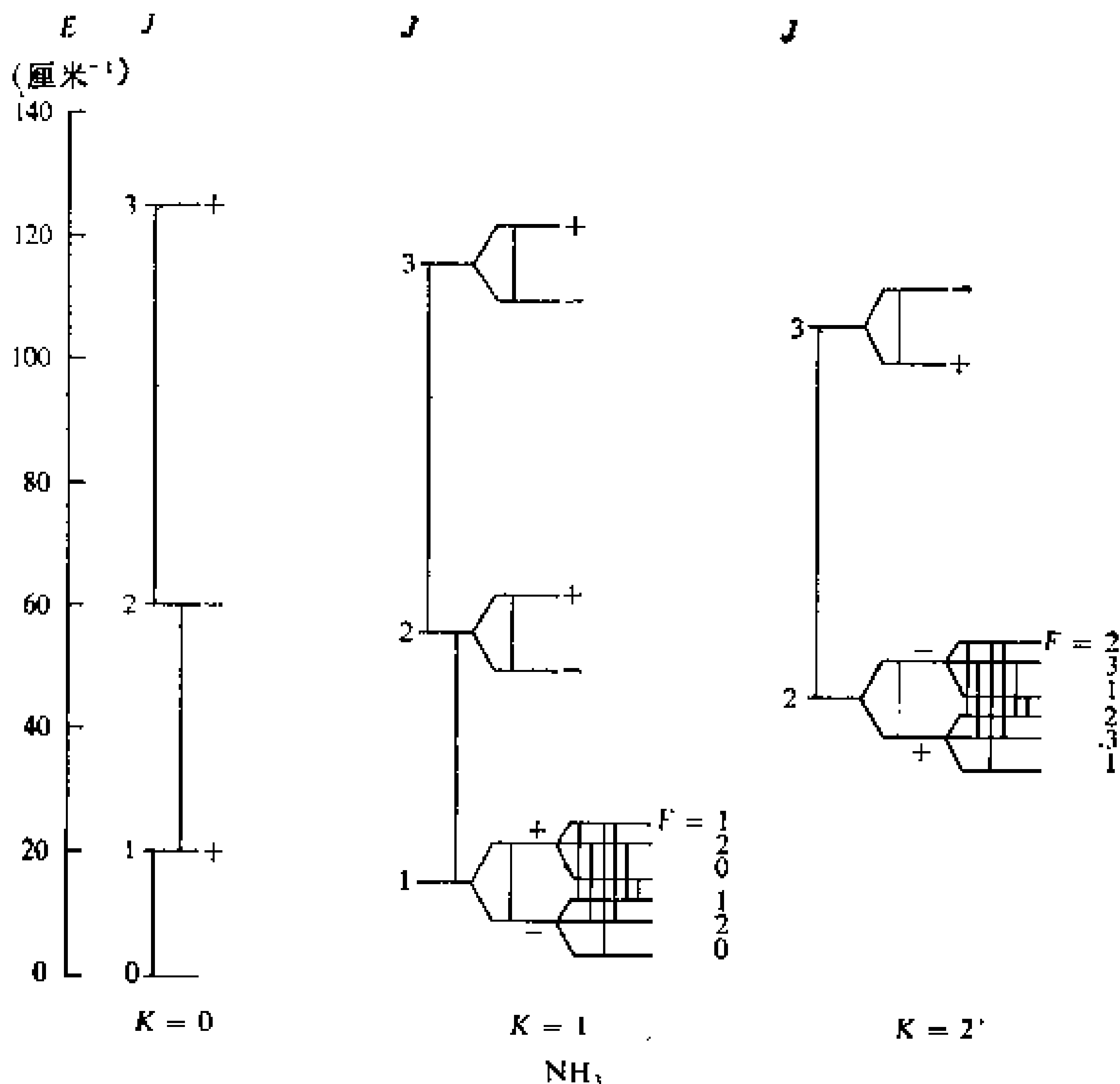


图 8.3 氨振动基态的能级(反跃迁能级和超精细结构没有按比例画)

最低能级。没有测到(4,3),(3,1)及(2,1)的反跃迁。这是可以理解的,因为 $J=K$ 能级对于红外跃迁是亚稳态,而 $J\neq K$ 级则不是。如果碰撞没有频繁到足以显著地占有 $J\neq K$ 能级,但是又多到足以维持亚稳态以及其中各个反跃迁能级的热动平衡,那么我们将看不到从 $J\neq K$ 能级的发射。在人马座 B2 中观测到的 NH_3 发射线强度可以用不同温度的两个辐射区来说明。

在包括人马座 B2、W3 和猎户座星云的一些银河射电源的方向上,观测到了从 6_{16}-5_{23} 旋转跃迁形成的 22,235.22 兆

E (厘米$^{-1}$)	J_{K-K+}
447.302	6_{16}
446.704	6_{06}
446.560	5_{23}
416.202	5_{24}
399.507	5_{14}
383.837	4_{31}
382.520	4_{32}
326.620	5_{15}
325.399	5_{05}
315.777	4_{22}
300.367	4_{23}
285.421	3_{30}
285.217	3_{31}
275.494	4_{13}
224.844	4_{14}
222.050	4_{04}
212.162	3_{21}
206.303	3_{22}
173.370	3_{12}
142.274	3_{13}
136.765	3_{03}
136.161	2_{20}
134.902	2_{21}
95.174	2_{11}
79.496	2_{12}
70.088	2_{02}
42.362	1_{10}
37.137	1_{11}
23.791	1_{01}
0	0_{00}

H_2O

图 8.4 水的最低能级

赫的水 (H_2O) 发射线。这些源表现出多种频谱特征，有一些带有偏振，而有一些则以几个星期的时间尺度变化。这些源角径很小(小于 1 角分)，而有非常高的亮温度。羟基源和水射电源在位置上和多普勒速度范围上一般是一致的，虽则详细的频谱特征并不很相似。6_{16}–5_{23} 水谱线涉及能量大于 450 厘米$^{-1}$的旋转级(见图 8.4)，寿命大约为 10 秒钟，它要求有一定的温度和频繁的激发(由碰撞或由辐射)用以产生观测到的线强度。因此，除非是水和氨的激发机制不同，没有观测到来自 NH_3 的非亚稳态辐射是很令人惊奇的(特别是在人马座 B2 里，其中既有 NH_3 分子又有 H_2O 分子)。确实，水射电源的非常高的亮温度，存在着宽度对应于只有 100°K 左右的窄线(明显地跟辐射温度和激发温度不平衡)，以及为了说明微波辐射(假设为各向同性)所要求的发射区的庞大质量(5×10^4 太阳质量)，所有这些都表示着辐射是由受激发射产生的。

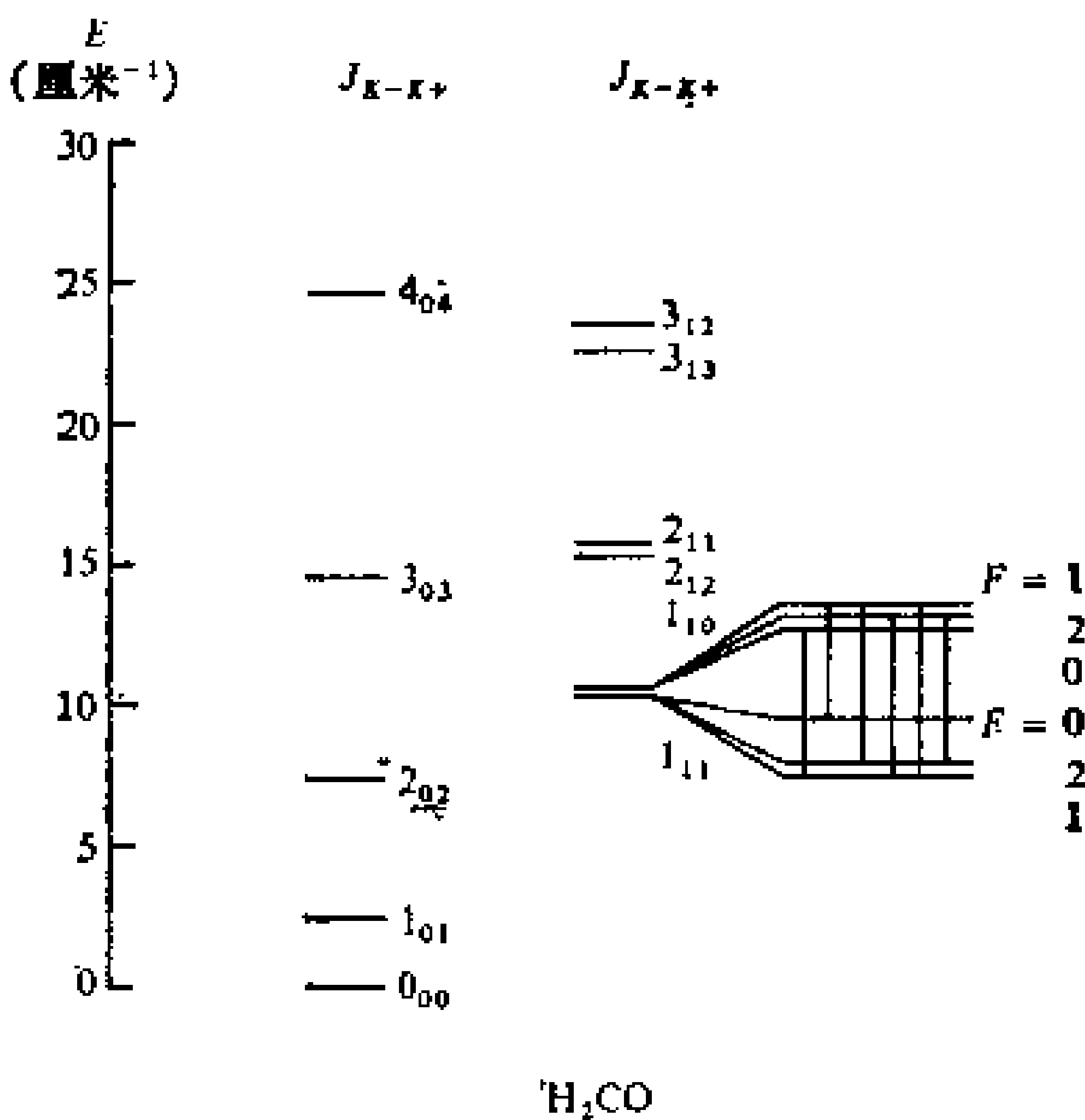


图 8.5 甲醛的最低能级(超精细结构没有按比例画)

在星际物质中测到的第一个有机的多原子分子是新近观测到的甲醛（H_2CO）分子。在一些源，包括人马座A和B2，以及W3的背景上观测到了 4829.649 兆赫 1_{11}-1_{10}，$F = 2$-2 跃迁(图 8.5)的吸收线。象 H_2CO 以及 H_2O 和 NH_3 分子的存在，表明星际物质的化学演化比起以往根据星际线的光学观测所想的更要复杂一些。

肯定还需要一些时间和更多的观测研究，以便产生一个有关星际介质中分子辐射机制和化学过程的清晰和连贯的图象。

8.4 复合谱线

当一个电子被一个离子重新俘获到基级以外的能级上，接着的往下跃迁将产生有着频率为

$$\nu = Z^2R\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right) \tag{8.13}$$

的谱线系，其中 n_1 及 n_2 分别为较低能级及较高能级的主量子数。Z 为有效的核电荷，R 为里德伯常数。下面是几种元素的里德伯常数：

氢	$R = 3.288052 \times 10^{15}$ 赫
氦 II	$R = 3.289391 \times 10^{15}$ 赫
碳 VI	$R = 3.289927 \times 10^{15}$ 赫

在一个热的电离星际氢区域中，能级主要由伴随着向基态级联跃迁的复合所占有。由这种跃迁所形成的谱线叫做复合谱线。$n+1$ 和 n 级之间的跃迁有最高的跃迁几率。表 8.2 给出 $n+1 \rightarrow n$ 复合线的跃迁几率和一些其他资料。对于低主量子数谱线都处在光学区域。在射电区域已经观测到了 404 兆赫的 H253α 线和 8872.5 兆赫的 H90α 线之间的各条氢复合线。在这里 α 表示从 $n+1$ 到 n 的跃迁；象在光学光谱中

表 8.2 射电复合线

波 长 （厘米）	频 率 （兆赫）	氢 $n\alpha$ 复 合 线			氦和氢线之间的频率差（兆赫）
		n	邻近线之间的距离（兆赫）	爱因斯坦系数（秒$^{-1}$）	
0.1	3×10^5	28	32,000	2.9×10^2	122
1	3×10^4	60	1,500	6.6	12.2
10	3×10^3	130	69	1.5×10^{-1}	1.22
100	3×10^2	280	3.2	3.0×10^{-3}	0.122

一样，α 前面的数字是较低能态的主量子数 n。也已经观测到了几条氦的和碳的复合线。观测给出了表征谱线的四个参量：$\nu_L-\nu_R$，观测中心频率 ν_L 对静止频率 ν_R 的多普勒位移；$\Delta\nu_L$，半强度点之间的线宽；ΔT_B，线心和附近连续区中亮温度之间的差别；以及 T_B，连续区的亮温度。线宽基本上是由于多普勒致宽引起的：两个能级非常接近，而碰撞以同样的方式影响着较高和较低能级，因此谱线基本上不是碰撞致宽。在多普勒致宽的情况下，我们可以把麦克斯韦速度分布函数

$$F(v)=\sqrt{\frac{M}{2\pi kT}}\exp\left(-\frac{Mv^2}{2kT}\right) \tag{8.14}$$

代入(8.3)式。因此，我们有以下线吸收系数的表达式：

$$\begin{aligned}\kappa_L&=\frac{3}{8\pi}N_n\frac{hc^3}{kT\nu^2}A_{n\alpha}\sqrt{\frac{M}{2\pi kT}}\exp\left(-\frac{M}{2kT}v^2\right)\\&=\frac{3}{8\pi^{3/2}}N_nA_{n\alpha}\frac{hc^2}{kT\nu}\frac{1}{\Delta\nu_D}\exp\left[-\left(\frac{\Delta\nu}{\Delta\nu_D}\right)^2\right],\end{aligned} \tag{8.15}$$

其中

$$\Delta\nu=\nu-\nu_L=\frac{\nu_L}{c}v,$$

$$\Delta\nu_D=\frac{\nu_L}{c}\sqrt{\frac{2kT}{m}}=4.3\times10^{-7}T^{1/2}\nu_L。 \tag{8.16}$$

N_n 为第 n 态的占有数，M 为氢原子质量；和热运动速度相比，这里忽略掉了湍动速度。对于大的 n，氢的第 n 态的平衡占有数由沙哈方程得到，为

$$N_n = 4.2 \times 10^{-16} n^2 \frac{N_e^2}{T^{3/2}}, \tag{8.17}$$

其中 N_e 为电子数密度；对于大 n，跃迁几率 A_{na} 为

$$A_{na} = 5.2 \times 10^9 n^{-5}, \tag{8.18}$$

而从(8.13)式我们还得到了 $\nu_L \simeq 2Rn^{-3}$。因此，在光学薄的情况下，在线心我们有(忽略线上的频率依赖关系)

$$\frac{\Delta T_B}{T_B} = \frac{T\tau_L^*}{T\tau_K^*} = 2.3 \times 10^{-6} \frac{\nu^{1.1}}{T^{3/2}}, \tag{8.19}$$

其中使用了(参看第 6.2 节)

$$T_B = \frac{\mathscr{E}}{T^{1/2}\nu^{2.1}}, \tag{8.20}$$

而 $\mathscr{E}$ 为辐射标度(厘米、克、秒单位)。(8.19)式是由(8.15)，(8.17)，(8.18)和(8.20)得到的。用(8.19)式可以从复合线的观测来确定电离氢区域的运动温度 T。当测量了 $\Delta\nu_L$，就可确定 $\Delta\nu_D$，并用来确定 T。

由(8.19)式确定的电离氢区域运动温度比通常给予那些区域的温度小了一个 2 的因子。这是因为在(8.19)式中没有考虑进去对局部热运平衡的偏离。对于大主量子数，各个能级占有数的非平衡修正非常接近于 1；然而，在射电频段，相邻两能级修正项的差值大于 $h\nu/kT$ (对于 H109α 线，等于 2.4×10^{-5})。这表示每一能级相对于下面一能级的超额占有，而这导致了受激发射增加以及线的量子放大器型的增强。在考虑了这些修正后，由复合线强度得到的运动温度就和光学方法得到的相符合。偏离热动平衡对氢复合线的影响相对地比较弱。对于较重的元素，当电介质复合过程(其中电子的

重新俘获通过一个中介的双重激发态发生）对于大主量子数能级的占有数起着主要作用时，复合线增强可以很大。这种增强使得可能观测到较重元素（例如碳）的复合线。在观测更重的元素谱线时，复合线技术可能成为确定电离氢区域中相对丰富度的一个重要手段。

附 录 1

輻 射 场

单色电磁波电矢量的振荡在垂直于传播方向的平面内可以表为

$$E_x = E_x^0 \sin(\omega t - \epsilon_x),$$

$$E_y = E_y^0 \sin(\omega t - \epsilon_y), \qquad (A.1)$$

其中 E_x^0 和 E_y^0 为在两个互相垂直的方向上的振幅，ω 为角频率，等于 $2\pi\nu$。如果振幅之比 $E_y^0/E_x^0 = \tan\alpha (0 \leqslant \alpha \leqslant \pi/2)$ 和相位差 $\delta = \epsilon_x - \epsilon_y$ 均为常数，则我们称(A.1)式所描述的波束为完全椭圆偏振束。这时 E_x 和 E_y 在垂直于波传播方向的平面上描出一个椭圆，并以波的速度运动。如果我们按照 $\tan 2\varphi = \tan\alpha\cos\delta$ 把坐标系转一个角度 φ，则坐标轴将与椭圆主轴重合。在新坐标系里振荡可以表为

$$E_\varphi = E^0 \cos\beta \sin\omega t,$$

$$E_{\varphi+\pi/2} = E^0 \sin\beta \cos\omega t, \qquad (A.2)$$

其中 β 为椭率：

$$\cot\beta = \mp \frac{\text{长轴}}{\text{短轴}}, \quad -\frac{\pi}{4} \leqslant \beta \leqslant +\frac{\pi}{4}。 \qquad (A.3)$$

(A.3) 式中负号是对于左旋偏振，而正号对于右旋偏振[1]。

---

1) 物理学上规定，当波的传播方向是趋向观测者，如果电矢量在垂直于波传播方向的平面上是顺时针旋转，或者当波的传播方向是离开观测者，而电矢量是反时针旋转，则这种波称为右旋偏振波。在无线电工程上，这种波则称为左旋偏振波。本书中我们用经典物理学的右旋和左旋偏振的定义。

(x, y) 坐标系中表示椭圆的参量 α 和 δ，和与主轴重合的坐标系中表示椭圆的参量 β 和 φ 之间有着如下的关系：

$$\sin 2\beta = \sin 2\alpha \sin \delta,$$
$$\tan 2\varphi = \tan 2\alpha \cos \delta, \tag{A.4}$$

以及

$$\cos 2\alpha = \cos 2\beta \cos 2\varphi,$$
$$\tan \delta = \tan 2\beta \operatorname{cosec} 2\varphi。 \tag{A.5}$$

从(A.4)和(A.5)式推出：

$$\frac{c}{4\pi} 2E_x^0 E_y^0 \cos(\varepsilon_x - \varepsilon_y) = I_\nu \cos 2\beta \sin 2\varphi,$$

$$\frac{c}{4\pi} 2E_x^0 E_y^0 \sin(\varepsilon_x - \varepsilon_y) = I_\nu \sin 2\beta, \tag{A.6}$$

其中 I_ν 为波束的强度[1]：

$$I_\nu = \frac{c}{4\pi}(E^0)^2 = \frac{c}{4\pi}[(E_x^0)^2 + (E_y^0)^2] = I_{\nu x} + I_{\nu y}。 \tag{A.7}$$

(A.7)式由玻印廷定理(它描述通过单位表面积的波的流量与波的电矢量幅度之间的关系)导出，这是因为强度是由下式定义的，

$$dE_\nu d\nu = I_\nu \cos\vartheta d\nu d\sigma d\Omega dt, \tag{A.8}$$

其中 $dE_\nu d\nu$ 为在时间 dt，频率间隔 ν 到 $\nu + d\nu$，在立体角 $d\Omega$ 内通过面积 $d\sigma$ 的能量，ϑ 为所考虑的强度的方向和面积 $d\sigma$ 向外的法线方向之间的交角。因此，强度 I_ν 就是在单位时间、单位频率间隔、在以给定方向为中心的单位立体角内通过垂直于该给定方向的单位面积的能量值(见图 1.3)。一般说

1) 实际上不存在绝对的单色波，而是幅度和相位都随时间变化。在椭圆偏振辐射里，无论幅度和相位如何变化，幅度比值和相位差总是保持不变。强度和振幅之间的关系式(A.7)要在某种意义上作些修正，即方程中振幅平方要理解为对时间的平均。

来，强度为空间位置、方向和时间的函数。因此，全椭圆偏振波可以由它的强度和另外两个描述偏振的参量来表示，这两个参量可以是，例如，α 和 δ，或是 β 和 φ。可以用斯托克斯参量来代替这些参量，斯托克斯参量和 I_ν, α 和 δ 或 I_ν, β 和 φ 的关系为

$$
\begin{aligned}
Q_\nu &= \frac{c}{4\pi}\left[(E_x^0)^2 - (E_y^0)^2\right] = I_\nu \cos 2\alpha = I_\nu \cos 2\beta \cos 2\varphi \\
&= I_{\nu x} - I_{\nu y}, \\
U_\nu &= \frac{c}{4\pi} 2E_x^0 E_y^0 \cos(\epsilon_x - \epsilon_y) = I_\nu \sin 2\alpha \cos\delta \\
&= I_\nu \cos 2\beta \sin 2\varphi = (I_{\nu x} - I_{\nu y}) \tan 2\varphi, \\
V_\nu &= \frac{c}{4\pi} 2E_x^0 E_y^0 \sin(\epsilon_x - \epsilon_y) = I_\nu \sin 2\alpha \sin\delta \\
&= I_\nu \sin 2\beta = (I_{\nu x} - I_{\nu y}) \tan 2\beta \sec 2\varphi。
\end{aligned} \tag{A.9}
$$

在许多情况下，用斯托克斯参量要比用参量 I_ν、α 和 δ 或 I_ν、β 和 φ 更方便(理由见 180 页)。方程

$$
\begin{aligned}
I_\nu^2 &= Q_\nu^2 + U_\nu^2 + V_\nu^2, \\
\tan 2\varphi &= U_\nu / Q_\nu, \\
\sin 2\beta &= \frac{V_\nu}{\sqrt{Q_\nu^2 + U_\nu^2 + V_\nu^2}},
\end{aligned} \tag{A.10}
$$

给出 I_ν, α, δ 和 I_ν, β, φ 之间的关系，这是(A.9)式的反演。

斯托克斯参量 Q_ν、U_ν 和 V_ν 可以看作是一个半径为 I_ν 的球上一点 P 的直角坐标，2β 和 2φ 为这个点的球坐标；这叫做潘加莱表示法，而这个球叫做潘加莱球。表示球上一个单色波的状态，潘加莱表示法是唯一的。每一个可能的偏振态对应于潘加莱球上的一个点，反之亦然。潘加莱球示于图 A.1。北极表示右旋圆偏振态：$\delta = \pi/2$, $Q_\nu = U_\nu = 0$ 和 $V_\nu = I_\nu$。在北半球上，我们有着 $\beta > 0$，而各个点代表着右

旋椭圆偏振、在赤道上，$V_\nu=0$，而其中的点对应于 $\delta=0$ 或 $n\pi$ 的线偏振态。南半球各点代表左旋椭圆偏振($\beta<0$)。在南极，我们有 $Q_\nu=U_\nu=0$ 和 $V_\nu=-I_\nu$，而且又有 $\delta=-(\pi/2)$，因此，南极代表左旋圆偏振。潘加莱球上的球面三角关系对于求出全椭圆偏振辐射束的各个参量之间的关系是非常有用的。

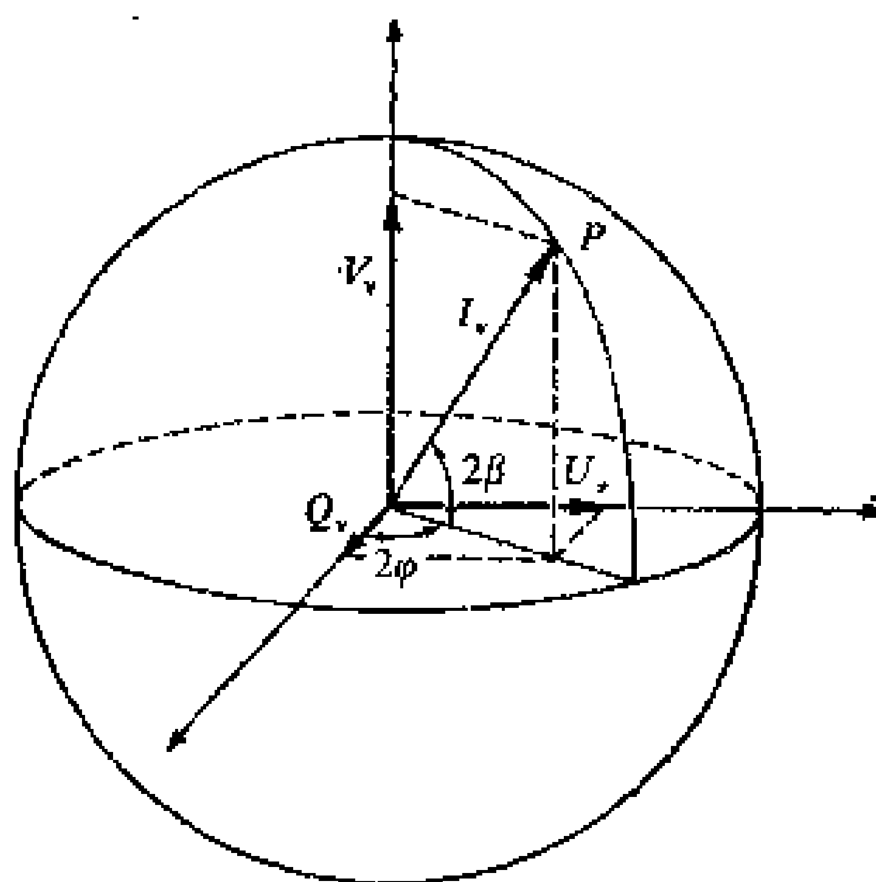


图 A.1 椭圆偏振辐射的潘加莱(Poincaré)球表示方式

任意偏振的辐射可以由(A.1)式表示，其中幅度和相位可以有着不规则变化，而两个互相垂直方向的幅度之比 $\tan\alpha$ 和相位差 δ 也不一定是常数。对于任意偏振辐射，我们把斯托克斯参量定义为

$$I_\nu=\frac{c}{4\pi}[\langle(E_x^0)^2\rangle+\langle(E_y^0)^2\rangle],$$

$$Q_\nu=\frac{c}{4\pi}[\langle(E_x^0)^2\rangle-\langle(E_y^0)^2\rangle],$$

$$U_\nu=\frac{c}{4\pi}2\langle E_x^0E_y^0\cos\delta\rangle,$$

$$V_\nu=\frac{c}{4\pi}2\langle E_x^0E_y^0\sin\delta\rangle。\tag{A.11}$$

由于在任意偏振辐射束里幅度比值和相位差都不是常数，为了完全描述偏振态，我们需要有四个参量，而在全椭圆偏振辐射的情况下，则只需要三个斯托克斯参量。我们回顾一下，对于全椭圆偏振束有着一个强度 I_ν 和斯托克斯参量 Q_ν, U_ν 和

V_ν之间的关系式[即方程 (A.10) 的第一个式子]。这个关系不适用于任意偏振束。可以证明,对于任意偏振辐射,不等式

$$I_\nu^2 \geqslant Q_\nu^2 + U_\nu^2 + V_\nu^2 \tag{A.12}$$

总是有效的。(A.12)式中的等号对应于全椭圆偏振辐射的特殊情况。因此,在任意偏振的情况下 I_ν 和斯托克斯参量 Q_ν、U_ν 和 V_ν 无关。

斯托克斯参量 I_ν、Q_ν、U_ν 和 V_ν,或任何一组四个唯一地和斯托克斯参量相联系的独立参量,都可以完全描述一个任意偏振波束。我们可看到的确是如此,如果意识到测量辐射的过程就是测定强度作为方位角 ψ 和一个任意的固定相移 η 的函数,η 为由测量仪器引进的在垂直于传播方向的平面上电场矢量的两个互相垂直分量之间的相移。这样的测量强度等于

$$I_\nu(\psi,\ \eta) = \frac{1}{2}\left[I_\nu + Q_\nu \cos 2\psi + (U_\nu \cos\eta - V_\nu \sin\eta)\sin 2\psi\right] \tag{A.13}$$

(见,例如,文献 1)。从 (A.13) 式我们可以得出结论,即这种测量不可能区分出由同样的斯托克斯参量 I_ν, Q_ν, U_ν 和 V_ν 表示的两个波束。(A.13) 式中的斯托克斯参量都是线性的,并且都有着强度的量纲。因此,如果有着几个独立的波束的混合(关于独立,我们的意思是彼此互不干涉,即波束之间没有固定的相位关系),则描述混合波束的斯托克斯参量将等于描述单个波束的相应的斯托克斯参量之和。

对于非偏振(自然)波,测量强度 $I_\nu(\psi,\ \eta)$ 不依赖于 ψ 和 η;因而根据(A.13)式,自然辐射的斯托克斯参量 Q_ν, U_ν 和 V_ν 将等于零。因此,一个自然辐射束可以表为两个相反偏振束的混合(相反偏振束是指它们的椭圆长轴互相垂直而电矢量的旋转方向相反)。这样两个束的斯托克斯参量将由 $(\beta,\ \varphi)$

和$(-\beta, \varphi+\pi/2)$表示，两者之和等于零。每个束的强度必须等于自然辐射束强度的一半。同样地，最一般的任意偏振的混合可以表为自然辐射束与全椭圆偏振辐射束之和。当然，两个束必须是互相独立的。在其他各种对于任意偏波束的表达方式中，一个有用的方式是表达为两个互相独立的、强度不相等的相反偏振束之和。

我们可以用其他量，诸如平均强度，流量等等，代替强度来描述辐射场。斯托克斯参量可以用这些新量来表示而取代(A.9)式中的强度。平均强度 J_ν 的定义为

$$J_\nu=\frac{1}{4\pi}\int I_\nu d\Omega=\frac{1}{4\pi}\int_{\vartheta=0}^{\pi}\int_{\varphi=0}^{2\pi} I_\nu(\vartheta,\ \varphi)\sin\vartheta d\vartheta d\varphi, \quad (A.14)$$

其中 4π 为一个球的球面度数；而在 z 轴沿着 $d\sigma$ 法线方向的柱坐标中，在 $(\vartheta,\ \vartheta+d\vartheta)$ 和 $(\varphi,\ \varphi+d\varphi)$ 范围内的立体角元 $d\Omega$ 为

$$d\Omega=\sin\vartheta d\vartheta d\varphi。\quad (A.15)$$

在单位时间、单位频率间隔内通过单位面积的辐射能量值叫做流量：

$$F_\nu=\int I_\nu\cos\vartheta d\Omega=\int_{\vartheta=0}^{\pi}\int_{\varphi=0}^{2\pi} I_\nu(\vartheta,\ \varphi)\cos\vartheta\sin\vartheta d\vartheta d\varphi。\quad (A.16)$$

流量是 $d\sigma$ 往外的法线方向的函数，因而这种函数关系具有矢量的特性。

为了更好地理解强度和流量之间的区别，让我们简单地解释一下。只要太阳看起来是一个圆面，而且忽略掉临边昏暗，那么含在太阳圆面立体角中各个方向上的强度和太阳的距离无关。可是，流量却依赖于距离，而与距离的平方成反比。我们可以进一步指出，光学系统只是改变接收到的给定强度的辐射的立体角，因而确实是改变了流量(通过焦点的能

量值)，但是并不增加辐射的强度。相反地，光学系统中的吸收将使通过系统的辐射强度减弱。

我们已经给出了对于 ν 到 $\nu + d\nu$ 频段中参量 I_ν, J_ν, F_ν 等等的定义。当然，也可以对波长范围 λ 到 $\lambda + d\lambda$ 引进 I_λ, J_λ, F_λ 等量。它们与 I_ν, J_ν, F_ν 等等的关系为

$$I_\nu = I_\lambda \left| \frac{d\lambda}{d\nu} \right| = \frac{\lambda^2}{c} I_\lambda。 \tag{A.17}$$

如果我们感兴趣的是总强度(在所有频率上)，我们可以对所有频率积分 I_ν(或对所有波长积分 I_λ):

$$I = \int_0^\infty I_\nu d\nu = \int_0^\infty I_\lambda d\lambda。 \tag{A.18}$$

空间任一点的辐射能量密度 $u_{rad,\nu} d\nu$ 为在频率 ν 和 $\nu + d\nu$ 之间的间隔里通过该点周围单位体积的能量值。因而辐射场的能量密度和强度的关系是

$$u_{rad,\nu} = \frac{1}{c} \int I_\nu d\Omega = \frac{4\pi}{c} J_\nu。 \tag{A.19}$$

由于一个光子在它的传播方向上具有动量 $h\nu/c$，辐射能量 E 在辐射传播方向上具有动量 E/c，因而随着辐射就有着压强。一个给定点上的这种压强定义为在一个包含着该点的任意无穷小的表面元上单位面积中的动量转移率，这可以由以下公式用强度来表达:

$$p_{rad}(\nu) = \frac{1}{c} \int I_\nu \cos^2\vartheta d\Omega = \frac{1}{c} \int_{\vartheta=0}^{\pi} \int_{\varphi=0}^{2\pi} I_\nu \cos^2\vartheta \sin\vartheta d\vartheta d\varphi。 \tag{A.20}$$

对于一个各向同性辐射场，

$$p_{rad}(\nu) = \frac{1}{3} u_{rad,\nu}。 \tag{A.21}$$

辐射场的强度 I_ν 能够被辐射和介质的互作用所影响。由**吸收系数** κ_ν 表征的介质对辐射吸收的过程将使通过一片厚

度为 ds 的介质的辐射强度 I_ν 减小 dI_ν，

$$dI_\nu = -\kappa_\nu I_\nu ds。 \tag{A.22}$$

另一方面，单位体积的介质元在单位时间、单位频率间隔、向单位立体角内发射的能量等于它的发射系数 $\mathcal{E}_\nu$。发射系数和吸收系数的比值

$$S_\nu = \frac{\mathcal{E}_\nu}{\kappa_\nu} \tag{A.23}$$

叫做源函数。发射和吸收过程可以通过爱因斯坦几率系数 A_{nm}、B_{nm} 和 B_{mn} 来表示，用以取代发射系数 $\mathcal{E}_\nu$ 和吸收系数 κ_ν 的表达方式。自发射系数 A_{nm} 定义为：在没有外场情况下，一个原子从激发态 E_n 跃迁到 E_m 态时，在时间间隔 dt、向立体角元 $d\Omega$ 发射一个能量为 $h\nu_{nm}$ 的量子的几率等于 $A_{nm}(d\Omega/4\pi)dt$。自发辐射，也就是在没有外场情况下发出的辐射，是各向同性的。受激发射系数（或负吸收系数）B_{nm} 定义为：一个强度为 I_ν 的外辐射场激发一个从 E_n 态到 E_m 态的跃迁时，在时间间隔 dt、向立体角 $d\Omega$ 发射一个能量为 $h\nu_{nm}$ 的量子的几率等于 $B_{nm}I_\nu(d\Omega/4\pi)dt$。受激辐射有着跟入射辐射相同的方向和相位。吸收系数 B_{mn} 定义为：一个原子在时间 dt、在立体角 $d\Omega$ 的方向上从强度为 I_ν 的外辐射场吸收一个能量为 $h\nu$ 的量子，因而从 E_m 态跃迁到 E_n 态的几率等于 $B_{mn}I_\nu(d\Omega/4\pi)dt$。爱因斯坦系数 A_{nm}、B_{nm} 以及 B_{mn} 和发射系数 $\mathcal{E}_\nu$ 及吸收系数 κ_ν 的关系如下：

$$\mathcal{E}_\nu = \frac{N_n}{4\pi}[A_{nm} + B_{nm}I_\nu]h\nu, \tag{A.24}$$

$$\kappa_\nu = \frac{N_m}{4\pi}B_{mn}h\nu, \tag{A.25}$$

其中 N_n 和 N_m 分别为 E_n 态和 E_m 态的原子数目。

辐射通过长度为 ds 的介质元时，其能量的变化将等于这

个介质元内的吸收率与发射率的差值，

$$\frac{dI_\nu}{ds} = -\bar{\kappa}_\nu I_\nu + \mathcal{E}_\nu。 \tag{A.26}$$

这个方程叫做辐射转移方程。引进光学厚度 τ_ν，

$$\tau_\nu = \int_0^s \bar{\kappa}_\nu ds, \tag{A.27}$$

以及源函数 S_ν，我们可以把转移方程写为

$$-\frac{dI_\nu}{d\tau_\nu} = I_\nu - S_\nu。 \tag{A.28}$$

利用爱因斯坦系数 A_{nm}、B_{nm} 以及 B_{mn}，转移方程可以写为

$$4\pi \frac{dI_\nu}{ds} = N_n A_{nm} h\nu - N_m B_{mn} h\nu \left[1 - \frac{N_n B_{nm}}{N_m B_{mn}}\right] I_\nu。 \tag{A.29}$$

如果源函数 S_ν 与强度 I_ν 无关，则转移方程将是一阶线性微分方程。其解为

$$I_\nu(s) = I_\nu(0) e^{-\tau(s,0)} + \int_0^s e^{-\tau(s,s')} \bar{\kappa}_\nu S_\nu ds'。 \tag{A.30}$$

由于 S_ν 通常依赖于 I_ν，因此（A.30）不是转移方程的解，而是方程的另一种形式。一般地说来，转移方程是一个积分-微分方程。

对于一个热动平衡的系统（一个绝热的封闭系统）辐射场的强度和介质的性质无关，而只依赖于温度。这种系统的源函数等于普朗克函数

$$B_\nu(T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1}, \tag{A.31}$$

其中 h 为普朗克常数，k 为玻耳兹曼常数。热动平衡系统的辐射能量密度和温度的四次方成正比（斯忒藩定律）：

$$u = \int_0^\infty u_\nu d\nu = \frac{4\pi}{c} \int_0^\infty B_\nu d\nu = \frac{8\pi^5 k^4}{15c^3 h^3} T^4 = aT^4。 \tag{A.32}$$

对于大的 $h\nu/kT$（光谱的紫外区域），可以用普朗克公式的维

恩渐近式

$$B_\nu(T) \approx \frac{2h\nu^3}{c^2} e^{-(h\nu/kT)}。\tag{A.33}$$

对于小的 $h\nu/kT$（远红外和无线电区域），可以用普朗克函数的瑞利-斯斯渐近式

$$B_\nu(T) \approx \frac{2kT}{c^2} \nu^2。\tag{A.34}$$

普朗克公式可以用波长单位来表示，取代（A.31）式中的频率单位，而表为波长的函数如下：

$$B_\lambda(T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/\lambda kT} - 1}。\tag{A.35}$$

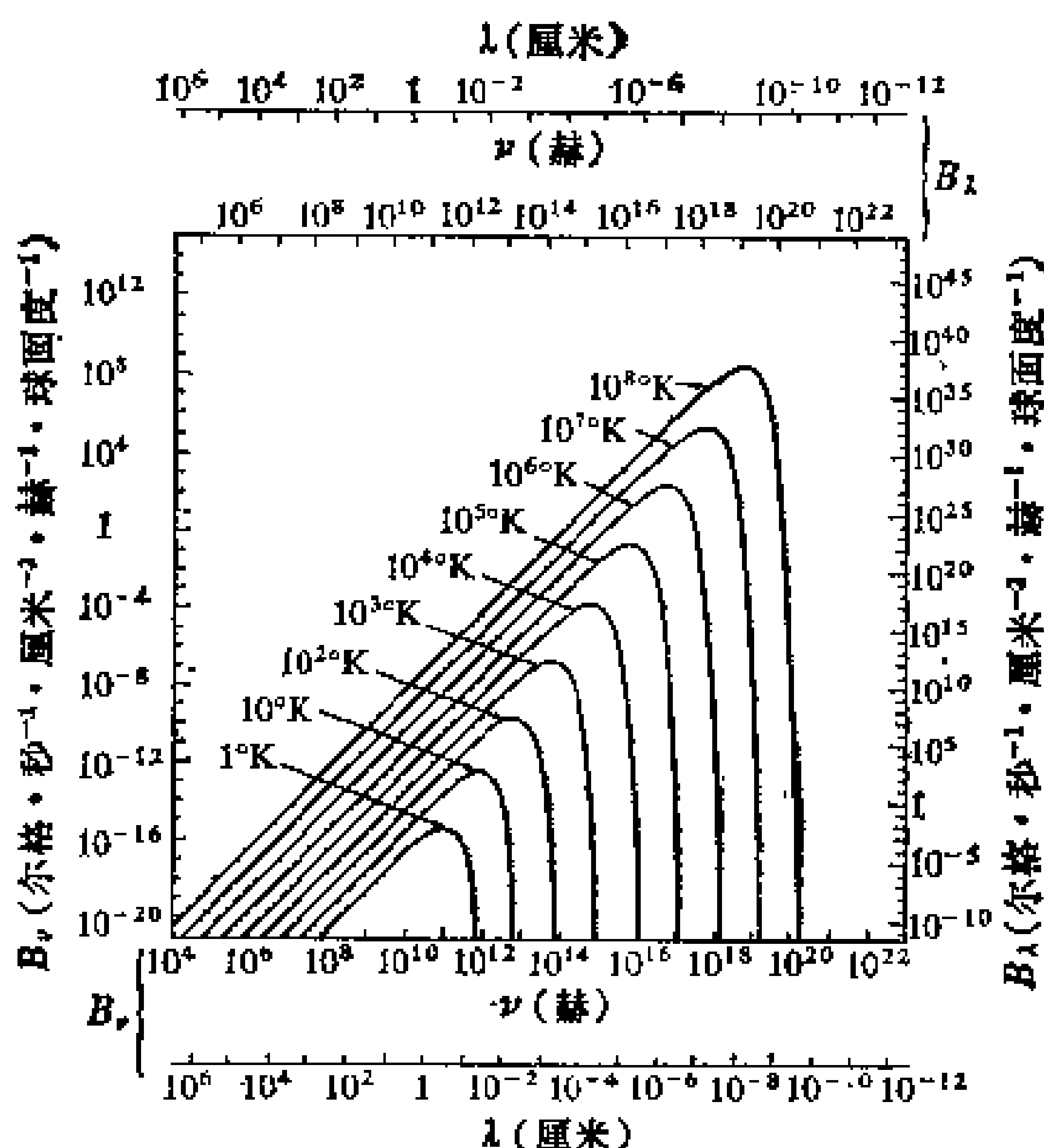


图 A.2 对于一个温度范围，普朗克函数 B_ν 和 B_λ 作为频率和波长的函数[引自 Kraus（第一章，文献 20）]。

把(A.35)式取微分，我们可以得到一个对于给定温度 $T(^\circ K)$，B_λ 达到极大的波长 $\lambda_{\max}$ (厘米)：

$$\lambda_{\max} T = 0.2898。 \tag{A.36}$$

必须注意，对于同样温度的普朗克函数 B_ν 的极大点，将处在不同于频率 $\nu = c/\lambda_{\max}$ 的地方。 普朗克函数 B_λ 和 B_ν 均示于图 A.2 上。

把(A.24)和(A.25)式引入(A.23)式，并且记住对于热动平衡系统 S_ν 和 I_ν 都等于 B_ν，我们可以得到一个 B_ν 的表达式。将它与(A.35)式相比对，将给出爱因斯坦系数之间的以下关系：

$$\frac{A_{nm}}{B_{nm}} = \frac{2h\nu^3}{c^2}, \tag{A.37}$$

$$\frac{B_{mn}}{B_{nm}} = \frac{N_n}{N_m} e^{h\nu/kT}。 \tag{A.38}$$

对于束缚-束缚跃迁，分别为两个能态 E_n 和 E_m 的原子数目 N_n 和 N_m 由玻耳兹曼公式联系，

$$\frac{N_n}{N_m} = \frac{g_n}{g_m} \exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right), \tag{A.39}$$

其中 $g_n = 2J + 1$ 为 n 级的统计权重，J 为 n 级总角动量的量子数(g_m 有着相应的定义)。将(A.39)式引入(A.38)式，我们得到

$$\frac{B_{mn}}{B_{nm}} = \frac{g_n}{g_m}。 \tag{A.40}$$

关系式(A.37)和(A.40)只包含原子的常数。因此，如果我们证明了这些关系式对于系统的某一个特殊状态是适用的话(就象对于热动平衡状态那样)，那么我们可以推论这些关系式普遍适用。如果对于给定的跃迁计算出了或由实验确定了爱因斯坦系数中的一个，则其余两个可以由(A.37)和(A.40)

式来确定。

如果温度梯度很小而吸收系数很大，则这个系统的特性可以用局部热动平衡的假设来描述。因此对于系统中的每一个点，我们可以引进一个温度 T，T 为点的位置的函数。在每个点的附近可以应用热动平衡的公式，并规定温度不是整个系统的常数，而是局部的温度。

用(A.37)和(A.38)式，并引进有效吸收系数 κ_ν，

$$\kappa_\nu = \bar{\kappa}_\nu \left[1 - \exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right)\right], \tag{A.41}$$

我们可以将转移方程(A.26)式写为

$$\frac{dI_\nu}{ds} = \kappa_\nu B_\nu - \kappa_\nu I_\nu。 \tag{A.42}$$

有效吸收系数 κ_ν 包括有负吸收(受激发射)的结果。从(A.41)式我们看到，在 $h\nu/kT \gg 1$ 的光谱区域，负吸收相对说来不重要，因而我们可以用系数 $\bar{\kappa}_\nu$ 来取代有效吸收系数 κ_ν。然而，在远红外和无线电区域，$h\nu/kT \ll 1$，负吸收将非常重要，甚至可以占主要地位。

附录 1 参考文献

这篇附录简要地总结了以下著作中有关辐射场的一些材料。

1. S. Chandrasekhar, *Radiative Transfer*, Chap. I, Dover, New York, 1950.
2. S. Chandrasekhar, *Introduction to the Study of Stellar Structure*, Chap. V, Dover, New York, 1957.
3. W. A. Shurcliff, *Polarized Light Production and Use*, Harvard University Press, Cambridge, 1966.
4. H. C. van der Hulst, *Light Scattering by Small Particles*,

Chap. 5, Wiley & Sons, New York, 1957.
5. M. Born and E. Wolf, *Principles of Optics*, pp. 24—35 and 550—552, Pergamon Press, 1959.

附 录 2

特 殊 函 数 表

表 1

函数：

$$F(x) = x\int_x^{\infty} K_{5/3}(z)dz$$

$$K(x) = K_{5/3}(x)$$

$$S(x) = F(x)/K(x)$$

x	$F(x)$	$K(x)$	$S(x)$
1.00 E-04	9.96 E-02	6.65 E 06	1.50 E-08
2.00 E-04	1.25 E-01	2.10 E 06	5.98 E-08
5.00 E-04	1.70 E-01	4.55 E 05	3.73 E-07
1.00 E-03	2.13 E-01	1.43 E 05	1.49 E-06
2.00 E-03	2.70 E-01	4.51 E 04	5.92 E-06
5.00 E-03	3.58 E-01	9.80 E 03	3.66 E-05
1.00 E-02	4.45 E-01	3.09 E 03	1.44 E-04
2.00 E-02	5.47 E-01	9.72 E 02	5.63 E-04
3.00 E-02	6.13 E-01	4.95 E 02	1.24 E-03
4.00 E-02	6.63 E-01	3.06 E 02	2.17 E-03
5.00 E-02	7.02 E-01	2.12 E 02	3.31 E-03
6.00 E-02	7.33 E-01	1.56 E 02	4.70 E-03
7.00 E-02	7.60 E-01	1.20 E 02	6.33 E-03
8.00 E-02	7.82 E-01	9.63 E 01	8.12 E-03
9.00 E-02	8.01 E-01	7.91 E 01	1.01 E-02
1.00 E-01	8.18 E-01	6.63 E 01	1.23 E-02
1.10 E-01	8.33 E-01	5.65 E 01	1.47 E-02
1.20 E-01	8.45 E-01	4.88 E 01	1.73 E-02
1.30 E-01	8.56 E-01	4.27 E 01	2.00 E-02

续表 1

x	$F(x)$	$K(x)$	$S(x)$
1.40 E-01	8.66 E-01	3.77 E 01	2.30 E-02
1.50 E-01	8.74 E-01	3.36 E 01	2.60 E-02
1.60 E-01	8.82 E-01	3.01 E 01	2.93 E-02
1.70 E-01	8.89 E-01	2.72 E 01	3.27 E-02
1.80 E-01	8.95 E-01	2.47 E 01	3.63 E-02
1.90 E-01	9.00 E-01	2.25 E 01	3.99 E-02
2.00 E-01	9.04 E-01	2.07 E 01	4.38 E-02
2.10 E-01	9.08 E-01	1.90 E 01	4.77 E-02
2.20 E-01	9.11 E-01	1.76 E 01	5.18 E-02
2.30 E-01	9.13 E-01	1.63 E 01	5.60 E-02
2.40 E-01	9.15 E-01	1.52 E 01	6.04 E-02
2.50 E-01	9.17 E-01	1.41 E 01	6.50 E-02
2.60 E-01	9.17 E-01	1.32 E 01	6.94 E-02
2.70 E-01	9.17 E-01	1.24 E 01	7.40 E-02
2.80 E-01	9.18 E-01	1.16 E 01	7.89 E-02
2.90 E-01	9.18 E-01	1.10 E 01	8.39 E-02
3.00 E-01	9.18 E-01	1.03 E 01	8.88 E-02
3.10 E-01	9.17 E-01	9.77 E 00	9.39 E-02
3.20 E-01	9.16 E-01	9.25 E 00	9.90 E-02
3.30 E-01	9.15 E-01	8.77 E 00	1.04 E-01
3.40 E-01	9.14 E-01	8.32 E 00	1.10 E-01
3.50 E-01	9.12 E-01	7.92 E 00	1.15 E-01
3.60 E-01	9.10 E-01	7.54 E 00	1.21 E-01
3.70 E-01	9.08 E-01	7.18 E 00	1.26 E-01
3.80 E-01	9.06 E-01	6.85 E 00	1.32 E-01
3.90 E-01	9.03 E-01	6.55 E 00	1.38 E-01
4.00 E-01	9.01 E-01	6.26 E 00	1.44 E-01
4.10 E-01	8.98 E-01	6.00 E 00	1.50 E-01
4.20 E-01	8.96 E-01	5.75 E 00	1.56 E-01
4.30 E-01	8.93 E-01	5.51 E 00	1.62 E-01
4.40 E-01	8.91 E-01	5.29 E 00	1.69 E-01
4.50 E-01	8.88 E-01	5.08 E 00	1.75 E-01
4.60 E-01	8.85 E-01	4.89 E 00	1.82 E-01

續表 1

x	$F(x)$	$K(x)$	$S(x)$
4.70 *E*-01	8.82 *E*-01	4.70 *E* 00	1.88 *E*-01
4.80 *E*-01	8.78 *E*-01	4.53 *E* 00	1.94 *E*-01
4.90 *E*-01	8.75 *E*-01	4.36 *E* 00	2.01 *E*-01
5.00 *E*-01	8.72 *E*-01	4.21 *E* 00	2.07 *E*-01
5.20 *E*-01	8.64 *E*-01	3.92 *E* 00	2.21 *E*-01
5.40 *E*-01	8.55 *E*-01	3.66 *E* 00	2.34 *E*-01
5.60 *E*-01	8.48 *E*-01	3.42 *E* 00	2.48 *E*-01
5.80 *E*-01	8.40 *E*-01	3.21 *E* 00	2.62 *E*-01
6.00 *E*-01	8.32 *E*-01	3.01 *E* 00	2.77 *E*-01
6.20 *E*-01	8.23 *E*-01	2.83 *E* 00	2.91 *E*-01
6.40 *E*-01	8.14 *E*-01	2.67 *E* 00	3.05 *E*-01
6.60 *E*-01	8.05 *E*-01	2.52 *E* 00	3.19 *E*-01
6.80 *E*-01	7.97 *E*-01	2.38 *E* 00	3.36 *E*-10
7.00 *E*-01	7.88 *E*-01	2.25 *E* 00	3.51 *E*-01
7.20 *E*-01	7.79 *E*-01	2.13 *E* 00	3.66 *E*-01
7.40 *E*-01	7.70 *E*-01	2.02 *E* 00	3.82 *E*-01
7.60 *E*-01	7.60 *E*-01	1.92 *E* 00	3.96 *E*-01
7.80 *E*-01	7.51 *E*-01	1.82 *E* 00	4.13 *E*-01
8.00 *E*-01	7.42 *E*-01	1.73 *E* 00	4.29 *E*-01
8.20 *E*-01	7.32 *E*-01	1.65 *E* 00	4.44 *E*-01
8.40 *E*-01	7.22 *E*-01	1.57 *E* 00	4.60 *E*-01
8.60 *E*-01	7.13 *E*-01	1.50 *E* 00	4.75 *E*-01
8.80 *E*-01	7.04 *E*-01	1.43 *E* 00	4.92 *E*-01
9.00 *E*-01	6.94 *E*-01	1.37 *E* 00	5.07 *E*-01
9.20 *E*-01	6.85 *E*-01	1.31 *E* 00	5.23 *E*-01
9.40 *E*-01	6.77 *E*-01	1.25 *E* 00	5.42 *E*-01
9.60 *E*-01	6.69 *E*-01	1.20 *E* 00	5.58 *E*-01
9.80 *E*-01	6.63 *E*-01	1.15 *E* 00	5.77 *E*-01
1.00 *E* 00	6.55 *E*-01	1.10 *E* 00	5.95 *E*-01
1.05 *E* 00	6.31 *E*-01	9.89 *E*-01	6.38 *E*-01
1.10 *E* 00	6.10 *E*-01	8.94 *E*-01	6.82 *E*-01
1.15 *E* 00	5.87 *E*-01	8.11 *E*-01	7.24 *E*-01
1.20 *E* 00	5.66 *E*-01	7.37 *E*-01	7.68 *E*-01

续表 1

x	$F(x)$	$K(x)$	$S(x)$
1.25 E 00	5.46 E-01	6.71 E-01	8.14 E-01
1.30 E 00	5.24 E-01	6.13 E-01	8.55 E-01
1.35 E 00	5.07 E-01	5.61 E-01	9.04 E-01
1.40 E 00	4.86 E-01	5.14 E-01	9.46 E-01
1.45 E 00	4.67 E-01	4.72 E-01	9.89 E-01
1.50 E 00	4.46 E-01	4.34 E-01	1.03 E 00
1.55 E 00	4.30 E-01	4.00 E-01	1.08 E 00
1.60 E 00	4.14 E-01	3.68 E-01	1.13 E 00
1.65 E 00	3.99 E-01	3.40 E-01	1.17 E 00
1.70 E 00	3.85 E-01	3.14 E-01	1.22 E 00
1.75 E 00	3.68 E-01	2.91 E-01	1.26 E 00
1.80 E 00	3.54 E-01	2.69 E-01	1.32 E 00
1.85 E 00	3.40 E-01	2.50 E-01	1.36 E 00
1.90 E 00	3.29 E-01	2.32 E-01	1.42 E 00
1.95 E 00	3.15 E-01	2.15 E-01	1.47 E 00
2.00 E 00	3.01 E-01	2.00 E-01	1.51 E 00
2.10 E 00	2.73 E-01	1.73 E-01	1.58 E 00
2.20 E 00	2.54 E-01	1.50 E-01	1.69 E 00
2.30 E 00	2.35 E-01	1.31 E-01	1.80 E 00
2.40 E 00	2.17 E-01	1.14 E-01	1.90 E 00
2.50 E 00	2.00 E-01	9.94 E-02	2.01 E 00
2.60 E 00	1.84 E-01	8.70 E-02	2.11 E 00
2.70 E 00	1.68 E-01	7.63 E-02	2.20 E 00
2.80 E 00	1.53 E-01	6.69 E-02	2.29 E 00
2.90 E 00	1.41 E-01	5.88 E-02	2.39 E 00
3.00 E 00	1.30 E-01	5.18 E-02	2.51 E 00
3.10 E 00	1.19 E-01	4.56 E-02	2.61 E 00
3.20 E 00	1.08 E-01	4.02 E-02	2.69 E 00
3.30 E 00	9.98 E-02	3.55 E-02	2.81 E 00
3.40 E 00	9.23 E-02	3.14 E-02	2.94 E 00
3.50 E 00	8.45 E-02	2.78 E-02	3.04 E 00
3.60 E 00	7.76 E-02	2.46 E-02	3.15 E 00
3.70 E 00	7.12 E-02	2.18 E-02	3.27 E 00

續表 1

x	$F(x)$	$K(x)$	$S(x)$
3.80 E 00	6.52 E-02	1.93 E-02	3.38 E 00
3.90 E 00	5.96 E-02	1.71 E-02	3.49 E 00
4.00 E 00	5.41 E-02	1.52 E-02	3.56 E 00
4.10 E 00	5.00 E-02	1.35 E-02	3.70 E 00
4.20 E 00	4.59 E-02	1.20 E-02	3.83 E 00
4.30 E 00	4.19 E-02	1.07 E-02	3.92 E 00
4.40 E 00	3.79 E-02	9.50 E-03	3.99 E 00
4.50 E 00	3.39 E-02	8.46 E-03	4.01 E 00
4.60 E 00	3.15 E-02	7.53 E-03	4.18 E 00
4.70 E 00	2.81 E-02	6.71 E-03	4.19 E 00
4.80 E 00	2.62 E-02	5.98 E-03	4.38 E 00
4.90 E 00	2.34 E-02	5.33 E-03	4.40 E 00
5.00 E 00	2.14 E-02	4.75 E-03	4.50 E 00
5.25 E 00	1.70 E-02	3.58 E-03	4.75 E 00
5.50 E 00	1.35 E-02	2.70 E-03	5.00 E 00
5.75 E 00	1.07 E-02	2.04 E-03	5.25 E 00
6.00 E 00	8.45 E-03	1.54 E-03	5.49 E 00
6.25 E 00	6.64 E-03	1.17 E-03	5.68 E 00
6.50 E 00	5.26 E-03	8.86 E-04	5.94 E 00
6.75 E 00	4.16 E-03	6.73 E-04	6.18 E 00
7.00 E 00	3.29 E-03	5.11 E-04	6.44 E 00
7.25 E 00	2.60 E-03	3.89 E-04	6.68 E 00
7.50 E 00	2.06 E-03	2.97 E-04	6.94 E 00
7.75 E 00	1.63 E-03	2.26 E-04	7.21 E 00
8.00 E 00	1.28 E-03	1.73 E-04	7.40 E 00
8.25 E 00	1.03 E-03	1.32 E-04	7.80 E 00
8.50 E 00	8.00 E-04	1.01 E-04	7.92 E 00
8.75 E 00	6.31 E-04	7.70 E-05	8.19 E 00
9.00 E 00	4.98 E-04	5.89 E-05	8.46 E 00
9.25 E 00	3.92 E-04	4.51 E-05	8.69 E 00
9.50 E 00	3.09 E-04	3.45 E-05	8.96 E 00
9.75 E 00	2.44 E-04	2.65 E-05	9.22 E 00
1.00 E 01	1.92 E-04	2.03 E-05	9.46 E 00

续表 1

x	$F(x)$	$K(x)$	$S(x)$
1.20 E 01	2.82 E-05	2.46 E-06	1.15 E 01
1.40 E 01	4.09 E-06	3.04 E-07	1.85 E 01
1.60 E 01	5.89 E-07	3.81 E-08	1.55 E 01
1.80 E 01	8.42 E-08	4.82 E-09	1.75 E 01
2.00 E 01	1.20 E-08	6.14 E-10	1.95 E 01
2.50 E 01	8.96 E-11	3.66 E-12	2.45 E 01
3.00 E 01	6.58 E-13	2.23 E-14	2.95 E 01
4.00 E 01	3.43 E-17	8.69 E-19	3.95 E 01
5.00 E 01	1.74 E-21	3.51 E-23	4.95 E 01

表 2

函数:

$$J(\tau_m, x) = \frac{S(x)}{S(0.29)} \left[1 - e^{-\tau_m [K(x)/K(0.29)]}\right]$$

x	τ_m				
	0.01	0.1	1	10	100
1.00 E-04	1.79 E-05	1.79 E-06	1.79 E-07	1.79 E-08	1.79 E-09
2.00 E-04	7.14 E-05	7.14 E-06	7.14 E-07	7.14 E-08	7.14 E-09
5.00 E-04	4.45 E-04	4.45 E-05	4.45 E-06	4.45 E-07	4.45 E-08
1.00 E-03	1.78 E-03	1.78 E-04	1.78 E-05	1.78 E-06	1.78 E-07
2.00 E-03	7.06 E-03	7.06 E-04	7.06 E-05	7.06 E-06	7.06 E-07
5.00 E-03	4.36 E-02	4.36 E-03	4.36 E-04	4.36 E-05	4.36 E-06
1.00 E-02	1.62 E-01	1.72 E-02	1.72 E-03	1.72 E-04	1.72 E-05
2.00 E-02	3.95 E-01	6.72 E-02	6.72 E-03	6.72 E-04	6.72 E-05
5.00 E-02	6.97 E-01	3.40 E-01	3.99 E-02	3.99 E-03	3.99 E-04
1.00 E-01	8.66 E-01	6.69 E-01	1.47 E-01	1.48 E-02	1.48 E-03
1.50 E-01	9.39 E-01	8.21 E-01	2.97 E-01	3.11 E-02	3.11 E-03
2.00 E-01	9.75 E-01	8.97 E-01	4.43 E-01	5.22 E-02	5.22 E-03
2.50 E-01	9.91 E-01	9.36 E-01	5.61 E-01	7.74 E-02	7.74 E-03
3.00 E-01	1.00 E 00	9.54 E-01	6.47 E-01	1.06 E-01	1.06 E-02
3.50 E-01	9.94 E-01	9.59 E-01	7.08 E-01	1.38 E-01	1.38 E-02
4.00 E-01	9.83 E-01	9.55 E-01	7.49 E-01	1.71 E-01	1.72 E-02
4.50 E-01	9.67 E-01	9.45 E-01	7.74 E-01	2.07 E-01	2.09 E-02
5.00 E-01	9.49 E-01	9.31 E-01	7.88 E-01	2.42 E-01	2.47 E-02
6.00 E-01	9.06 E-01	8.94 E-01	7.92 E-01	3.09 E-01	3.30 E-02
7.00 E-01	8.55 E-01	8.50 E-01	7.76 E-01	3.65 E-01	4.19 E-02
8.00 E-01	8.09 E-01	8.03 E-01	7.48 E-01	4.06 E-01	5.12 E-02
9.00 E-01	7.59 E-01	7.55 E-01	7.14 E-01	4.34 E-01	6.09 E-02
1.00 E 00	7.10 E-01	7.07 E-01	6.76 E-01	4.49 E-01	7.09 E-02
1.25 E 00	5.94 E-01	5.94 E-01	5.76 E-01	4.44 E-01	9.68 E-02
1.50 E 00	4.91 E-01	4.91 E-01	4.82 E-01	4.06 E-01	1.22 E-01
1.75 E 00	4.03 E-01	4.03 E-01	3.98 E-01	3.54 E-01	1.41 E-01
2.00 E 00	3.29 E-01	3.29 E-01	3.26 E-01	3.01 E-01	1.51 E-01
2.50 E 00	2.16 E-01	2.16 E-01	2.16 E-01	2.07 E-01	1.42 E-01

續表 2

x	τ_m				
	0.01	0.1	1	10	100
3.00 *E* 00	1.40 *E*-01	1.40 *E*-01	1.40 *E*-01	1.37 *E*-01	1.12 *E*-01
3.50 *E* 00	9.02 *E*-02	9.02 *E*-02	9.02 *E*-02	8.90 *E*-02	7.97 *E*-02
4.00 *E* 00	5.77 *E*-02	5.77 *E*-02	5.77 *E*-02	5.73 *E*-02	5.39 *E*-02
4.50 *E* 00	3.67 *E*-02	3.67 *E*-02	3.67 *E*-02	3.67 *E*-02	3.53 *E*-02
5.00 *E* 00	2.33 *E*-02	2.33 *E*-02	2.33 *E*-02	2.33 *E*-02	2.28 *E*-02
6.25 *E* 00	7.31 *E*-03	7.31 *E*-03	7.31 *E*-03	7.31 *E*-03	7.27 *E*-03
7.50 *E* 00	2.26 *E*-03	2.26 *E*-03	2.26 *E*-03	2.26 *E*-03	2.26 *E*-03
8.75 *E* 00	6.92 *E*-04	6.92 *E*-04	6.92 *E*-04	6.92 *E*-04	6.92 *E*-04
1.00 *E* 01	2.09 *E*-04	2.09 *E*-04	2.09 *E*-04	2.09 *E*-04	2.09 *E*-04
1.20 *E* 01	3.07 *E*-05	3.07 *E*-05	3.07 *E*-05	3.07 *E*-05	3.07 *E*-05
1.40 *E* 01	4.46 *E*-06	4.46 *E*-06	4.46 *E*-06	4.46 *E*-06	4.56 *E*-06
1.60 *E* 01	6.41 *E*-07	6.41 *E*-07	6.41 *E*-07	6.41 *E*-07	6.41 *E*-07
1.80 *E* 01	9.17 *E*-08	9.17 *E*-08	9.17 *E*-08	9.17 *E*-08	9.17 *E*-08
2.00 *E* 01	1.30 *E*-08	1.30 *E*-08	1.30 *E*-08	1.30 *E*-08	1.30 *E*-08
2.50 *E* 01	9.75 *E*-11	9.75 *E*-11	9.75 *E*-11	9.75 *E*-11	9.75 *E*-11
3.00 *E* 01	7.17 *E*-13	7.17 *E*-13	7.17 *E*-13	7.17 *E*-13	7.17 *E*-13
4.00 *E* 01	3.73 *E*-17	3.73 *E*-17	3.73 *E*-17	3.73 *E*-17	3.73 *E*-17
5.00 *E* 01	1.89 *E*-21	1.89 *E*-21	1.89 *E*-21	1.89 *E*-21	1.89 *E*-21

表 3

函数: $J(z, \gamma) = z^{5/2}[1 - \exp(-z^{-(\gamma+4)/2})]$

z	γ = 1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0	5.5	6.0
1.0 E-02	1.00 E-05	1.00 E-05	1.00 E-05	1.00 E-05	1.00 E-05	1.00 E-05	1.00 E-05	1.00 E-05	1.00 E-05	1.00 E-05	1.00 E-05
1.0 E-01	3.16 E-03	3.16 E-03	3.16 E-03	3.16 E-03	3.16 E-03	3.16 E-03	3.16 E-03	3.16 E-03	3.16 E-03	3.16 E-03	3.16 E 03
2.0 E-01	1.79 E-02	1.79 E-02	1.79 E-02	1.79 E-02	1.79 E-02	1.79 E-02	1.79 E-02	1.79 E-02	1.79 E-02	1.79 E-02	1.79 E-02
5.0 E-01	1.76 E-01	1.77 E-01	1.77 E-01	1.77 E-01	1.77 E-01	1.77 E-01	1.77 E-01	1.77 E-01	1.77 E-01	1.77 E-01	1.77 E-01
7.0 E-01	3.74 E-01	3.81 E-01	3.88 E-01	3.93 E-01	3.97 E-01	4.01 E-01	4.04 E-01	4.06 E-01	4.07 E-01	4.08 E-01	4.09 E-01
8.0 E-01	4.73 E-01	4.82 E-01	4.91 E-01	5.00 E-01	5.08 E-01	5.16 E-01	5.23 E-01	5.79 E-01	5.35 E-01	5.40 E-01	5.45 E-01
9.0 E-01	5.59 E-01	5.66 E-01	5.74 E-01	5.81 E-01	5.87 E-01	5.94 E-01	6.01 E-01	6.08 E-01	6.14 E-01	6.21 E-01	6.27 E-01
1.0 E 00	6.32 E-01	6.32 E-01	6.32 E-01	6.32 E-01	6.32 E-01	6.32 E-01	6.32 E-01	6.32 E-01	6.32 E-01	6.32 E-01	6.32 E-01
1.2 E 00	7.41 E-01	7.17 E-01	6.93 E-01	6.70 E-01	6.47 E-01	6.25 E-01	6.04 E-01	5.82 E-01	5.62 E-01	5.42 E-01	5.22 E-01
1.5 E 00	8.39 E-01	7.70 E-01	7.07 E-01	6.46 E-01	5.92 E-01	5.41 E-01	4.94 E-01	4.50 E-01	4.10 E-01	3.74 E-01	3.40 E-01
1.7 E 00	8.78 E-01	7.81 E-01	6.94 E-01	6.15 E-01	5.45 E-01	4.81 E-01	4.25 E-01	3.75 E-01	3.31 E-01	2.91 E-01	2.56 E-01
2.0 E 00	9.17 E-01	7.81 E-01	6.65 E-01	5.64 E-01	4.79 E-01	4.05 E-01	3.43 E-01	2.90 E-01	2.45 E-01	2.06 E-01	1.74 E-01
3.0 E 00	9.69 E-01	7.42 E-01	5.67 E-01	4.33 E-01	3.30 E-01	2.51 E-01	1.91 E-01	1.46 E-01	1.11 E-01	8.42 E-02	6.40 E-02
5.0 E 00	9.91 E-01	6.65 E-01	4.45 E-01	2.98 E-01	2.00 E-01	1.34 E-01	8.94 E-02	5.98 E-02	4.00 E-02	2.67 E-02	1.79 E-02
7.0 E 00	9.96 E-01	6.13 E-01	3.77 E-01	2.32 E-01	1.43 E-01	8.78 E-02	5.40 E-02	3.32 E-02	2.04 E-02	1.25 E-02	7.71 E-03
1.0 E 01	9.98 E-01	5.62 E-01	3.16 E-01	1.78 E-01	1.00 E-01	5.62 E-02	3.16 E-02	1.78 E-02	1.00 E-02	5.62 E-03	3.16 E-03
1.0 E 02	1.00 E 00	3.16 E-01	1.00 E-01	3.16 E-02	1.00 E-02	3.16 E-03	1.00 E-03	3.16 E-04	1.00 E-04	3.16 E-05	1.00 E-05
1.0 E 03	1.00 E 00	1.78 E-01	3.16 E-02	5.62 E-03	1.00 E-03	1.78 E-04	3.16 E-05	5.62 E-06	1.00 E-06	1.78 E-07	3.16 E-08

表 4

函数:

$$I(x_m)=\frac{1}{x_m}\int_0^{\infty} z^4 \exp(-z)F(x_m/z^2)dz$$

x_m	$I(x_m)$	x_m	$I(x_m)$
1 E-06	2.56 E 04	1 E-01	1.04 E 01
2 E-06	1.61 E 04	2 E-01	6.10 E 00
5 E-06	8.75 E 03	5 E-01	2.86 E 00
1 E-05	5.51 E 03	1 E 00	1.52 E 00
2 E-05	3.47 E 03	2 E 00	7.48 E-01
5 E-05	1.88 E 03	5 E 00	2.50 E-01
1 E-04	1.19 E 03	1 E 01	9.24 E-02
2 E-04	7.47 E 02	2 E 01	2.81 E-02
5 E-04	4.05 E 02	5 E 01	3.90 E-03
1 E-03	2.54 E 02	1 E 02	5.85 E-04
2 E-03	1.60 E 02	2 E 02	5.59 E-05
5 E-03	8.58 E 01	5 E 02	9.98 E-07
1 E-02	5.34 E 01	1 E 03	1.92 E-08
2 E-02	3.31 E 01	2 E 03	1.35 E-10
5 E-02	1.73 E 01	5 E 03	2.64 E-14

表 5

函数:

$$G(x) = xK_{1/3}(x)$$
$$\Pi(x) = G(x)/F(x)$$

x	$G(x)$	$\Pi(x)$
0.001	0.107	0.502
0.005	0.184	0.514
0.010	0.231	0.519
0.025	0.312	0.535
0.050	0.388	0.553
0.100	0.475	0.581
0.200	0.560	0.619
0.300	0.596	0.649
0.400	0.607	0.674
0.500	0.603	0.692
0.800	0.547	0.737
1.000	0.494	0.754
1.400	0.386	0.794
1.800	0.290	0.819
2.000	0.250	0.831
2.500	0.168	0.840
3.000	0.111	0.854
3.500	0.0726	0.859
4.000	0.0470	0.869
5.000	0.0192	0.897
6.000	0.00772	0.914
7.000	0.00306	0.930
8.000	0.00120	0.938
9.000	0.000469	0.942
10.000	0.000182	0.948

表 6

常数 c_1, c_2, c_3, c_4 和 c_7

常数	厘米、克、秒单位
$c_1 = \frac{3e}{4\pi m^3 c^5}$	$= 6.27\ E\ 18$
$c_2 = \frac{2e^4}{3m^4 c^7}$	$= 2.37\ E\text{-}03$
$c_3 = \frac{\sqrt{3}\, e^3}{4\pi m c^2}$	$= 1.87\ E\text{-}23$
$c_4 = c_1^{3/2} c_3 c^2$	$= 2.63\ E\ 26$
$c_7 = \frac{c_1}{c_2^2}$	$= 1.12\ E\ 24$

表 7

函数:

$$c_5=\frac{\sqrt{3}}{16\pi}\frac{e^3}{mc^2}\left(\frac{\gamma+7/3}{\gamma+1}\right)\Gamma\left(\frac{3\gamma-1}{12}\right)\Gamma\left(\frac{3\gamma+7}{12}\right)$$

$$c_6=\frac{\sqrt{3}\,\pi}{72}\,em^5c^{10}\left(\gamma+\frac{10}{3}\right)\Gamma\left(\frac{3\gamma+2}{12}\right)\Gamma\left(\frac{3\gamma+10}{12}\right)$$

$$c_8=\int_0^\infty x^{(\gamma-3)/2}F(x)dx$$

$$c_9=\int_0^{\pi/2}(\sin\theta)^{(\gamma+3)/2}d\theta=\frac{\sqrt{\pi}}{2}\frac{\Gamma\left(\frac{\gamma+5}{4}\right)}{\Gamma\left(\frac{\gamma+7}{4}\right)}$$

$$c_{10}=\int_0^\infty x^{(2/3)(\gamma-1)}F(x)dx$$

$$c_{11}=\int_0^1(1-x^{3/2})^{\gamma-2}x^{(\gamma+3)/2}dx$$

$$c_{14}=\frac{1}{4}\sqrt{\frac{6}{\pi}}\left(\frac{e}{m^3c}\right)^{1/2}\frac{(\gamma+1)(3\gamma+10)}{(3\gamma+7)}\frac{\Gamma\left(\frac{3\gamma+2}{12}\right)\Gamma\left(\frac{3\gamma+10}{12}\right)}{\Gamma\left(\frac{3\gamma-1}{12}\right)\Gamma\left(\frac{3\gamma+7}{12}\right)}$$

γ	c_5	c_6	c_8	c_9	c_{10}	c_{11}	c_{14}
0.5	2.66 E-22	1.62 E-40		0.826	19.0	12.8	3.38 E 29
1.0	4.88 E-23	1.18 E-40		0.785	20.2	2.80	1.33 E 30
1.5	2.26 E-23	9.69 E-41		0.750	22.7	0.775	2.38 E 30
2.0	1.37 E-23	8.61 E-41	2.08	0.719	26.7	0.286	3.48 E 30
2.5	9.68 E-24	8.10 E-41	1.75	0.691	33.1	0.131	4.65 E 30
3.0	7.52 E-24	7.97 E-41	1.61	0.667	42.8	0.0682	5.89 E 30
3.5	6.29 E-24	8.16 E-41	1.61	0.645	57.4	0.0381	7.22 E 30
4.0	5.56 E-24	8.55 E-41	1.69	0.624	80.6	0.0222	8.51 E 30
4.5	5.16 E-24	9.24 E-41	1.87	0.606	116	0.0134	9.94 E 30
5.0	4.98 E-24	1.03 E-40	2.14	0.589	172	0.00820	1.14 E 31
5.5	4.97 E-24	1.16 E-40	2.55	0.574	262	0.00511	1.30 E 31
6.0	5.11 E-24	1.34 E-40	3.12	0.559	408	0.00323	1.45 E 31

表 8

函数：†

$$c_{12}=c_2^{-1}c^{1/2}\frac{2\alpha-2}{2\alpha-1}\cdot\frac{\nu_1^{(1-2\alpha)/2}-\nu_2^{(1-2\alpha)/2}}{\nu_1^{1-\alpha}-\nu_2^{1-\alpha}}$$

$$c_{13}=0.921\cdot c_{12}^{4/7}$$

对于 $\nu_1=10^7$ 赫以及 $\nu_2=10^{10}$ 和 10^{11} 赫

α	$\nu_2=10^{10}$ 赫		$\nu_2=10^{11}$ 赫	
	c_{12}	c_{13}	c_{12}	c_{13}
0.2	2.5 *E* 07	1.6 *E* 04	8.3 *E* 06	8.3 *E* 03
0.3	2.8 *E* 07	1.7 *E* 04	9.8 *E* 06	9.1 *E* 03
0.4	3.2 *E* 07	1.8 *E* 04	1.2 *E* 07	1.0 *E* 04
0.5	3.7 *E* 07	2.0 *E* 04	1.6 *E* 07	1.2 *E* 04
0.6	4.5 *E* 07	2.2 *E* 04	2.0 *E* 07	1.4 *E* 04
0.7	5.4 *E* 07	2.5 *E* 04	2.8 *E* 07	1.7 *E* 04
0.8	6.5 *E* 07	2.7 *E* 04	3.9 *E* 07	2.0 *E* 04
0.9	7.8 *E* 07	3.0 *E* 04	5.4 *E* 07	2.4 *E* 04
1.0	9.3 *E* 07	3.3 *E* 04	7.1 *E* 07	2.8 *E* 04
1.1	1.1 *E* 08	3.6 *E* 04	9.3 *E* 07	3.3 *E* 04
1.2	1.3 *E* 08	4.0 *E* 04	1.1 *E* 08	3.7 *E* 04

† 对于 $\alpha=1/2$ 和 1，函数 c_{12} 和 c_{13} 有着从方程(7.4)和 (7.5) 的积分得到的近似公式所给出的值。——译者注

附 录 3

几个有用的諾模图

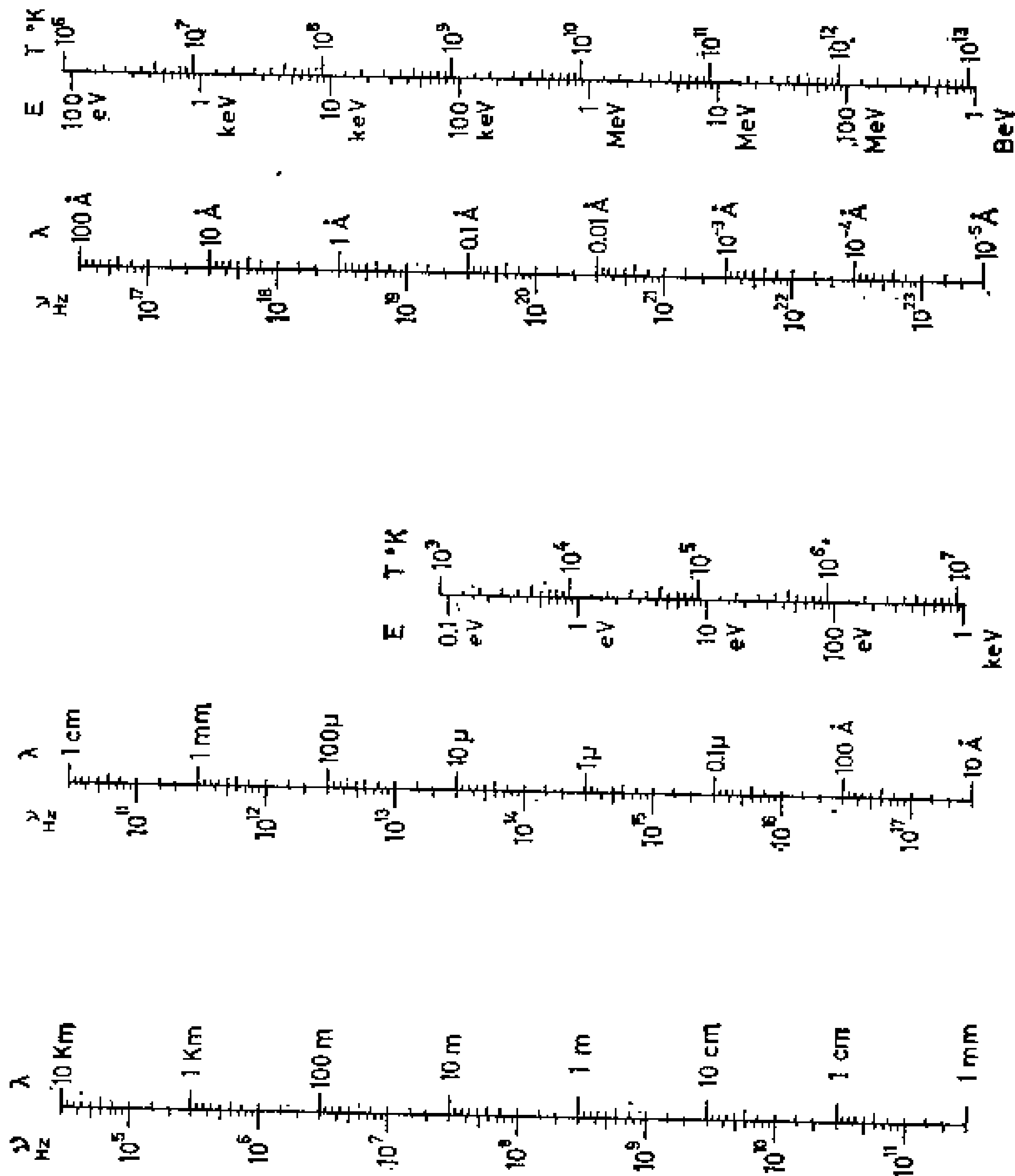


图 A.3 频率和波长的转换标尺。为光学波长以及更短的波段多画一个 $E=h\nu(eV)$ 和 $T=h\nu/k(°K)$ 的标尺。

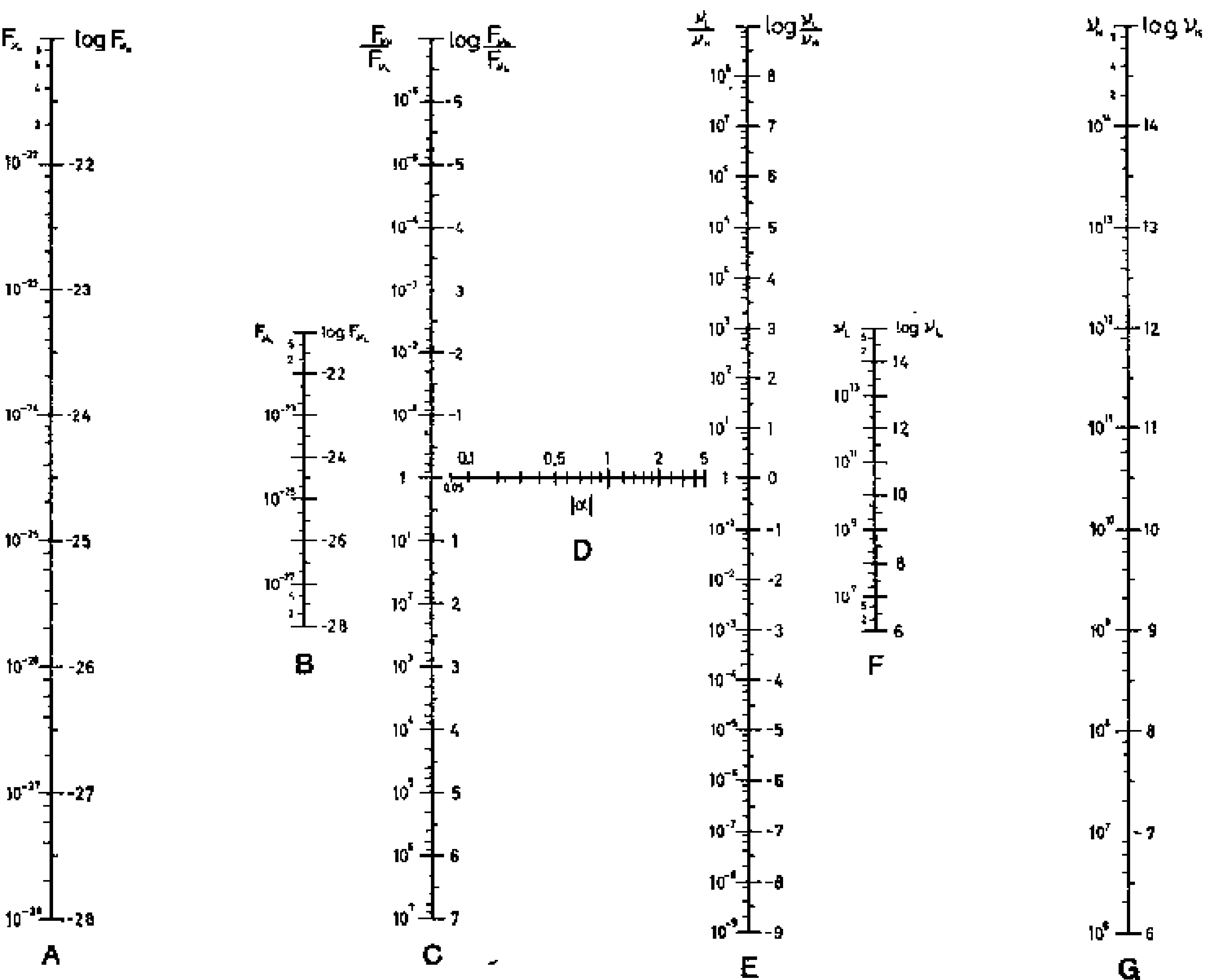


图 A.4　一个诺模图，表明在一个幂定律频谱射电源中两种频率的流量和谱指数 α 之间的关系。角标 H 和 L 分别表示所考虑的较高和较低的两个频率。要画三条直线：第一条连接 A、B 和 C 标尺上的点；第二条连接 C、D 和 E 标尺上的点；第三条连接 E、F 和 G 标尺上的点。

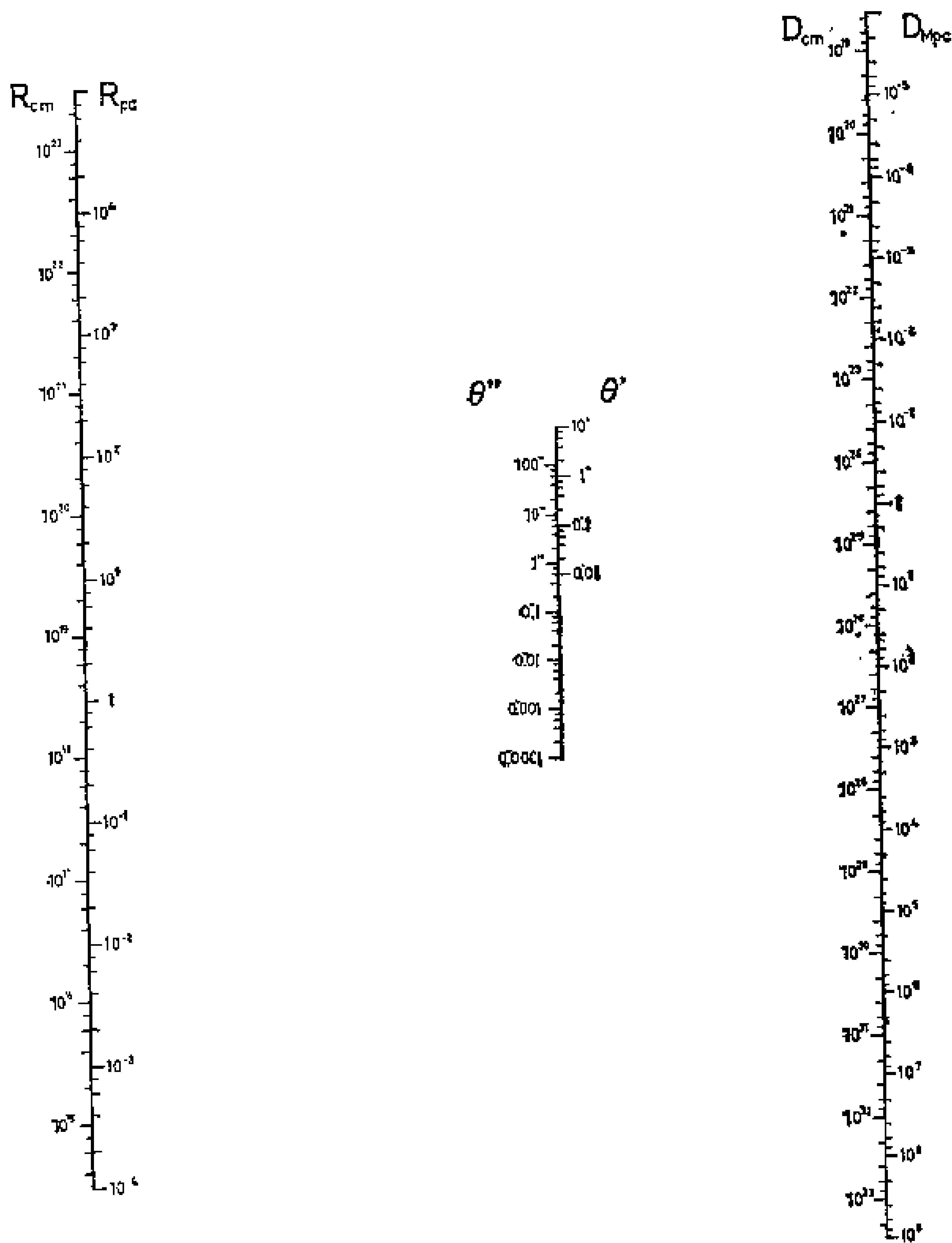


图 A.5 欧氏空间中距离为D的目标，角直径 θ 和线直径的变换的诺模图。用一条线连接三个标尺。

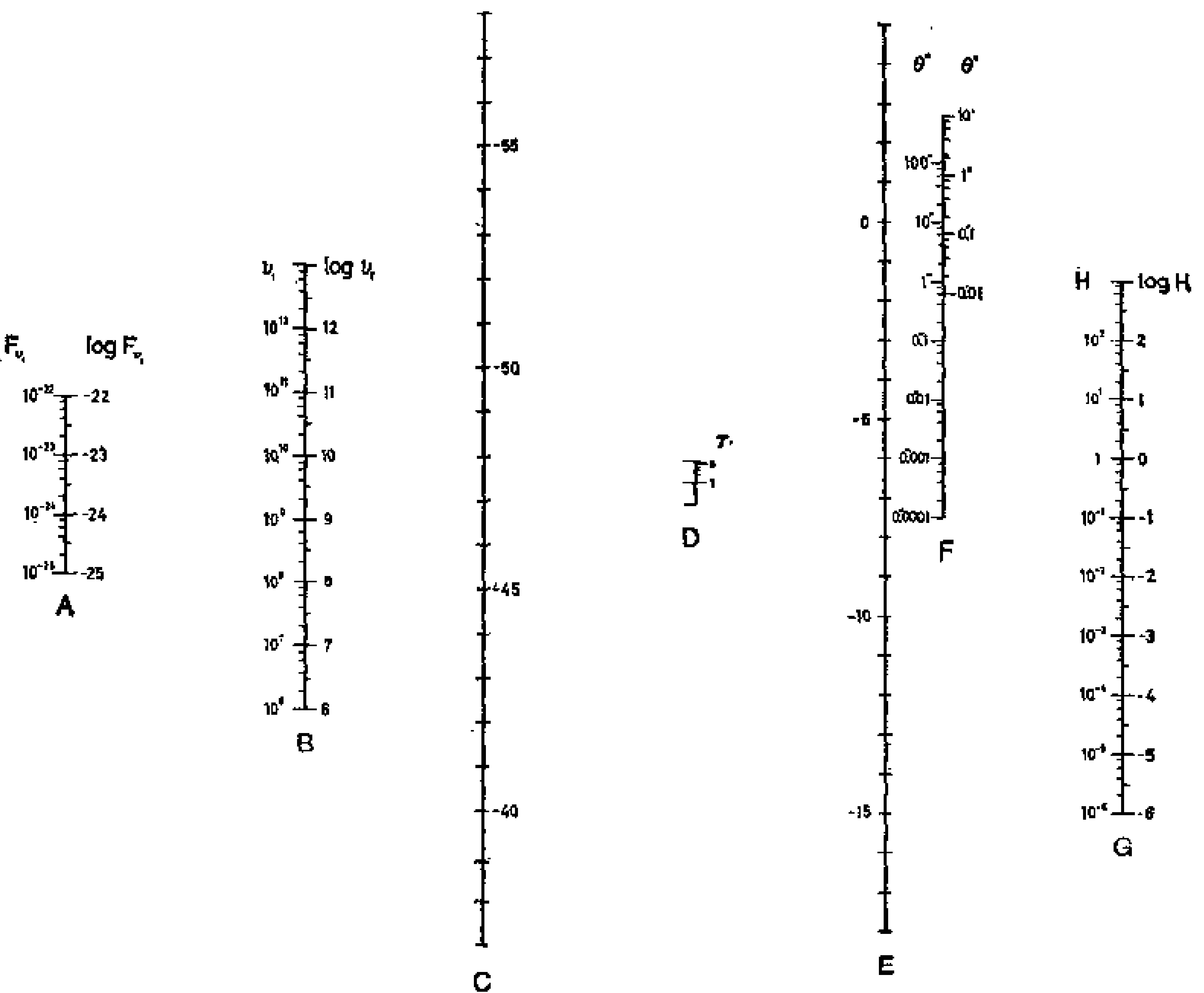


图 A.6 一个诺模图，表明(6.40)式给出的关系：源成为光学厚的频率上的流量 F_ν、磁场 H 以及源的角直径 θ 之间的关系。要画三条线：第一条连接 A、B 和 C 标尺；第二条连接 C、D 和 E 标尺；第三条连接 E、F 和 G 标尺。

附 录 4

分立射电源的各种星表

(一个文献目录)

A4.1 历史

在研究连续宇宙射电辐射时，Hey，Parsons 和 Phillips 发现了天鹅座中有一个变动的分立源，强度的相对变化约15%。

1. J. S. Hey, S. J. Parsons, and J. W. Phillips, "Fluctuations in Cosmic Radiation at Radio Frequencies," *Nature* **158**, 234 (1946).

Bolton 和 Stanley 用海岸干涉仪证实了这个发现。他们定出了天鹅座源的坐标，并把角直径的上限定为8′。他们在60，85，100及200兆赫上进行了观测；在200兆赫上没能测到变动成分。

2. J. G. Bolton and G. J. Stanley, "Variable Source of Radio-Frequency Radiation in the Constellation of Cygnus," *Nature* **161**, 312—313 (1948).

Ryle 和 Smith 也证实了这个发现。他们用基线为500米的双天线干涉仪在81.5兆赫上还发现了另一个源（在仙后座）。

3. M. Ryle and F. G. Smith, "A New Intense Source of Radio-Frequency Radiation in the Constellation of Cassiopeia," *Nature* **162**, 462—463 (1948).

Bolton 用海岸干涉仪测到了4个新的分立源，它们处在：

金牛座，后发座(坐标的精确测定把这个源改定在室女座)，武仙座和半人马座。其中三个源的位置由 Bolton 等人测出。

4. J. G. Bolton, "Discrete Sources of Galactic Radio-Frequency Noise," *Nature* **162**, 141—142 (1948).
5. J. G. Bolton, G. J. Stanley, and O. B. Slee, "Positions of Three Discrete Sources of Galactic Radio Frequency Radiation," *Nature* **164**, 101—102 (1949).

Stanley 和 Slee 发表了 18 个源(有 13 个是新的)的星表，其中包括了 CygA, TauA, VirA 及 CenA 的第一批频谱。

6. G. J. Stanley and O. B. Slee, "Galactic Radiation at Radio Frequencies, II. The Discrete Sources," *Australian J. Sci. Res.* **3A**, 234—250 (1950).

在文献 6 和下面两篇文章中讨论了用相隔某个距离的两个天线测量分立源强度变化的相关性，由此得到了强度起伏是由电离层引起的结论(这种起伏有着年周期，它们依赖于频率；在较高的频率上减小，而在 200 兆赫处消失。当源小于 2°时，起伏特别显著，而且在天线距离较短时互有相关)。

7. F. G. Smith, "Origin of the Fluctuations in the Intensity of Radio Waves from Galactic Sources——Cambridge Observations," *Nature* **165**, 422—423 (1950).
8. C. G. Little and A. C. B. Lovell, "Origin of the Fluctuations in the Intensity of Radio Waves from Galactic Sources——Jodrell Bank Observations," *Nature* **165**, 423—424 (1950).

Mills 在 1952 年的文章中列出了波长为 3 米的 77 个分立源。所用的仪器是由三具 24 个半波振子天线阵组成的干涉仪，彼此间东西向最大距离为 250 米。主瓣宽 40′，各瓣的间距为 3°。天区范围为 $+50° < \delta < -90°$。有三个源表现

为展源：船帆座，人马座和半人马座。半人马座源证认出为 NGC 5128。

9. B. Y. Mills, "The Distribution of Discrete Sources of Cosmic Radio Radiation," *Astralian J. Sci. Res.* **5A**, 266—287 (1952).

Brown 和 Hazard 用曼彻斯特（Manchester）大学 218 英尺固定反射面观测了赤纬 $+38°$ 和 $+68°$ 之间的 23 个源。观测在中天进行，波长 1.89 米，铅笔束宽 2°。最弱的源的流量为 5f.u.。

10. R. Hanbury Brown and C. Hazard, "A Survey of 23 Localized Radio Sources in the Northern Hemisphere," *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.* **113**, 123—133 (1953).

1954 年 Bolton 等人发表了 104 个分立源的星表。用海岸干涉仪在 100 兆赫观测。天区范围为 $+50° < \delta < -50°$，瓣宽为 1°。

11. J. G. Bolton, G. J. Stanley, and O. B. Slee, "Galactic Radiation at Radio Frequencies, VIII. Discrete Sources at 100 Mc/s Between Declinations $+50°$ and $-50°$," *Australian J. Phys.* **7**, 110—129 (1954).

俄亥俄（Ohio）州大学用波长 1.20 米(250 兆赫)由 48 个螺旋组成的天线对 207 个源进行了普查。主瓣在赤经方向为 $1^{\circ}.2$，赤纬方向为 17°。记录到的最弱的源流量小于 100 f. u.，流量测量误差对强源为 20%，对弱源为 100%。文献 11 中有 47 个源，文献 9 中有 27 个源位于俄亥俄普查范围之内，分别有 39 个和 11 个源与普查表中所列的相符。

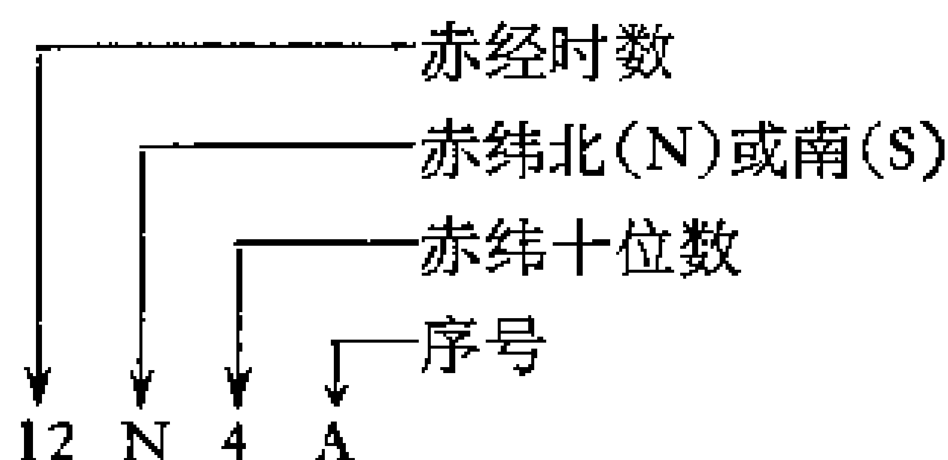
12. J. D. Kraus, H. C. Ko, and S. Matt, "Galactic and

Localized Source Observation at 250 Mc/s", *Astrophys. J.* **59**, 439—443 (1954).

用大致上在南北方向排列的30个固定半波振子，在频率18.3 兆赫（波长 16.4 米）观测了 $-12° < \delta < -52°$ 范围内的 37 个源(其中 23 个与文献 11 中的相符)。

13. C. A. Shain and C. S. Higgins, "Observations of the General Background and Discrete Sources of 18.3 Mc/s Cosmic Noise," *Australian J. Phys.* **7**, 130—149 (1954).

在国际天文协会(简称 IAU)的建议下，编纂了一个确切知道了的射电源的表。这个射电星表引用了一种新的编号方法，但是这种编号基本上已被第三个剑桥射电星表的方法所取代。以下为 IAU 射电源编号的示意：



14. J. L. Pawsey, "A Catalogue of Reliably Known Discrete Sources of Cosmic Radio Waves," *Astrophys. J.* **121**, 1—5 (1955).

Heeschen 用 440, 1200, 1400 及 8000 兆赫频率观测了 14 个源，并讨论了它们的频谱。

15. D. S. Heeschen, "Observations of Radio Sources at Four Frequencies," *Astrophys. J.* **133**, 322—334 (1961).

1964 年以前的流量测量编在一个列有 1292 个源的星表中，还包括了在此之前的射电源观测的大量文献。

16. W. E. Howard III and S. P. Maran, "The General Catalogue of Radio Sources," *Astrophys. J. Supplement* **10**, 1—330 (1965).

关于银河射电星表，见本书第六章文献。以下文章叙述了一些早期的和光学目标一致的射电源的证认工作。

17. W. Baade and R. Minkowski, "Identification of the Radio Sources in Cassiopeia, Cygnus A, and Puppis A," *Astrophys. J.* **119**, 206—214 (1954).

18. W. Baade and R. Minkowski, "On the Identification of Radio Sources," *Astrophys. J.* **119**, 215—231 (1954).

19. J. Basinski, B. J. Bok, and K. Gottlieb, "Optical Identification of Southern Radio Sources," *in* R. M. Bracewell, ed., *Paris Symposium on Radio Astronomy*, pp. 514—522, Stanford University Press, 1959.

20. J. A. Roberts, J. G. Bolton, and D. E. Harris, "Positions and Suggested Identifications for the Radio Sources Hydra A and Hercules A," *Publ. Astron. Soc. Pacific* **72**, 5—9 (1960).

21. B. Y. Mills, "On the Optical Indentifications of Extragalactic Radio Sources," *Australian J. Phys.* **13**, 550—577 (1960).

A4.2 剑桥（Cambridge）星表

1C 用 3.7 米波长固定中星仪式干涉仪测到的 50 个源列在第一个剑桥星表(1C)中。源依次编号。

22. M. Ryle, F. G. Smith, and B. Elsmore, "A Preliminary Survey of the Radio Stars in the Northern Hemisphere," *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.* **110**, 508—523 (1950).

2C 第二个剑桥射电星表(2C)在 1955 年发表。它包含了在 3.7 米波长观测到的 1936 个源。设备为，由放在一个长方形角上的四个同样天线构成的干涉仪。每个天线的接收瓣为，赤经方向 2°.0，赤纬方向 15°。源依次编号，并在号码前加 2C。

23. J. R. Shakeshaft, M. Ryle, J. E. Baldwin, B. Elsmore, and J. H. Thomson, "A Survey of Radio Sources Between Declinations −38° and +83°," *Mem. Roy. Astron. Soc.* **67**, 106—154 (1955).

后来发现，大部分 2C 源不是真实的源，而是混淆效应的结果，例如

24. C. Hazard and D. Walsh, "A Survey of the localized Radio Sources at a Frequency of 92 Mc/s," *Jodrell Bank Annals* **1**, 338—350 (1960).

3C 第二个剑桥星表被第三个剑桥星表(3C)所取代。3C 所用的设备类型和 2C 的一样，但频率为 159 兆赫。观测上用了三种方法制成了三种星表：第一，3C(a)，对角径 $< 7'$ 的源(天区范围为 $-10° < \delta \leqslant +55°$，每个单元的瓣宽为东西 1°.2，南北 7°.7，基线距离东西为 308λ，南北为 27λ)；第二，3C(b)，所用系统能测角径大到 1° 的源，也可能测出 2′ 至 10′ 的角径(范围为 $-25° \leqslant \delta \leqslant +60°$)；第三，3C(c)，记录小角径的源，范围为 $+52° \leqslant \delta \leqslant +70°$。总共观测了 471 个源。3C 星表主要是受混淆限制，而不是受噪音限制，极限流量为 8f.u.。在 3 个球面度的面积里，只有 75 个 2C 源得到了证实。3C 星表在 159 兆赫上流量大于 10f.u. 的源与 MSH 星表(文献 69 至 71)一般相符。源依次编号，并冠以 3C。

25. D. O. Edge, J. R. Shakeshaft, W. B. McAdam, J. E. Baldwin, and S. Archer, "A Survey of Radio

Sources at a Frequency of 159 Mc/s," *Mem. Roy. Astron. Soc.* **68**, 37—60 (1959).

3CR 第三个剑桥星表修订本(3CR)发表于1961年，列出了$\delta = -0.^\circ5$以北的(银河辐射脊附近区域除外)、角径从1′到1°极限流量分别大于大约9到40f.u.的全部点源。 3CR星表保留了3C的编号；3C星表中没有的源则用前一个3C源的编号再加一个点和一位数(例如，3C175.1)表示。后来有些文献里把3CR星表中的3C源用3C编号再加一个点和一个零字(例如，3C192.0)表示，而把没有包括在3CR星表中的3C源表为简单的3C编号(例如，3C193)。

26. A. S. Bennett, "The Revised 3C Catalogue of Radio Sources," *Mem. Roy. Astron. Soc.* **68**, 163—172 (1961).

这个星表根据了178兆赫的普查，用一个安放在东西方向上的1450 × 60英尺柱形抛物面，加上一个安放在南北轨道上的190 × 65英尺可动柱形抛物面所构成的干涉仪进行观测。天线距离为465λ (P. R. R. Leslie, Thesis, Cambridge University)。以下文章报导了从3C和3CR星表(有些也从其他星表)中选出的源的流量密度和方位的测量(并见第六章的文献)。

27. B. Elsmore, M. Ryle, and P. R. R. Leslie, "The Positions, Flux Densities and Angular Diameters of 64 Radio Sources Observed at a Frequency of 178 Mc/s," *Mem. Roy. Astron. Soc.* **68**, 61—67 (1959).

28. D. S. Heeschen and B. L. Meredith, "Observations of Discrete Sources at 10 cm and 40 cm Wavelengths," *Publ. Nat. Rad. Astron. Obs.* **1**, 121—128 (1961).

29. S. J. Goldstein, Jr., "Observation of Sixty Discrete

Sources at 1423 Mc," *Astron. J.* **67**, 171—175 (1962).

30. M. E. Clark, "The determination of the Positions of 88 Radio Sources," *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.* **127**, 405—411 (1964).
31. K. I. Kellermann, "Measurements of the Flux Density of Discrete Radio Sources at Decimeter Wavelengths," *Astron. J.* **69**, 205—215 (1964).
32. G. B. Sholomitsky, V. N. Kurilchik, L. M. Matveenko, and G. S. Khromov, "Observations of Some Weak Sources of Radio Radiation at the Wavelength of 32 cm," *Astron Zh.* **41**, 823—828 (1964).
33. R. G. Conway and M. Moran, "Observations of Discrete Radio Sources at Frequencies of 240 and 412 Mc/s," *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.* **127**, 377—385 (1964).
34. R. G. Conway, E. J. Daintree, and R. J. Long, "Observations of Radio Sources at 612 and 1400 Mc/s," *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.* **131**, 159—171 (1965).
35. N. W. Broten, B. F. C. Cooper, F. F. Gardner, H. C. Minnett, R. M. Price, F. G. Tonking, and D. E. Yabsley, "Some Observations at 6 cm Wavelength with the Australian 210-foot Radio Telescope," *Australian J. Phys.* **18**, 85—90 (1965).
36. K. I. Kellermann, "Measurements of the Flux Density of Discrete Radio Sources at 6 cm Wavelength," *Australian J. Phys.* **19**, 557—581 (1966).
37. D. Wills and E. A. Parker, "The Positions and Flux Densities of 74 Radio Sources from the 3C Catalogue," *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.*

131, 503—519 (1966). (Measurments made at 178 MHz.)

38. A. Maxwell and R. Rinehart, "Flux Densities of Radio Sources at 5 Gc/sec." *Astron. J.* **71**, 927—930 (1966).

39. V. C. Artiukh, V. V. Vitkevich, P. D. Dagkesamansky, and V. N. Kozhukhov, "Fluxes and Spectral Indices of Sources from the 3 C and 3 CR Catalogues Measured at the Frequency of 86 MHz," *Astron. Zh.* **45**, 712—725 (1968).

40. K. I. Kellermann, I. I. K. Pauliny-Toth, and P. S. J. Williams, "The Spectra of Radio Sources in the Revised 3 C Catalogue," *Astrophys. J.* **157**, 1—34 (1969).

以下文章报导了 3C 和 3CR 星表中源的赤经和赤纬的最近的测量。

41. E. B. Fomalont, T. A. Matthews, D. Morris, and J. D. Wyndham, "Accurate Right Ascensions for 226 Radio Sources," *Astron. J.* **69**, 772—784 (1964).

42. R. B. Read, "Accurate Measurements of the Declinations of Radio Sources," *Astrophys. J.* **138**, 1—29 (1963).

43. J. D. Wyndham and R. B. Read, "Futher Accurate Declinations of Radio Sources," *Astron. J.* **70**, 120—123 (1965).

44. E. B. Fomalont, J. D. Wyndham, and J. F. Bartlett, "Positions for 3 C Revised Radio Sources," *Astron. J.* **72**, 445—452 (1967).

45. C. M. Wade, B. G. Clark, and D. E. Hogg, "Accurate Radio Source Position Measurements

with the NRAO Interferometer," *Astrophys. J.* **142**, 406—409 (1965).

46. R. L. Adgie and H. Gent, "Positions of Radio Sources Determined by the Interferometer at the Royal Radar Establishment," *Nature* **209**, 549—551 (1966).

47. E. A. Parker, B. Elsmore, and J. R. Shakeshaft, "Positions of Radio Sources Measured with the One-Mile Radio Telescope," *Nature* **210**, 22—23 (1966).

以下各文叙述 3C 和 3CR 星表的源跟光学目标的证认。关于类星体的证认,见第七章文献 20 中的参考文献。

48. R. F. Griffin, "Positions of Optical Objects in the Fields of 42 Radio Sources," *Astron. J.* **68**, 421—428 (1963).

49. J. D. Wyndham, "A Search for Optical Objects Associated with 50 Radio Sources," *Astron. J.* **70**, 384—392 (1965).

50. P. Véron, "Optical Positions for Radio Sources in the 3 C Revised Catalogue," *Astrophys. J.* **144**, 861—865 (1966).

SRH 第一次用孔径综合法做的普查是用剑桥望远镜在 178 兆赫进行的。在赤经 20^h40^m 到 19^h15^m, 赤纬 $40°$ 到 $44°$ 的天区内,测到了 175 个源。在赤纬 $49.°5$ 到 $52°$ 中,列了 67 个源。极限流量为 2f.u.。

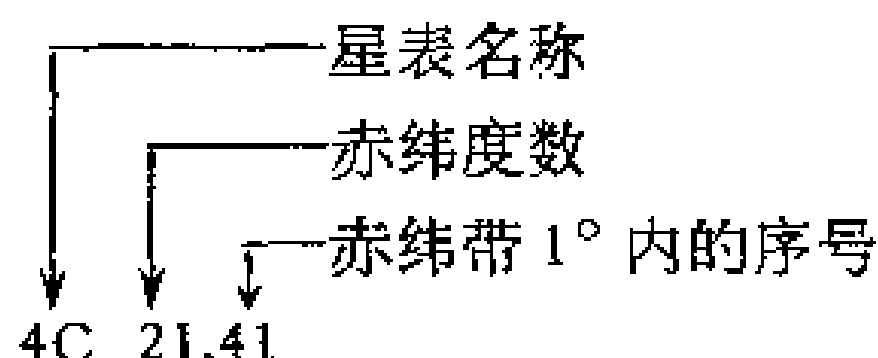
51. P. F. Scott, M. Ryle, and A. Hewish, "First Results of Radio Star Observations Using the Method of Aperture Synthesis," *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.* **122**, 95—111 (1961).

LHE 用剑桥四单元干涉仪在 408 兆赫进行了 559 个源

的普查。天区范围为赤纬 −10° 到 +13° 和 +27° 到 +61°，包括全部 2.5f.u. 以上的源，不过以下文中只列出了 3C 源。

52. R. J. Long, J. B. Haseler, and B. Elsmore, "A Survey of Radio Sources at 408 Mc/s," *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.* **125**, 313—324 (1963).

4C 第四个剑桥射电星表（4C）用剑桥干涉仪在 178 兆赫测量，包括了赤纬 −07° 和 80° 之间的天区，列出了 2f.u. 以上的 4843 个源。表按以下方式编号



这个星表由以下两篇文章组成：第一篇文章中列了1219 个源；第二篇，3624 个。

53. J. D. H. Pilkington and P. F. Scott, "A Survey of Radio Sources Between Declinations 20° and 40°," *Mem. Roy. Astron. Soc.* **69**, 183—224 (1965).

54. J. F. R. Cower, P. F. Scott, and D. Wills, "A Survey of Radio Sources in the Declination Ranges −07° to 20° and 40° to 80°," *Mem. Roy. Astron. Soc.* **71**, 49—144 (1967).

4C 源更精确的方位以及它与光学目标一致的证认，报导在以下论文中。

55. J. D. H. Pilkington, "Radio Sources and Rich Clusters of Galaxies," *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.* **128**, 103—111 (1964).

56. P. A. G. Scheuer and D. Wills, "Indetifications of Radio Sources with Haro Luyten Objects," *Astrophys. J.* **143**, 274—276 (1966).

57. D. Wills, "Radio Sources in Clusters of Galaxies," *Observatory* **86**, 140—145 (1966).

58. D. Wills, "4C Radio Sources and Blue Stellar Objects," *Observatory* **86**, 245—246 (1966).

59. J. L. Caswell and D. Wills, "Identifications of Radio Sources with Bright Galaxies," *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.* **135**, 231—242 (1967).

60. D. Wills, "Optical Identifications of Selected 4 C Radio Sources," *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.* **135**, 339—343 (1967).

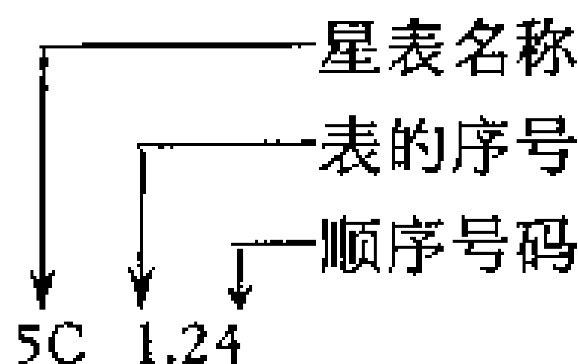
61. E. T. Olsen, "Accurate Positions of Selected 4 C Sources," *Astron. J.* **72**, 738—746 (1967).

关于在不同频率上测量 4C 源以及对它们频谱的讨论和源的证认，见第六章文献以及以下两文。

62. J. A. Bailey and G. G. Pooley, "Fan-Beam Observations of Radio Sources at 408 and 1407 MHz," *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.* **138**, 51—66 (1968).

63. K. Aizu, "A Search for Indetification of Some Radio Sources in the First Section of the 4 C Catalogue with Galaxies," *Publ. Astron. Soc. Japan* **18**, 219—228 (1966).

5C 第五个剑桥星表目前包括了几个小天区，在 408 兆赫测到 0.025 f.u. 的极限流量，方位精确度约为 5″。目前，这个星表由两个表组成：第一个包括以 $\alpha=09^h40^m$，$\delta=50^\circ$ 为中心的角径 4° 的范围，包含 106 个源；第二个包括以 $\alpha = 11^h00^m$，$\delta = 49^\circ40'$ 为中心的角径 4° 的范围，包含 207 个在 408 兆赫上流量大于 0.0115f.u. 的源。还在 1407 兆赫上测了几个源。源的编号如下：



64. S. Kenderdine, M. Ryle, and G. G. Pooley, "Some Observations of Weak Radio Sources with the Cambridge One-Mile Telescope," *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.* **134**, 189—210 (1966).

65. G. G. Pooley and S. Kenderdine, "The 5 C 2 Survey of Radio Sources," *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.* **139**, 529—550 (1968).

WKB 赤纬 −10° 以北天区、直到 14f.u. 的 38 兆赫的星表，是用剑桥的铅笔束望远镜作出的。星表中列了 1069 个源。在 4C 编号中没有的源，用以下方法标记：

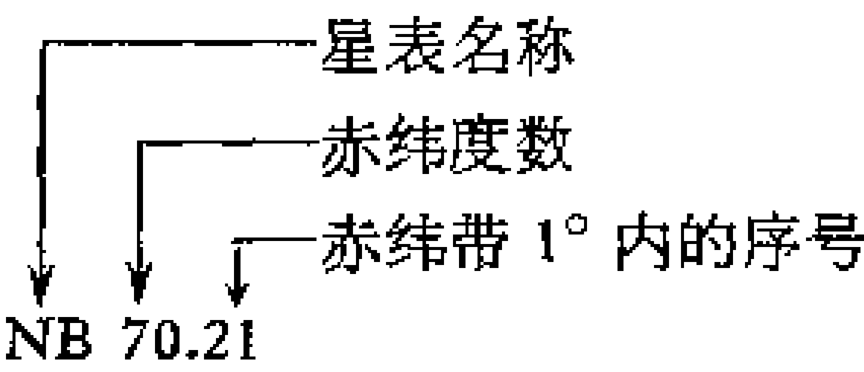


66. P. S. J. Williams, S. Kenderdine, and J. E. Baldwin, "A Survey of Radio Sources and Background Radiation and 38 Mc/s," *Mem. Roy. Astron. Soc.* **70**, 53—110 (1966).

RN 用孔径综合法对赤纬高于 86° 的天区做了普查。星表中列了 87 个分别对应于北极距为小于 2°.5, 2°.5—3°, 3°—3°.5, 3°.5—4° 各个范围内、流量大于 0.25, 0.55, 0.75 和 1.00 f.u. 的源。所用的频率为 178 兆赫。源按顺序编号，而冠以 RN (例如, RN75)。

67. M. Ryle and A. C. Neville, "A Radio Survey of the North Polar Region with a 4.5 Minute of Arc Pencil-Beam System," *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.* **125**, 39—56 (1962).

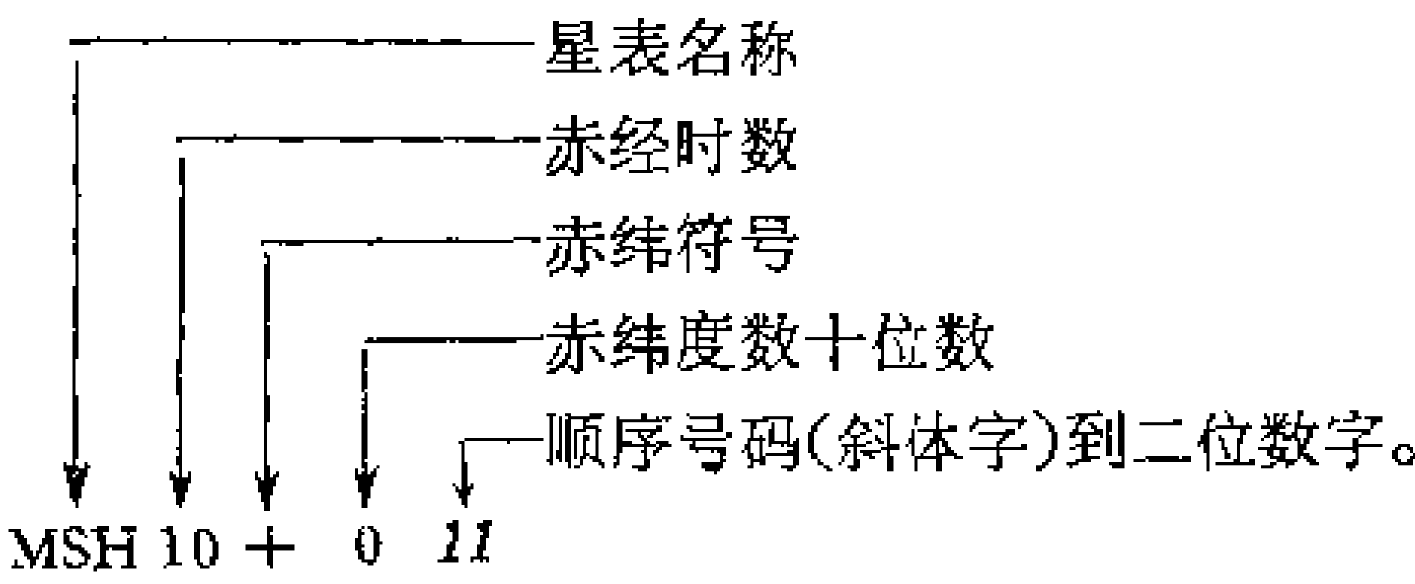
NB 北极附近天区的第二次普查用了二维孔径综合技术，有效铅笔束宽 10′。极限流量对赤纬 80° 到 90° 为 1.0f.u.，对赤纬 75° 到 80° 为 1.5f.u.，赤纬 70° 到 75° 为 3.0f.u.。记录到的源的总数为 558 个。源按以下方式编号：



68. N. J. B. A. Branson, "A Radio Survey of the Sky North of Declination 70° at a Frequency of 81.5 Mc/s," *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.* **135**, 149—174 (1967).

A4.3 澳大利亚星表

MSH 这个星表是用 Mills 十字在 3.5 米波长进行的，一共记录了 2270 个流量极限达 7f.u. 的源(赤纬在 +10° 到 −20° 之间，1159 个源；−20° 到 −50° 之间，892 个源；−50° 到 −80° 之间，219 个源)。源的名称示例如下：



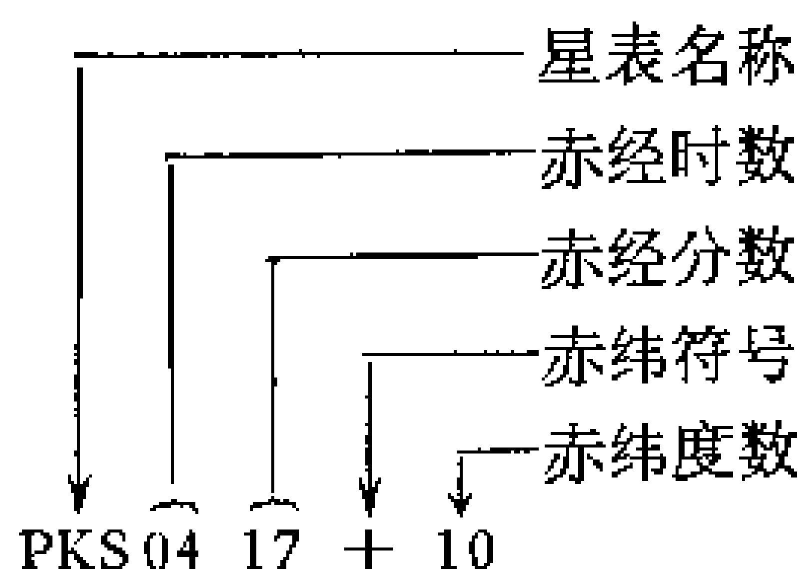
MSH 星表包括了三个表:

69. B. Y. Mills, O. B. Slee, and E. R. Hill, "A Catalogue of Radio Sources Between Declinations +10° and -20°," *Australian J. Phys.* **11**, 360—387 (1958).

70. B. Y. Mills, O. B. Slee, and E. R. Hill, "A Catalogue of Radio Sources Between Declinations -20° and -50°," *Australian J. Phys.* **13**, 676—699 (1960).

71. B. Y. Mills, O. B. Slee, and E. R. Hill, "A Catalogue of Radio Sources Between Declinations -50° and -80°," *Australian J. Phys.* **14**, 497—507 (1961).

PKS Parkes 射电星表包括了5个表，除了银河平面上一个窄带外，包括了赤纬 +27° 以南的天区。观测是用澳大利亚 Parkes 的210英尺抛物面在408兆赫、1410兆赫和2650兆赫上进行的。第一个表包括297个在408兆赫上亮于4f.u.的源。这表以408兆赫作基本普查，然后以1410兆赫和2650兆赫重复观测。第二个表中的247个源是从408兆赫初查的 -60° 到 -75° 区域里以及从1410兆赫普查的 -75° 到 -90° 区域中选出的。这个表对于1410兆赫，赤纬 -75° 以南亮于0.5f.u.的源以及 -75° 到 -60° 区域中亮于1f.u.的源，基本上是完整的。第三个表，包含564个源，也是以408兆赫初查为基础，所有初查的源都以1410兆赫重测过。1410兆赫亮于0.3f.u.的源都列在这个星表中。第四个表包括628个在1410兆赫亮于0.4f.u.的源，在408兆赫进行过初查。第五个表包括397个从635兆赫初查中编出的源。这些源也在1410兆赫和2650兆赫上测过，星表在635兆赫上直到1.5f.u.基本上是完整的。Parkes 星表中源的编号如下:



72. J. G. Bolton, F. F. Gardner, and M. B. Mackey, "The Parkes Catalogue of Radio Sources Declination Zone −20° to −60°," *Australian J. Phys.* **17**, 340—372 (1964).

73. R. M. Price and D. K. Milne, "The Parkes Catalogue of Radio Sources Declination Zone −60° to −90°," *Australian J. Phys.* **18**, 329—347 (1965).

74. G. A. Day, A. J. Shimmins, R. D. Ekers, and D. J. Cole, "The Parkes Catalogue of Radio Sources Declination Zone 0° to +20°," *Australian J. Phys.* **19**, 35—74 (1966).

75. A. J. Shimmins, G. A. Day, R. D. Ekers, and D. J. Cole, "The Parkes Catalogue of Radio Sources Declination Zone 0° to −20°," *Australian J. Phys.* **19**, 837—874 (1966).

76. A. J. Shimmins and G. A. Day, "The Parkes Catalogue of Radio Sources. Declination Zone +20° to +27°," *Australian J. Phys.* **21**, 377—403 (1968).

头四个表并成为一个，包括更精确的方位、流量以及新增的有关偏振、结构和源的光学证认的材料。

77. J. A. Ekers, ed., "The Parkes Catalogue of Radio Sources. Declination Zone +20° to −90°," *Australian J. Phys. Astrophys. Supplement* No. 7, 1—75 (1969).

Parkes 星表中包含了许多源跟光学目标的证认。Parkes 射电源跟光学目标的进一步证认可以从下列文章中找到:

78. J. G. Bolton, M. E. Clarke, and R. D. Ekers, "Identification of Extragalactic Radio Sources Between Declinations −20° and −44°," *Australian J. Phys.* **18**, 627—633 (1965).

79. J. G. Bolton and J. Ekers, "Identification of Radio Sources Between Declinations −20° and −30°," *Australian J. Phys.* **19**, 275—277 (1966).

80. M. E. Clarke, J. G. Bolton, and A. J. Shimmins, "Identification of Extragalactic Radio Sources Between Declinations 0° and +20°," *Australian J. Phys.* **19**, 375—387 (1966).

81. J. G. Bolton and J. Ekers, "Futher Identifications of Radio Sources Between Declinations 0° and 20°," *Australian J. Phys.* **19**, 471—473 (1966).

82. J. G. Bolton and J. Ekers, "Identification of Strong Extragalactic Radio Sources in Declination Zone 0° to −20°," *Australian J. Phys.* **19**, 559—564 (1966).

83. J. G. Bolton and J. Ekers, "Futher Identifications for Strong Extragalactic Radio Sources in the Declination Zone 0° to −20°," *Australian J. Phys.* **19**, 713—715 (1966).

84. J. G. Bolton and J. Ekers, "Suggested Identifications for Weak Extragalactic Radio Sources Between Declination 0° to −20°," *Australian J. Phys.* **20**, 109—116 (1967).

85. J. G. Bolton, A. J. Shimmins, and J. Merkelijn, "Identification of Radio Sources Between Declina-

tions +27° and −30°," *Australian J. Phys.* **21**, 81—86 (1968).

86. B. E. Westerlund and L. F. Smith, "Optical Objects in the Fields of Southern Radio Sources," *Australian J. Phys.* **19**, 181—194 (1966).
87. B. Y. Mills, R. R. Shobbrook, and D. Stewart-Richardson, "Radio Sources in Clusters of Galaxies," *Australian J. Phys.* **21**, 511—521 (1968).
88. J. K. Merkelijn, "Accurate Positions and Identifications of 75 Radio Sources Between Declinations +20° and +27°," *Australian J. Phys.* **21**, 903—916 (1968).
89. J. K. Merkelijn, "Accurate Positions and Some Optical Identifications for 255 Radio Sources Between Declinations +20° and −33°," *Australian J. Phys.* **22**, 237—262 (1969).

从 Parkes 星表中选出的源的方位和流量的测量，报导在上面的一些文献以及在以下文章中。

90. A. J. Shimmins, M. E. Clarke, and R. D. Ekers, "Accurate Positions of 644 Radio Sources," *Australian J. Phys.* **19**, 649—685 (1966).
91. P. A. Hamilton and R. F. Haynes, "Source Flux Densities at 153 MHz," *Australian J. Phys.* **20**, 697—713 (1967).
92. A. J. Shimmins, "Accurate Positions of 210 Radio Sources," *Australian J. Phys.* **21**, 65—79 (1968).
93. R. F. Haynes and P. A. Hamilton, "Observations of 31 Radio Sources Between 40 and 130 MHz," *Australian J. Phys.* **21**, 87—94 (1968).
94. J. K. Merkelijn, A. J. Shimmins, and J. G. Bolton, "Accurate Positions and Some Optical Identi-

fications for 67 Radio Sources Between Declinations +20° and +27°," *Australian J. Phys.* **21**, 523—537 (1968).

95. R. F. Haynes, P. A. Hamilton, and P. M. McCullough, "Observations of 11 Radio Sources Near 55 MHz," *Australian J. Phys.* **21**, 539—542 (1968).

96. A. J. Shimmins, R. N. Manchester, and B. J. Harris, "Accurate Flux Densities at 5009 MHz of 753 Radio Sources," *Australian J. Phys. Astrophys. Supplement* No. 8, **1**—53 (1969).

A4.4 加利福尼亚理工学院（The California Institute of Technology）星表

CTA 加利福尼亚理工学院A表给出906兆赫上106个源的资料，主要是3C源。观测是用Owens Valley射电天文台的90英尺抛物面进行的。用方向束0°.8发现了6个源（CTA1, CTA21, CTA26, CTA80, CTA97, CTA102）。源按顺序编号，冠以CTA。

97. D. E. Harris and J. A. Roberts, "Radio Source Measurements at 960 Mc/s," *Publ. Astron. Soc. Pacific* **72**, 237—255 (1960).

CTB B表给出960兆赫上110个主要是银河源的流量，观测设备和CTA所用的一样。源按顺序编号，冠以CTB。

98. R. W. Wilson and J. G. Bolton, "A Survey of Galactic Radiation at 960 Mc/s," *Publ. Astron. Soc. Pacific* **72**, 331—347 (1960).

CTBR Wilson 修订了CTB表。修订内容包括了返回到原始记录校验一些方位和角径，对大部分小源加上"干涉测量的角径(NS)"，对某些在其他频率上测出的源计算了频谱指数，

并增加了光学方面的注释。CTBR 表的源用了和 CTB 表同样的名称。

99. R. W. Wilson, "Catalogue of Radio Sources in the Galactic Plane," *Astron. J.* **68**, 181—185 (1963).

CTC CTC 星表是一个私人传阅的表，现在已经看不到。

CTD CTD 星表是一个在 1421 兆赫用 Owens Valley 射电天文台双天线干涉仪进行的连续区普查结果。这个星表直到流量为 1.15f.u. 的源基本上是完整的。文献 100 为第一个表，包括了赤纬 23°50′ 到 30°10′ 的天区。源按顺序编号，并冠以 CTD。

100. K. I. Kellermann and R. B. Read, "A Continuum Survey for Discrete Radio Sources at 1421 Mc/s," *Publ. Owens Valley R. O.* **1**, No. 2 (1965).

A4.5 国立射电天文台 (The National Radio Astronomy Observatory) 星表

NRAO 国立射电天文台射电星表给出了 726 个主要是 3C 和 3CR 射电源的方位和流量，用 Green Bank 的 300 英尺射电望远镜在 750 和 1400 兆赫上测量。这个星表不是一种天区普查的结果，而是 3C 和 3CR 源周围天区的观测。在观测过程中找到了一批新源。源的标号为 NRAO 后接按赤经顺序的编号 (到三位数)。后来，国立射电天文台用的表 (未发表) 中编号系统扩大，用以容纳更多的源，NRAO 号上加上了第四位数。在上面说到的星表中，这第四位数为零；而对赤经在表中邻接两行之间的，则取 1 至 9 的一个值。这样，NRAO 676 源成为 NRAO6760。

101. I. I. K. Pauliny-Toth, C. M. Wade, and D. S. Heeschen, "Positions and Flux Densities of Radio

Sources," *Astrophys. J. Supplement* **13**, 65—124 (1966).

最近用同一设备和同样的频率普查了赤纬 +18°到+20°的天区，测到了 458 个流量大于 0.5f.u. 的源。编号系统和 Parkes 星表一样。

102. B. Höglund, "Pencil-Beam Survey of Radio Sources Between Declinations +18° and +20° at 750 and 1410 MHz," *Astrophys. J. Supplement* **15**, 61—96 (1967).

A4.6 Bologna 星表

B1 这个射电源的普查是用 Bologna 十字射电望远镜的东西臂进行的，天线孔径 30.0 × 564.3 米，方向瓣 1°.8 × 4′。B1 表包括了 0^h 到 13^h 的赤经范围，包括了亮于 1f.u. 的 629 个源。编号用 Parkes 系统，不过，用 B1 代替 PKS。

103. A. Braccesi, M. Ceccarelli, R. Fanti, G. Gelatss, C. Giovannini, D. Harris, C. Rosatelli, G. Sinigaglia, and L. Volders, "A Catalogue of Radiosources from $\delta=-30°$ to $\delta=-20°$ at 408 MHz," *Nuovo Cimento* Ser. X, **40**, 267—294 (1965).

B1S B1S 表（也包括在文献 103 中）给出亮于 0.6f.u. 的 38 个源，位置处于赤纬 −25°36′ 和 20°00′ 之间，赤经从 11^h00^m 到 12^h50^m。用 Parkes 系统编号，而用 B1S 代替 PKS。

GV 这个初步普查，用完整的 Bologna 十字射电望远镜进行，包括了赤经 07^h40^m 和 18^h20^m、赤纬 34° 和 35° 之间的天区，列出了 408 兆赫上到 0.25f.u. 的 328 个源。源按顺序编号。

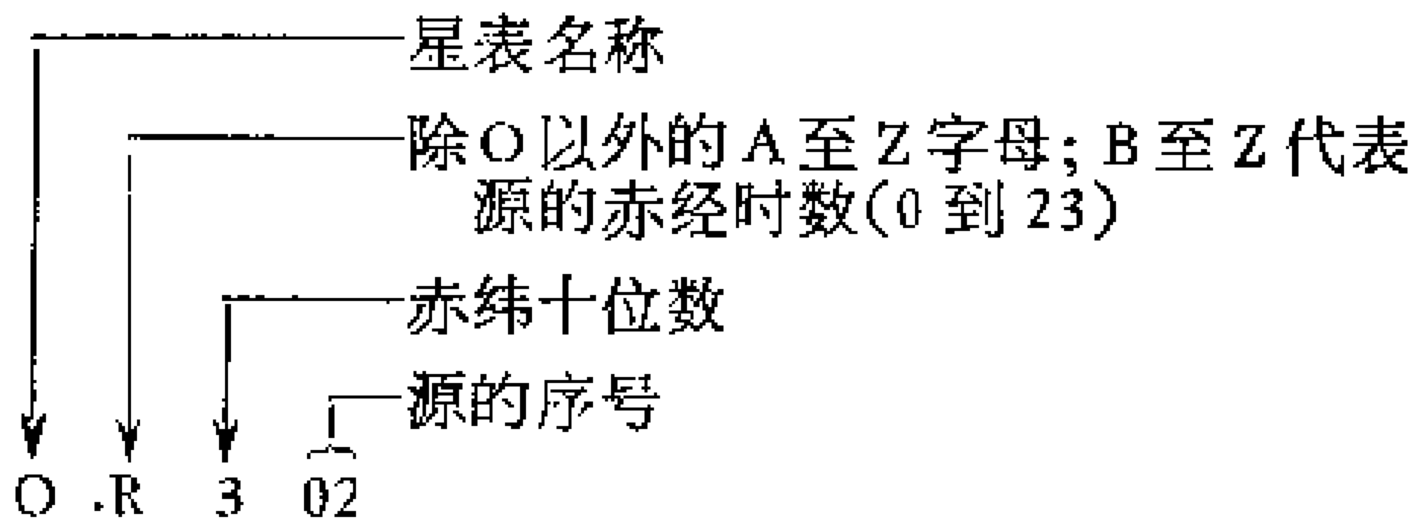
104. G. Grueff and M. Vigotti, "A Pencil-Beam Deep Sky Survey at 408 MHz," *Astrophys. Letters* **2**, 113—120 (1968).

B2 用 Bologna 十字望远镜在 408 兆赫上观测(1968), 包括天区 34°02′ 到 29°18′, 列出了强于 0.2f.u. 的 3235 个射电源。分辨率赤经方向为 3′, 赤纬方向为 10′。用 Parkes 编号系统,而以 B2 代替 PKS。

105. Grouppo ROUB, "A Catalogue of 3235 Radio-sources at 408 MHz," *Laboratorio Nazionale di Radioastronomia Università di Bologna Contribution* No. 55 (1969).

A4.7 俄亥俄(Ohio)星表

OA-OZ 这个普查是用俄亥俄州立大学的 260 × 70 英尺射电望远镜在 1415 兆赫上进行的。第一个表包括了在 600 兆赫和 1415 兆赫上测到的、流量分别大于 2.0 及 0.5f.u. 的 128 个源,天区为围绕 M31 赤经为 $2^h.5$、赤纬 4° 的范围。第二个表给出了在赤经 08^h00^m 和 16^h00^m、赤纬 +25°00′ 和 +37°40′ 之间的 236 个源。表中的源亮于 0.37f.u.。第三个表给出了赤经在 00^h 和 16^h 之间直到 0.3f.u. 的 1199 个源。第四个表给出赤经在 0° 和 +20° 之间,流量大于 0.2f.u. 的 2101 个源。源的编号示如下例:



106. J. D. Kraus, "The Ohio (OA) List of Radio Sources." Appendix 3f in his *Radio Astronomy*, pp. 439—442, McGraw-Hill, New York, 1966.

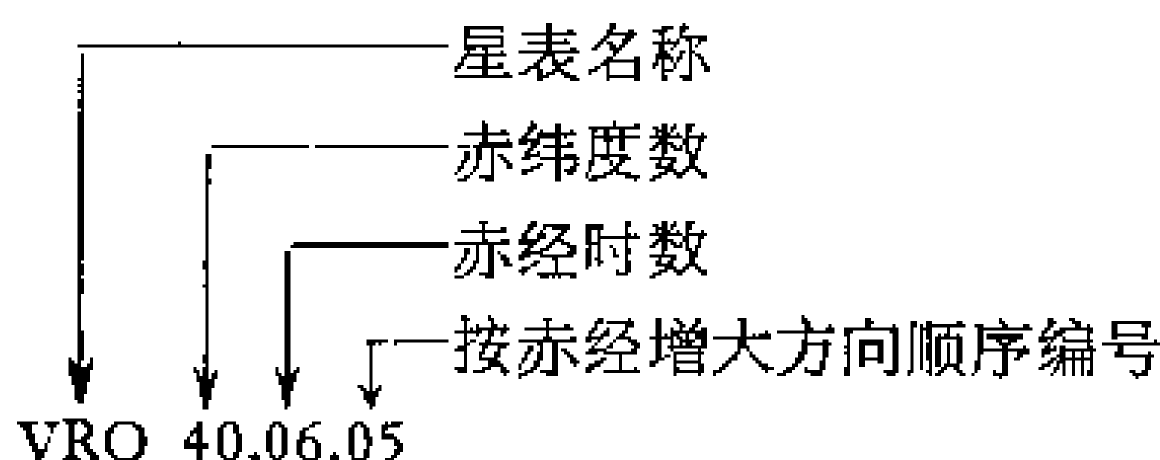
107. D. J. Scheer and J. D. Kraus, "A High-Sensitivity Survey of the North Galactic Polar Region at 1415 MHz," *Astron. J.* **72**, 536—543 (1967).

108. R. S. Dixon and J. D. Kraus, "A High Sensitivity 1415 MHz Survey at North Declinations Between 19° and 37°," *Astron. J.* **73**, 381—407 (1968).

109. L. T. Fitch, R. S. Dixon, and J. D. Kraus, "A High-Sensitivity 1415 MHz Survey Between Declinations of 0° and 20° North," *Astron. J.* **74**, 612—688 (1969).

A4.8 Vermillon River 天文台星表

VRO 用伊利诺斯(Illinois)大学 Vermillon River 天文台 400 英尺望远镜在 610.5 兆赫对包括赤经 +9° 到 +69° 的天区进行普查。第一个表包括 239 个在 610.5 兆赫上亮于 0.8 f.u. 的源。第二个表列出 625 个亮于 0.8f.u. 的源。源的编号方法如下:



110. J. M. MacLeod, G. W. Swenson, Jr., K. S. Yang, and J. R. Dickel, "A 610.5 Mc/sec Survey of the Sky Between Declinations +40° and +44°," *Astron. J.* **70**, 756—764 (1965).

111. J. R. Dickel, K. S. Yang, G. C. McVittie, and G. W. Swenson, Jr., "A Survey of the Sky at 610.5 MHz. II. The Region Between Declinations +15° and +22°," *Astron. J.* **72**, 757—768 (1967).

A4.9 自治领(Dominion)射电天文台星表

DA Dominion 表A包含615个在1420兆赫直到2f.u.的源,用自治领射电天文台85英尺抛物面望远镜观测。源按赤经增大方向顺序编号,并冠以DA。

112. J. A. Galt and J. E. D. Kennedy, "Survey of Radio Sources Observed in the Continuum Near 1420 MHz, Declinations −5° to +70°," *Astron. J.* **73**, 135—151 (1968).

A4.10 Dwingeloo 星表

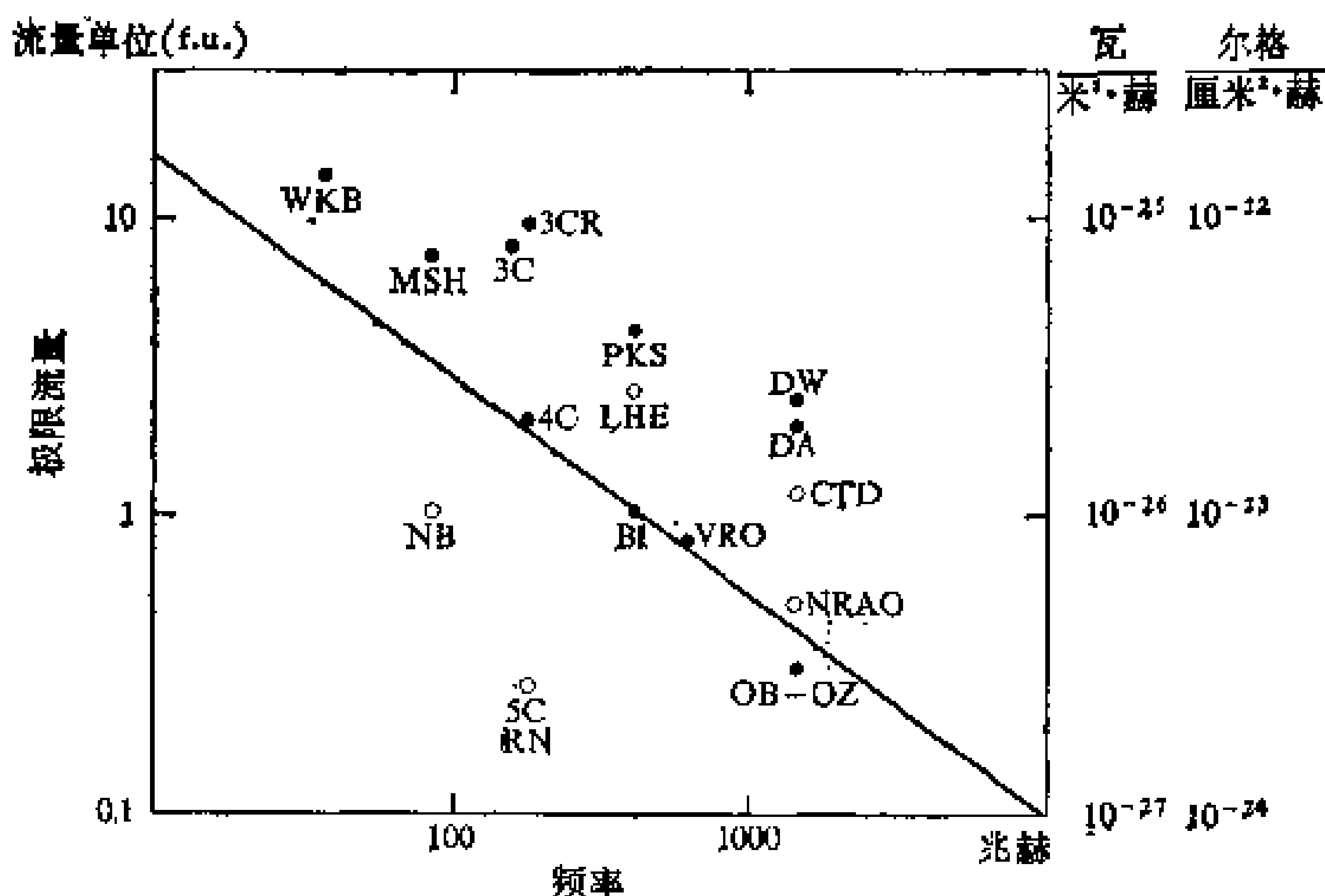
DW Dwingeloo 表包括用 Dwingeloo 25米望远镜在北天大片天区中测到的亮于2.3f.u.的188个源。表中的方位和流量是用 NRAO 300英尺射电望远镜测量的。源的编号与 Parkes 相同,并冠以DW。

113. M. M. Davis, "A 1417 MHz Search for Radio Sources Having a Flux Excess at Short Wavelengths," *Bull. Astron. Inst. Netherlands* **19**, 201—226 (1967).

A4.11 Arecibo 月掩源星表

AO 对月掩弱射电源的研究是在 Arecibo 电离层观测台用1000英尺射电望远镜进行的。发表了三个表,给出在430兆赫(有一些用195兆赫)上研究过的源。文中列出25个源(其中的13个为其他星表所没有)。源按 Parkes 系统编号,而冠以AO。

114. C. Hazard, S. Gulkis, and A. D. Bray, "Lunar Occultation Studies of Five Weak Radio Sources of Small Angular Size," *Astrophys. J.* **148**, 669—



图A.7 射电星表的频率和极限流量。圆圈表示只有很小一部分天区的星表。如果极限流量为源的角径或源的方位的函数，则把最低流量画在图上。直线代表指数为0.75的同步加速器频谱［根据 Davis，文献113］。

687 (1967).

115. C. Hazard, S. Gulkis, and J. Sutton, "Occultation Studies of Weak Radio Sources: List 2," *Astrophys. J.* **154**, 413—422 (1968).

116. S. Gulkis, J. Sutton, and C. Hazard, "Arecibo Occultation Studies: List 3," *Astrophys. J.* **157**, 1047—1053 (1969).

参 考 文 献

第一章 参 考 文 献

1.1. 虽然在许多年以前，Edison 与 Lodge 就曾经提出过，太阳可能发出可供测量的无线电波的看法，然而从射电窗口观测宇宙目标还是比较新近的事。首次射电天文观测是在 1932 年，由 Karl G. Jansky 在新泽西州 Homedel 的贝尔电话实验室中作出的；当时他测到了来自银河中心方向的恒定噪音。当 Jansky 研究 14.7 米电波接收中的干扰时，察觉到了一个具有周期为 23 小时 56 分钟的变动辐射源。这个周期值使人想到，这个源是属于地球以外的。

1. K. G. Jansky, "Directional Studies of Atmospherics at High Frequencies," *Proc. IRE* **20**, 1920—1932 (1932).

随后的研究把这个辐射源和银河中心联系起来。

2. K. G. Jansky, "Electrical Disturbances Apparently of Extraterrestrial Origin," *Proc. IRE* **21**, 1387—1398 (1933).
3. K. G. Jansky, "A Note on the Source of Interstellar Interference," *Proc. IRE* **23**, 1158—1163 (1935).

G. Reber 是第一个用抛物面天线进行射电天文观测的人。他的望远镜直径 32 英尺，放在固定的支架上。它工作在 160 兆赫频率(波长 1.85 米)上，方向图形 $10°\times12°$。望远镜的最低可测强度为 7×10^{-22}瓦·米$^{-2}$·赫$^{-1}$·球面度$^{-1}$。

4. G. Reber, "Cosmic Static," *Astrophys. J.* **91**, 621—624 (1940).

5. G. Reber, "Cosmic Static," *Astrophys. J.* **100**, 279—287 (1944).

在首先把观测范围延伸到近红外(约1—4微米)的天文学家中有 Pettit 与 Nicholson。

6. E. Pettit and S. B. Nicholson, "Stellar Radiation Measurements," *Astrophys. J.* **68**, 279—308 (1928).

下面两篇论文的作者首先通过8—14微米和4.4—4.5微米窗口进行恒星的远红外观测。

7. B. C. Murray and R. L. Wildey, "Stellar and Planetary Observations at 10 Microns," *Astrophys. J.* **137**, 692—693 (1963).

8. H. L. Johnson and R. I. Mitchell, "Stellar Photometry at 5 Microns," *Astrophys. J.* **138**, 302—303 (1963).

Johnson 和他的学生们首先通过最远的20微米窗口观测恒星,并发展了新的灵敏探测器。

9. H. L. Johnson, F. J. Low, and D. Steinmetz, "Infrared Observations of the Neugebauer-Martz-Leighton 'Infrared Star' in Cygnus," *Astrophys. J.* **142**, 808—810 (1965).

文献10,还有文献11中,有一些关于地球大气对宇宙源辐射影响的较详细的叙述,其中包括了这方面的大量的文献。

10. J. L. Pawsey and R. N. Bracewell, *Radio Astronomy,* Chap. XI, Clarendon Press, Oxford, 1955.

11. J. C. Pecker and E. Schatzman, *Astrophysique Generale,* Part II, Chap. I, Masson et Cie., Paris, 1959.

有关行星际空间闪烁的文献,见以下:

12. E. E. Salpeter, "Interplanetary Scintillations. I:

Theory," *Astrophys. J.* **147**, 433—448 (1967).

13. M. H. Cohen, E. J. Gundermann, H. E. Hardebeck, and L. E. Sharp, "Interplanetary Scintillations. II: Observations," *Astrophys. J.* **147**, 449—466 (1967).
14. M. H. Cohen, E. J. Gundermann, and D. E. Harris, "New Limits on the Diameters of Radio Sources," *Astrophys. J.* **150**, 767—782 (1967).

图 1.1 取自:

15. A. D. Code, "Stellar Astronomy from a Space Vehicle," *Astron. J.* **65**, 278—284 (1960).

图 1.2 根据文献 11 中图 9 以及下列文献的图。

16. C. W. Allen, *Astrophysical Quantities,* University of London, The Athlone Press, 1963.
17. H. L. Johnson and R. I. Mitchell, "A Completely Digitized Multicolor Photometer," *Comm. Lunar and Planet. Lab.* No. 14, 73—81 (1962).
18. R. W. Hobbs, "Millimeter Wave Radio Astronomy at NRL," *Report of NRL Progress,* 8—15 (Jan. 1967).

1.2. Kraus 在文献 19 及 20 中详细论述了天线对入射辐射的响应,其中并包含了大量的有关参考文献。

19. J. D. Kraus, *Antennas,* McGraw-Hill, New York, 1950.
20. J. D. Kraus, *Radio Astronomy,* Chaps. 3 and 6, McGraw-Hill, New York, 1966.

文献 10 的第 II 章以及下面的文献中也涉及了这个问题。

21. J. L. Steinberg and J. Lequex, *Radioastronomie,* Chap. 3, Dunod. Paris, 1960. (*Radio Astronomy,* McGraw-Hill, New York, 1963).
22. R. N. Bracewell, "Radio Astronomy Techniques,"

in S. Flugge, ed., *Handbuch der Physik*, Vol. 53, pp. 42—129, Springer, Berlin, 1962.

23. J. G. Bolton, "Radio Telescopes," *in* G. P. Kuiper and B. M. Middlehurst, eds., *Telescopes*, Chap. 11, Univ. of Chicago Press, 1960.

1.3. 关于天线对偏振辐射的响应，见

24. H. C. Ko, "On the Response of a Radio Antenna to Complex Radio Waves," *Proc. Natl. Electronics Conf.* **17**, 500—508 (1961).

25. H. C. Ko, "On the Reception of Quasi-Monochromatic Partially Polarized Radio Waves," *Proc. IRE* **50**, 1950—1957 (1962).

26. G. A. Deschamps, "Geometrical Representation of the Polarization of a Plane Electromagnetic Wave," *Proc. IRE* **39**, 540—544 (1951).

1.4. 射电干涉方法，见文献 20 第 6 章，文献 21 第 4 章，文献 22，以及

27. R. N. Bracewell, "Radio Interferometry of Discrete Sources," *Proc. IRE* **46**, 97—105 (1958).

另外的参考见文献 20 第 6 章里的参考文献。以下两篇论述了孔径综合法：

28. M. Ryle and A. Hewish, "The Synthesis of Large Radio Telescopes," *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.* **120**, 220—230 (1960).

29. M. Ryle, "Aperture Synthesis," *in* H. P. Palmer, R. D. Davies and M. I. Large, eds., *Radio Astronomy Today*, pp. 76—80, Harvard University Press, Cambridge, 1963.

下列文献叙述了月掩射电源的观测技术：

30. P. A. G. Scheuer, "On the Use of Lunar Occulta-

tions for Investigating the Angular Structure of Radio Sources," *Australian J. Phys.* **15**, 333—343 (1962).

31. S. van Hoerner, "Lunar Occultation of Radio Sources," *Astrophys. J.* **140**, 65—79 (1964).

1.5. 射电望远镜接收机的评述，见

32. M. E. Tiuri, "Radio Telescope Receivers," Chap. 7 of Ref. 20, 并参看文献 10 第 II 章，文献 21 第 III 章，文献 22，以及以下两篇：
33. I. Shklovsky, *Cosmic Radio Waves*, Chap. II, Gostechizdat, Moscow, 1965; and Harvard University Press, Cambridge, 1960.
34. F. D. Drake, "Radio Astronomy Radiometers and Their Calibration," *in* G. P. Kuiper and B. M. Middlehurst, eds., *Telescopes*, Chap. 12, University of Chicago Press, 1960.

第二章 参考文献

2.1—2.2. 以下为等离子体物理学的一些一般参考书：

1. C. L. Longmire, *Elementary Plasma Physics*, Interscience, New York, 1963.
2. J. L. Delcroix, *Theory of Ionized Gases*, Interscience, New York, 1960.
3. L. Spitzer, *Physics of Fully Ionized Gases*, Interscience, New York, 1962.
4. S. Gartenhaus, *Elements of Plasma Physics*, Holt, Rinehart and Winston, New York, 1964.
5. J. L. Delcroix, *Plasma Physics*, Wiley and Sons, London, 1965.
6. S. Chandrasekhar, *Plasma Physics*, University of Chicago Press, 1962.

7. W. B. Thompson, *An Introduction to Plasma Physics*, Addison-Wesley, Reading, Mass., 1964.

图 2.1 根据文献 2 中图 33。

2.3. 文献 8 对无碰撞等离子体中的电磁波传播理论作了一个杰出而扼要的总结；而文献 9 中有一个简短的评述。比较全面的论述见文献 10 及 11。

8. J. F. Denisse and J. L. Delcroix, *Theorie des Ondes Dans Les Plasmas*, Dunod, Paris, 1961.

9. J. P. Wild, S. F. Smerd, and A. A. Weiss, "Solar Bursts," *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* **1**, 291—366 (1963).

10. V. L. Ginzburg, *Propagation of Electromagnetic Waves* in *Plasma*, Fizmatgiz, Moscow, 1960.

11. J. A. Ratcliffe, *The Magnetoionic Theory and its Applications to the Ionosphere*, Cambridge University Press, 1959, 1962.

第二章中没有讨论等离子波的激发以及其部分能量随后向电磁辐射转化的问题。这个问题可以参阅以下文章:

12. D. Bohm and E. P. Gross, "Theory of Plasma Oscillations, A. Origin of Mediumlike Behavior," *Phys. Rev.* **75**, 1851—1864 (1949).

13. D. Bohm and E. P. Gross, "Theory of Plasma Oscillations, B. Excitation and Damping of Oscillations," *Phys. Rev.* **75**, 1864—1876 (1949).

14. G. B. Field, "Radiation by Plasma Oscillations," *Astrophys. J.* **124**, 555—570 (1956).

15. M. H. Cohen, "Radiation in a Plasma. I. Čerenkov Effect," *Phys. Rev.* **123**, 711—721 (1961).

16. M. H. Cohen, "Radiation in a Plasma. II. Equivalent Sources," *Phys. Rev.* **126**, 289—397 (1962).

17. M. H. Cohen, "Radiation in a Plasma. III. Metal Boundaries," *Phys. Rev.* **126**, 398—404 (1962).
18. V. L. Ginzburg and V. V. Zheleznyakov, "On the Possible Mechanisms of Sporadic Solar Radio Emission (Radiation in an Isotropic Plasma)," *Astron. Zh.* **35**, 694—712 (1958).
19. V. L. Ginzburg and V. V. Zheleznyakov, "On the Propagation of Electromagnetic Waves in the Solar Corona, Taking into Account the Influence of the Magnetic Field," *Astron. Zh.* **36**, 233—246 (1959).
20. V. L. Ginzburg and V. V. Zheleznyakov, "Noncoherent Mechanisms of Sporadic Solar Radio Emission in the Case of a Magnetoactive Coronal Plasma," *Astron. Zh.* **38**, 3—20 (1961).

文献 10 以及以下五篇文章中计算了无线电波段的自由-自由吸收系数。

21. G. Elwert, "Der Absorptionkoeffizient an der langwelligen Grenze des Kontinuierlichen Röntgenspektrums," *Z. Naturforsch.* **3a**, 477—481 (1948).
22. L. Oster, "Der Kontinuierliche Absorptionskoeffizient für Frei-Frei-Strahlung im radiofrequenten Spektralgebiet," *Z. Astrophys.* **47**, 169—190 (1959).
23. S. F. Smerd and K. C. Westfold, "The Charactristics of Radio-Frequency Radiation in an Ionized Gas, with Applications to the Transfer of Radiation in the Solar Atmosphere," *Phil. Mag.* **40**, 831—848 (1949).
24. P. A. G. Scheuer, "The Absorption Coefficient of a Plasma at Radio Frequencies," *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.* **120**, 231—241 (1960).
25. L. Oster, "Emission, Absorption, and Conductivity

of a Fully Ionized Gas at Radio Frequencies," *Rev. Mod. Phys.* **33**, 525—543 (1961).

图 2.2 来自文献 8 的图 VI, 4; 图 2.3 来自同一文献的图 V, 1。

2.4. 带电质点在磁场中的运动叙述于,例如,以下各书中:

26. H. Alfvén and C. G. Falthammar, *Cosmical Electrodynamics-Fundamental Principles*, Oxford University Press, 1963.

27. J. D. Jackson, *Classical Electrodynamics*, Wiley and Sons, New York, 1963.

图 2.4 取自文献 26 中图 2.5。

2.5. 费米加速机制的两篇经典文章是

28. E. Fermi, "On the Origin of Cosmic Radiation," *Phys. Rev.* **75**, 1169—1174 (1949).

29. E. Fermi, "Galactic Magnetic Fields and the Origin of Cosmic Radiation," *Astrophys. J.* **119**, 1—6 (1954).

费米机制的进一步讨论可以在以下文章中找到:

30. P. Morrison, S. Olbert, and B. Rossi, "The Origin of Cosmic Rays," *Phys. Rev.* **94**, 440—453 (1954).

31. E. N. Parker, "Hydromagnetic Waves and the Acceleration of Cosmic Rays," *Phys. Rev.* **99**, 241—253 (1955).

32. L. Davis, Jr., "Modified Fermi Mechanism for the Acceleration of Cosmic Rays," *Phys. Rev.* **101**, 351—358 (1956).

33. G. R. Burbidge, "Acceleration of Cosmic-Ray Particles Among Extragalactic Nebulae," *Phys. Rev.* **107**, 269—271 (1957).

34. D. G. Wentzel, "Fermi Acceleration of Charged

Particles," *Astrophys. J.* **137**, 135—146 (1963).

35. D. G. Wentzel, "Motion Across Magnetic Discontinuities and Fermi Acceleration of Charged Particles," *Astrophys. J.* **140**, 1013—1024 (1964).

Ginzburg 和 Syrovatsky 评述了电磁加速过程。

36. V. L. Ginzburg and S. I. Syrovatsky, *The Origin of Cosmic Rays*, Pergamon Press, New York, 1964.

Tsitovich 论述了湍动等离子体中导致质点加速的过程，文中还包含了大量有关文献。

37. V. N. Tsitovich, "Statistical Acceleration of Particles in a Turbulent Plasma," *Usp. Fiz. Nauk* **89**, 89—146 (1966).

图 2.7 根据文献 34 图 1。第 2.5 节的写法大致上根据文献 36。

第三章 参考文献

3.1—3.4. 电子在均匀磁场中旋转的经典辐射理论由 G. A. Schott 给出。

1. G. A. Schott, "Über die Strahlung von Elektronengruppen," *Ann. Physik*, 4 Folge, **24**, 635—660 (1907).

2. G. A. Schott, *Electromagnetic Radiation*, Cambridge University Press, 1912.

J. Schwinger 在文献 10 中讨论了加速器中电子能量的耗损。以下两文也讨论了这个问题，其中第二篇指出了旋转电子的辐射峰值在 ω_c 附近发出。

3. D. D. Ivanenko and I. Ya. Pomeranchuk, "On the Maximal Energy Attainable in a Betatron," *Dokl. Akad. Nauk SSSR* **44**, 315—316 (1944).

4. L. Artsimovich and I. Ya. Pomeranchuk, "The Radiation of Fast Electrons in the Magnetic Field," *J. Phys. USSR* **9**, 267—276 (1945); *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **16**, 379—390 (1946).

Blewett 间接地测出了同步加速器辐射。

5. J. P. Blewett, "Radiation Losses in the Induction Electron Accelerator," *Phys. Rev.* **69**, 87—95 (1946).

这种辐射，后来为一些人，包括以下各文的作者所测到。

6. F. Elder, A. Gurewitsch, R. V. Langmuir, and H. C. Pollock, "Radiation from Electrons in a Synchrotron," *Phys. Rev.* **71**, 829—830 (1947).
7. F. Elder, R. V. Langmuir, and H. C. Pollock, "Radiation from Electrons Accelerated in a Synchrotron," *Phys. Rev.* 74, 52—56 (1948).

三篇重要论文发展了同步加速器辐射的理论：

8. D. D. Ivanenko and A. A. Sokolov, "On the Theory of the 'Shining' Electron," *Dokl. Akad. Nauk SSSR* **59**, 1551—1554 (1948).
9. V. V. Vladimirsky, "The Influence of Earth's Magnetic Field on Large Auger Showers," *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **18**, 392—401 (1948).
10. J. Schwinger, "On the Classical Radiation of Accelerated Electrons," *Phys. Rev.* **75**, 1912—1925 (1949).

以下前三篇文章报导了同步加速器辐射的偏振研究，后两篇报导了实验证实。

11. A. A. Sokolov and I. M. Ternov, "On Polarization Effects in the Radiation of an Accelerated Electron," *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **31**, 473—478 (1956).
12. J. H. Oort and T. Walraven, "Polarization and

Composition of the Crab Nebula," *Bull. Astron. Inst. Netherlands* **12**, 285—308 (1956).

13. K. C. Westfold, "The Polarization of Synchrotron Radiation," *Astrophys. J.* **130**, 241—258 (1959).
14. F. A. Korolev, V. S. Markov, E. M. Akimov, and O. F. Kulikov, "Experimental Investigation of the Angular Distribution and Polarization of the Optical Radiation of Electrons in a Synchrotron," *Dokl. Akad. Nauk SSSR* **110**, 542—544 (1956).
15. P. Joos, "Measurement of the Polarization of Synchrotron Radiation," *Phys. Rev. Letters* **4**, 558—559 (1960).

对于低能量电子的各向异性分布，同步加速器辐射可能出现某些椭圆偏振。这个问题的讨论见下文。

16. M. P. C. Legg and K. C. Westfold, "Elliptic Polarization of Synchrotron Radiation," *Proc. Astron. Soc. Australia* **1**, 27—28 (1967); *Astrophys. J.* **154**, 499—514 (1968).

以下前两篇文章评述了同步加速器辐射的经典理论，后三篇给出量子理论。

17. V. L. Ginzburg and S. I. Syrovatsky, "Cosmic Magnetobremsstrahlung (Synchrotron Radiation)," *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* **3**, 297—350 (1965).
18. A. A. Sokolov, I. M. Ternov, and V. G. Bagrov, "Classical Theory of Synchrotron Radiation," *in* A. A. Sokolov and I. M. Ternov, eds., *Synchrotron Radiation*, Chap. I, Izdatelstvo Nauka, Moscow, 1966.
19. A. A. Sokolov, I. M. Ternov, V. G. Bagrov, and R. A. Rzaev, "Quantum Theory of the Radiation from Relativistic Electrons Moving in a Homoge-

neous and Uniform Magnetic Field," *in* A. A. Sokolov and I. M. Ternov, eds., *Synchrotron Radiation*, Chap. II. Izdatelstvo Nauka, Moscow, 1966.

20. T. Erber, "High-Energy Electromagnetic Conversion Processes in Intense Magnetic Fields," *Rev. Mod. Phys.* **38**, 626—659 (1966).
21. J. J. Klein, "Motion of Charged Particles in a Uniform Magnetic Field," *Rev. Mod. Phys.* **40**, 523—530 (1968).

一些人，特别是 V. A. Razin, E. G. Mychelkin, G. B. Field, J. D. Scargle 以及下面前三篇文章的作者注意到，先前关于同步加速器辐射的文章把辐射基波取为等于 ω_H；然而，在一般情况下，电子以角度 ϑ 作螺旋运动，因此这应取为 $\omega_H/\sin^2\vartheta$。在文献 22，25 及26中讨论了这个错误所引起的后果。

22. V. L. Ginzburg, V. N. Sazonov, and S. I. Syrovatsky, "On the Magnetobremsstrahlung (Synchrotron Radiation) and its Reabsorption," *Usp. Fiz. Nauk* **94**, 63—90 (1968).
23. R. I. Epstein and P. A. Feldman, "Synchrotron Radiation from Electrons in Helical Orbits," *Astrophys. J.* **150**, L 109—110 (1967).
24. T. Takakura and Y. Uchida, "On the Misunderstanding about the Synchrotron Emissivity for the Cosmic and Planetary Radio Waves," *Astrophys. Letters*, **1**, 147—149 (1968).
25. P. A. G. Scheuer, "Synchrotron Radiation Formulae," *Astrophys. J.* **151**, L 139—142 (1968).
26. T. Takakura and Y. Uchida, "Clarification Note on Synchrotron Emissivity," *Astrophys. Letters* **2**, 87 (1968).

Wild, Smerd 和 Weiss (第二章, 文献 9), Ginzburg 和 Syrovatsky (文献 17), 以及 Le Roux (文献 27)讨论了同步加速器吸收。关于进一步的在天体物理学上的应用见文献 28—31。

27. R. Le Roux, "Etude théorique du rayonnement synchrotron des radiosources," *Ann. Astrophys.* **24**, 71—85 (1961).

28. P. J. S. Williams, "Absorption in Radio Sources of High Brightness Temperature," *Nature* **200**, 56—57 (1963).

29. V. I. Slish, "Angular Size of Radio Sources," *Nature* **199**, 682 (1963).

30. S. Ya. Braude, "On the Reabsorption of Synchrotron Radiation in Discrete Sources," *Astron. Zh.* **42**, 1150—1153 (1965).

31. V. L. Bratman, "Reabsorption of Synchrotron Radiation," *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **55**, 1415—1422 (1968).

第 3.3 及 3.4 节的写法大体上根据文献 13 和 17, 不过考虑了文献 22 中讨论的改正。图 3.2 取自文献 22 中图 2。

3.5. 文献 11—13 和 16 以及以下文章研究了同步加速器辐射的偏振。

32. A. A. Korchak and S. I. Syrovatsky, "Polarization of Radiation and the Structure of Magnetic Fields in Cosmic Sources of Synchrotron Radiation," *Astron. Zh.* **38**, 885—897 (1961).

以下三篇文章讨论了法拉弟旋转的消偏振效应。

33. M. H. Cohen, "Radio Astronomy Polarization Measurements," *Proc. IRE* **46**, 172—183 (1958).

34. L. Woltjer, "The Polarization of Radio Sources,"

Astrophys. J. **136**, 1152—1154 (1962).

35. B. J. Burn, "On the Depolarization of Discrete Radio Sources by Faraday Dispersion," *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.* **133**, 67—83 (1966).

并参看以下六篇文章(文献 39 及 40 为文献38的提要)。

36. D. B. Chang and L. Davis, Jr., "Synchrotron Radiation as the Source of Jupiter's Polarized Decimeter Radiation," *Astrophys. J.* **136**, 567—581 (1962).

37. K. S. Thorne, "The Theory of Synchrotron Radiation from Stars with Dipole Magnetic Fields," *Astrophys. J. Supplement* **8**, 1—29 (1963).

38. A. A. Korchak, "Synchrotron Radiation of Charged Particles in a Dipole Magnetic Field. I," *Astron. Zh.* **40**, 994—1006 (1963).

39. A. A. Korchak, "On the Possibility of Detection and Investigation of Radiation Belts at Large Distances by Radioastronomical Methods," *Dokl. Akad. Nauk SSSR* **150**, 499—502 (1963).

40. A. A. Korchak, "On the Polarization of Synchrotron Radiation in a Dipole Magnetic Field," *Geomag. Aeron.* **3**, 394—396 (1962).

41. N. R. Ortwein, D. B. Chang, and L. Davis, Jr., "Synchrotron Radiation from a Dipole Field," *Astrophys. J. Supplement* **12**, 323—389 1966).

下一篇文章考虑了带有偏振吸收的辐射转移问题。

42. W. Unno, "Line Formation of a Normal Zeeman Triplet," *Publ. Astron. Soc. Japan* **8**, 108—125 (1956).

对于任意光学厚度的普遍情况的同步加速器辐射转移在文献 25 和以下文章(带有法拉第旋转)中独立地研究过。

43. A. G. Pacholczyk and T. L. Swihart, "Polarization of Radio Sources. I. Homogeneous Source of Arbitrary Optical Thickness," *Astrophys. J.* **150**, 647—650 (1967).

第 3.5 节的内容根据文献 43。图 3.12 及 3.13 都取自文献 43。

第四章 参考文献

4.1. 等离子体中同步加速器辐射的理论在 Eidman 的两篇论文中给出，第二篇对第一篇的某些地方作了修正。

1. V. Ya. Eidman, "The Radiation from an Electron Moving in a Magnetoactive Plasma," *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **34**, 131—138 (1958).
2. V. Ya. Eidman, "Correction to the Paper on Radiation of an Electron in Magnetoactive Plasma," *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **36**, 1335—1336 (1959).

关于同步加速器辐射理论的进一步发展及其在天体物理学上的应用，见以下各文：

3. V. A. Razin, "On the Theory of Radio Spectra of Discrete Sources at Frequencies Below 30 Mc," *Izvestiya Vys. Ucheb. Zaved. Radiofiz.* **3**, 584—594 (1960).
4. V. A. Razin, "On the Spectrum of Cosmic Nonthermal Radiation," *Izvestiya Vys. Ucheb. Zaved. Radiofiz.* **3**, 921—936 (1960).
5. V. Ya. Eidman, "Radiation of Plasma Waves by a Charge Moving in a Magnetoactive Plasma," *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **41**, 1971—1977 (1961).
6. V. V. Zheleznyakov and V. Yu. Trakhtengerts, "Influence of the Medium on Generation of Type

IV Solar Radio Emission," *Astron. Zh.* **42**, 1005—1010 (1965).

7. S. A. Kaplan and V. Yu. Trakhtengerts, "On the Theory of Synchrotron Radiation in Magnetoactive Plasma," *Izvestiya Vys. Ucheb. Zaved. Radiofiz.* **10**, 14—18 (1967).

图 4.3 根据文献 6 中图 1。

4.2. 在以下论文中，Twiss 提出了同步加速器辐射的吸收系数可以是负的。

8. R. Q. Twiss, "Radiation Transfer and the Possibility of Negative Absorption in Radio Astronomy," *Australian J. Phys.* **11**, 564—579 (1958).

Twiss 的提法虽然是正确的，但是 Wild, Smerd 和 Weiss (第二章的文献 9) 指出，他是根据了错误的推理。他们证明，在真空中，同步加速器辐射的负吸收是不可能的。不过，如果在等离子体中，折射指数不为 1，则这种负吸收是可能的。Zheleznyakov 以及 McCray 各自独立地指出了这一点，并可参看 Kaplan 的文章。

9. V. V. Zheleznyakov, "Negative Reabsorption of Synchrotron Radiation," *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **51**, 381—386 (1967). (Paper Submitted for publication February 26, 1966.)

10. R. McCray, "Possibility of Maser Action in Cosmic Radio Sources," *Science* **154**, 1320—1323 (1966). (Paper Submitted for publication October 10, 1966.)

11. S. A. Kaplan, "On the Theory of Coherent Synchrotron Radiation of Cosmic Sources," *Astrofiz.* **2**, 409—418 (1966).

关于应用到天体源的射电辐射方面，见

12. V. V. Zheleznyakov, "On the Coherent Synchrotron

Mechanism of Radio Emission from Certain Extraterrestrial Sources," *Astron. Zh.* **44**, 42—54 (1967).

第 4.2 节根据文章 9 写出。图 4.4 及 4.5 取自文献 9。

第五章 参考文献

5.1—5.3. 关于逆康普顿散射的论述可以在第二章文献 35 以及许多教科书，例如以下的两本中找到。第一本中还包括了 Klein-Nishina 公式的推导。

1. W. Heitler, *Quantum Theory of Radiation*, Oxford University Press, 1954.
2. A. I. Akhiezer and V. B. Berestetsky, *Quantum Electrodynamics*, Fizmatgiz, Moscow, 1959.

逆康普顿过程在天文上的应用(特别是在射电源问题上)见以下各文。

3. F. Hoyle, G. R. Burbidge, and W. L. W. Sargent, "On the Nature of the Quasistellar Sources," *Nature* **209**, 751—753 (1966).
4. L. Woltjer, "Inverse Compton Radiation in Quasistellar Objects," *Astrophys. J.* **146**, 597—599 (1966).
5. J. Pfleiderer and M. Grewing, "Inverse Compton Effect: Some Consequences for Quasars," *Science* **154**, 1452—1453 (1966).
6. J. E. Felten and P. M. Morrison, "Omnidirectional Inverse Compton and Synchrotron Radiation from Cosmic Distributions of Fast Electrons and Thermal Photons," *Astrophys. J.* **146**, 686—708 (1968).

第六章 参考文献

6.1. Findlay 评述了绝对强度校准：

1. J. W. Findlay, "Absolute Intensity Calibrations in Radio Astronomy," *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* **4**, 77—94 (1966).

文献 2—20 给出了分立射电源频谱的评述。

2. G. R. Whitfield, "The Spectra of Radio Stars," *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.* **117**, 680—691 (1957).
3. R. G. Conway, K. I. Kellermann, and R. J. Long, "The Radio Frequency Spectra of Discrete Radio Sources," *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.* **125**, 261—284 (1963).
4. K. I. Kellermann, "A Compilation of Radio Sources Flux Densities," *Publ. Owens Valley Rad. Obs.* **1**, No. 1, 1—27 (1964).
5. K. I. Kellermann, "The Spectra of Nonthermal Radio Sources," *Astrophys. J.* **140**, 969—991 (1964).
6. W. C. Erickson and W. M. Cronym, "The Spectra of Radio Sources at Decametric Wavelengths," *Astrophys. J.* **142**, 1156—1170 (1965).
7. W. E. Howard, T. R. Dennis, S. P. Maran, and H. D. Aller, "A Uniform Flux-density System for Observations of Discrete Radio Sources," *Astrophys. J. Supplement.* **10**, 331—349 (1965).
8. C. Hazard, "The Radio Spectrum of Normal Extragalactic Nebulae," *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.* **126**, 489—498 (1963).
9. W. E. Howard, T. R. Dennis, S. P. Maran, and H. D. Aller, "Curvature in Spectra of Non-Thermal Radio Sources," *Nature* **202**, 862—864 (1964).

10. W. A. Dent and F. T. Haddock, "A New Class of Radio Source Spectra," *Nature* **205**, 487—488 (1965).

11. J. W. M. Baars, P. G. Mezger, and H. Wendeker, "A Radio Investigation of NGC 1256 and NGC 1275," *Nature,* **205**, 488—489 (1965).

12. J. W. M. Baars, P. G. Mezger, and H. Wendeker, "The Spectra of the Strongest Non-Thermal Radio Sources in the Centimeter Wavelength Range," *Astrophys. J.* **142**, 122—134 (1965).

13. W. A. Dent and F. T. Haddock, "The Extension of Non-Thermal Radio-Source Spectra to 8000 Mc/s," *Astrophys. J.* **144**, 568—586 (1966).

14. I. I. K. Pauliny-Toth and K. I. Kellermann, "Variations in the Radio Frequency Spectra of 3C 84, 3C 273, 3C 279 and Other Radio Sources," *Astrophys. J.* **146**, 634—645 (1966).

15. V. A. Hughes and R. V. Potter, "Spectrum of the Radio Source 4C 50.11/NRAO 150," *Nature* **217**, 832—833 (1968).

16. R. J. Long, M. A. Smith, P. Stewart, and P. J. S. Williams, "The Radio Spectra of Sources in the Fourth Cambridge Catalogue," *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.* **134**, 371—388 (1966).

17. P. J. S. Williams and P. Stewart, "The Radio Spectra of Sources in the Fourth Cambridge Catalogue. II," *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.* **135**, 319—328 (1967).

18. P. J. S. Williams, R. A. Collins, J. L. Caswell, and D. J. Holden, "The Radio Spectra of Sources in the Fourth Cambridge Catalogue. III," *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.* **139**, 289—311 (1968).

19. P. J. S. Williams and A. H. Bridle, "The Spectral Indices of Radio Sources," *Observatory* **87**, 280—286 (1967).

20. K. I. Kellermann, I. I. K. Pauliny-Toth, and W. C. Tyler, "Measurements of the Flux Density of Discrete Radio Sources at Centimeter Wavelengths. I. Observations at 2695 MHz (11.3 cm)," *Astron. J.* **73**, 298—309 (1968).

6.2. 下文讨论了热频谱:

21. C. M. Wade, "On the Radio Emission of Hydrogen Nebulae," *Australian J. Phys.* **11**, 388—399 (1958).

下列两文分别报导了22厘米和11厘米银河射电源的普查工作。大部分都是热辐射源。

22. G. Westerhout, "A Survey of the Continuous Radiation from the Galactic System at a Frequency of 1390 Mc/s," *Bull. Astron. Inst. Netherlands* **14**, 215—260 (1958).

23. W. Altenhöff, P. G. Mezger, H. Wendeker, and G. Westerhout, "Die Durchmusterung der Milchstrasse und die Quellen-Durchmusterung bei 2.7 GHz," *Veröff. Sternwarte Bonn* **59**, 48—98 (1960).

用6厘米和2厘米波长对 H II 区的观测报导在下面两篇论文中。并参看文献26及27。

24. P. G. Mezger and A. P. Henderson, "Galactic H II Regions. I. Observations of their continuum at the frequency 5 GHz," *Astrophys. J.* **147**, 471—489 (1967).

25. J. W. M. Baars, P. G. Mezger, and H. Wendeker, "The Flux Density of the Strongest Thermal Radio Sources at the Frequency 14.5 GHz," *Z. Astrophys.* **61**, 134—143 (1965).

26. Y. Terzian, "Radio Emission from H II Regions," *Astrophys. J.* **142**, 135—147 (1965).

27. M. Ryle and D. Downes, "High Resolution Radio Observations of an Intense H II Region in Cygnus X," *Astrophys. J.* **148**, L17—21 (1967).

下文为银河面上经度 180°—40° 范围内 80 个源的星表，由 Molonglo 十字射电望远镜在 408 兆赫上记录得到。

28. M. J. L. Kesteven, "A Catalogue of Galactic Radio Sources," *Australian J. Phys.* **21**, 369—376 (1968).

Lynds 用 1400 兆赫和 3000 兆赫对行星状星云进行了观测；Menon 和 Terzian 用 1410 兆赫和 750 兆赫，Ficarra，Barbieri 和 Ficarra，以及 Slee 和 Orchiston 用 408 兆赫进行了同样的观测。

29. C. R. Lynds, "Observations of Planetary Nebulae at Centimeter Wavelengths," *Publ. Natl. Rad. Astron. Obs.* **1**, 85—97 (1961).

30. T. K. Menon and Y. Terzian, "Radio Observations of Planetary Nebulae," *Astrophys. J.* **141**, 745—749 (1965).

31. A. Ficarra, "Radio Emission from Fourteen Planetary Nebulae at 408 MHz," *Nuovo Cimento* **52B**, 267—269 (1967).

32. C. Barbieri and A. Ficarra, "Observations of Planetary Nebulae at 408 MHz," *Laboratorio Nazionale di Radioastronomia Preprint*, December, 1967.

33. O. B. Slee and D. W. Orchiston, "A Preliminary Radio Survey of Planetary Nebulae South of Declination 24 Degrees," *Australian J. Phys.* **18**, 187—191 (1965).

6.3. 关于同步加速器辐射源的电子能量分布，见下列四文：

34. H. Tunmer, "The Relation of Cosmic Radio Emission to the Electronic Component of Cosmic Rays," *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.* **119**, 184—193 (1959).
35. N. S. Kardashev, A. D. Kuzmin, and S. I. Syrovatsky, "The Nature of the Emission from the Radio Galaxy Cygnus A," *Astron. Zh.* **39**, 216—221 (1962).
36. N. S. Kardashev, "Nonstationariness of Spectra of Young Sources of Non-thermal Radio Emission," *Astron. Zh.* **39**, 393—409 (1962).
37. N. S. Kardashev, "Nature of the Radio Galaxy Cygnus A," *Astron. Zh.* **40**, 965—971 (1963).

文献 36 包含有电子能量分布与坐标无关的方程的解，其中考虑了许多减速和加速过程。电子能量分布与坐标有关的问题以及在一个源中的电子扩散方程由 Syrovatsky 讨论过：

38. S. I. Syrovatsky, "The Distribution of Relativistic Electrons in the Galaxy and the Spectrum of Synchrotron Radio Emission," *Astron. Zh.* **36**, 17—32 (1959).

图 6.2 取自文献 34。

6.4. 第三章的文献 27—29 中讨论了 C_L 频谱，下列各文也讨论了这个问题。

39. R. J. Lamden and A. C. B. Lovell, "The Low Frequency Spectrum of the Cygnus (19N4A) and Cassiopeia (23N5A) Radio Sources," *Phil. Mag.* Ser. 8, **1**, 725—738 (1956).
40. A. C. B. Lovell and H. W. Wells, "The Spectrum of the Cygnus (19N4A) and Cassiopeia (23N5A) Radio Sources Below 30 Mc/s," *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.* **121**, 111—114 (1960).
41. G. R. A. Ellis, "Extra-Galactic Radio Emission at

4.8 Mc/s," *Nature* **193**, 258—259 (1962).

42. K. I. Kellerman, R. J. Long, L. R. Allen, and M. Moran, "A Correlation between the Spectra of Non-Thermal Radio Sources and their Brightness Temperatures," *Nature* **195**, 692—693 (1962).
43. J. M. Hornby and P. J. S. Williams, "Radio Sources Having Spectra with a Low Frequency Cut-Off," *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.* **131**, 237—246 (1966).
44. P. J. S. Williams, "Magnetic Field within Some Quasistellar Radio Sources," *Nature* **210**, 285—286 (1966).
45. A. H. Bridle, "New Limits to the Magnetic Field Strengths within Some Radio Sources," *Observatory* **87**, 263—267 (1967).
46. J. G. Bolton, F. F. Gardner, M. B. Mackey, "A Radio Source with a Very Unusual Spectrum," *Nature* **199**, 682—683 (1963).
47. K. I. Kellerman, "The Radio Source 1934—63," *Australian J. Phys.* **19**, 195—207 (1966).
48. P. A. G. Scheuer, "Radio Structure of 3C 273 and Spectra of Radio Sources," *in* I. Robinson, A. Schild, and E. L. Schucking, eds., *Quasistellar Sources and Gravitational Collapse*. University of Chicago Press, 1965. Chapter 28.
49. P. J. S. Williams, "The Spectra of the Radio Sources 3C 343 and 343.1," *Observatory* **86**, 67—68 (1966).
50. B. M. Andrew, "The Flux Densities of Twenty Radio Sources at 13.1 Mc/s," *Astrophys. J.* **147**, 423—432 (1967).
51. A. H. Bridle and C. R. Purton, "Observations of

Radio Sources at 10.03 MHz," *Astron. J.* 73, 717—726 (1968).

52. I. I. K. Pauliny-Toth and K. I. Kellerman, "Measurements of the Flux Density and Spectra of Discrete Radio Sources at Centimeter Wavelengths, II. The Observations at 5 GHz (6 cm)," *Astron. J.* **73**, 953—969 (1968).

6.5. 第 5 节的写法大体上根据文献 37。

6.6. Kellerman 这篇文章提出并发展了以重复射出按幂定律分布的电子束作为对 S 频谱的解释。

53. K. I. Kellerman, "On the Interpretation of Radio-Source Spectra and the Evolution of Radio Galaxies and Quasi Stellar Sources," *Astrophys. J.* **146**, 621—633 (1966).

第七章 参考文献

7.1—7.2. 附录 4 中列出了用光学目标对射电源进行证认的文章。Minkowski 在以下评述性文章中在某种程度上讨论了超新星遗迹的射电辐射,并可参考文献 2—7。

1. R. Minkowski, "Supernovae and Supernovae Remnants," *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* **2**, 247—266 (1963).

2. I. S. Shklovsky, "The Nature of Supernovae," *Astron. Zh.* **37**, 369—610 (1960).

3. D. S. Heeschen and B. L. Meredith, "Secular Variations of the Flux Density of the Radio Source Cassiopeia A," *Nature* **190**, 705—706 (1961).

4. C. H. Mayer, T. P. McCullough, R. M. Sloanaker, and F. T. Haddock, "Secular Variation of the λ9.4-cm Radio Emission from Discrete Sources," *Astrophys. J.* **141**, 867—872 (1965).

5. D. E. Harris, "The Radio Spectrum of Supernova Remnants," *Astrophys. J.* **135**, 661—678 (1962).

6. D. E. Hogg, "The Radio Structure of IC 443," *Astrophys. J.* **140**, 992—1001 (1964).

7. E. R. Hill, "Some Observations of Shell-Type Galactic Radio Sources," *Australian J. Phys.* **20**, 297—307 (1967).

文献2提出了用射电方法确定超新星遗迹的距离。第六章的文献21—33涉及了热射电源。Mills 在以下文章中评述了连续银河辐射，Burke 的文章则对银河中心方向的辐射作了评述。这方面进一步的参考文献，可以从这些文献中找到。

8. B. Y. Mills, "Nonthermal Radio Frequency Radiation from the Galaxy," *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* **2**, 185—212 (1963).

9. B. F. Burke, "Radio Radiation from the Galactic Nuclear Region," *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* **3**, 275—296 (1964).

Lovell 评述了耀星的射电辐射，文中列出了其他有关文献。

10. A. C. B. Lovell, "Radio Stars in the Galaxy," *Observatory* **84**, 191—210 (1964).

以下文章中报导了脉冲星的发现。

11. A. Hewish, S. J. Bell, J. D. H. Pilkington, P. F. Scott and R. A. Collins, "Observation of a Rapidly Pulsating Radio Source," *Nature* **217**, 709—713 (1968).

1968年上半年关于脉冲星方面的文献列在 Maran 和 Cameron 的文中。

12. S. P. Maran and A. G. W. Cameron, "Pulsars," *Phys. Today* **21**, 41—49 (1968).

关于联系到河外射电源的光学形状的描述，见

13. T. A. Matthews, W. W. Morgan, and M. Schmidt, "A Discussion of Galaxies Identified with Radio Sources," *Astrophys. J.* **140**, 35—49 (1964).

以下六篇报导了对NGC星系射电辐射的研究(并参阅第六章文献8及其所引用的参考文献)。

14. D. S. Heeschen, "Radio Observation of Galaxies," *Publ. Nat. Rad. Astron. Obs.* 1, 129—154 (1961).

15. D. S. Heeschen and C. M. Wade, "A Radio Survey of Galaxies," *Astron. J.* **69**, 277—287 (1964).

16. H. M. Tovmassian, "On the Radio Emission from Some Peculiar Galaxies," *Australian J. Phys.* **19**, 565—572 (1966).

17. K. I. Kellermann and I. I. K. Pauliny-Toth, "A Search for Radio Emission from Blue Stellar Objects and Seyfert Galaxies," *Nature* **212**, 781—782 (1966).

18. M. L. De Jong, "Radio Observations of Galaxies," *Astrophys. J.* **150**, 1—8 (1967).

19. H. M. Tovmassian, "Radio Emission of 158 Galaxies," *Australian J. Phys.* **21**, 193—199 (1968).

有关类星体问题的大量最新的评述以及大量的参考文献，见

20. G. Burbidge and M. Burbidge, *Quasi-stellar Objects,* W. H. Freeman and Company, San Francisco, 1967.

下一篇文章评述了关于 Seyfert 核、N星系以及其他有关目标的问题，并包括了大量的参考文献。

21. A. G. Pacholczyk and R. J. Weymann, eds., "Proceedings of the Conference on Seyfert Galaxies and

Related Objects," *Astron. J.* **73**, 836—918 (1968).

Moffet 在以下文章中评述了河外射电源结构的研究，并给出了参考文献。

22. A. T. Moffet, "The Structure of Radio Galaxies," *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* **4**, 145—170 (1966).

关于射电源直径闪烁的较新研究，见第一章文献。射电源偏振研究结果的评述以及大量的参考文献，见

23. F. F. Gardner and J. B. Whiteoak, "The Polarization of Cosmic Radio Waves," *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* 4, 245—292 (1966).

下一篇文章总结并讨论了河外射电源的强度变化，并提供了大量参考文献。

24. K. I. Kellermann and I. I. K. Pauliny-Toth, "Variable Radio Sources," *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* **6**, 417—448 (1968).

相对说来，关于射电展源的膨胀模型有着相当大量的文章，以下十五篇都是针对这个问题的。

25. F. Hoyle, "Radio-Source Problems," *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.* **120**, 338—359 (1960).

26. I. S. Shklovsky, "Secular Variation of the Flux and Intensity of Radio Emission from Discrete Radio Sources," *Astron. Zh.* **37**, 256—264 (1960).

27. I. S. Shklovsky, "Radio Galaxies," *Astron. Zh.* **37**, 945—1152 (1960).

28. I. S. Shklovsky, "On the Nature of Radio Galaxies," *Astron. Zh.* **39**, 591—606 (1962).

29. I. S. Shklovsky, "Nature of Jets in Radio Galaxies," *Astron. Zh.* **7**, 972—981 (1963).

30. I. S. Shklovsky, "A Possible Secular Change in the Flux and Spectrum of the Radio Source 1934—63,"

Astron. Zh. **42**, 30—32 (1965).

31. H. van der Laan, "Radio Galaxies. I. The Interpretation of Radio Source Data," *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.* **126**, 519—533 (1963).
32. H. van der Laan, "Radio Galaxies. II. A Model of Extended Sources," *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.* **126**, 535—552 (1963).
33. I. I. K. Pauliny-Toth and K. I. Kellermann, "Variations in the Radio Frequency Spectra of 3C 84, 3C 273, 3C 279, and Other Radio Sources," *Astrophys. J.* **146**, 634—645 (1966).
34. H. van der Laan, "The Structure of Radio Galaxies," *Z. Astrophys.* **64**, 17—26 (1966).
35. H. van der Laan, "A Model for Variable Extragalactic Radio Sources," *Nature* **211**, 1131—1133 (1966).
36. A. G. Pacholczyk, "Evolution of Extended Radio Sources," *Astrophys. J.* **142**, 1141—1148 (1965).
37. M. Ryle and M. S. Longair, "A Possible Method for Investigating the Evolution of Radio Galaxies," *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.* **136**, 123—140 (1967).
38. D. S. Heeschen, "The Absolute Radio Luminosity and Surface Brightness of Extragalactic Radio Sources," *Astrophys. J.* **146**, 517—522 (1966).
39. M. Simon and F. D. Drake, "An Evolutionary Sequence for Strong Radio Sources," *Nature* **215**, 1457—1459 (1967).

Burbidge 发展了一种估计储存在一个射电源中的最低总能量的方法。

40. G. R. Burbidge, "On Synchrotron Radiation from

Messier 87," *Astrophys. J.* **124**, 416—429 (1956).

关于源的统计寿命的讨论，见

41. M. Schmidt, "Lifetimes of Extragalactic Radio Sources," *Astrophys. J.* 146, 7—12 (1966).

第八章 参考文献

8.1. 除了已经测到的谱线外，其他谱线的银河无线电波谱学的可能性在下列六篇文章中考虑到：

1. I. S. Shklovsky, "Problems of Galactic Radiospectroscopy," in his *Cosmic Radio Waves*, Chap. 17, Gostechizdat, Moscow, 1956; and Harvard University Press, 1960.
2. A. H. Barrett, "Spectral Lines in Radio Astronomy," *Proc. IRE* **46**, 250—259 (1958).
3. A. E. Douglas and G. A. Elliott, "Laboratory Investigations of the Interstellar Radio-Frequency Lines of CH and Other Molecules," *Canadian J. Phys.* **43**, 496—502 (1965).
4. G. Herzberg, "Molecular Spectroscopy and Astrophysical Problems," *J. Opt. Soc. Am.* **55**, 229—238 (1965).
5. W. Miller Goss, "A New Determination of the Frequency of the Interstellar Radio Line of CH," *Astrophys. J.* **145**, 707—714 (1966).
6. B. J. Robinson, "Radio Observations of Interstellar Molecules," *in* H. van Woerden, ed., *Radio Astronomy and the Galactic System* (I.A.U. Symposium No. 31), pp. 49—64, Academic Press, London, 1967.

8.2. 在这里不可能给出 21 厘米谱线观测的完整的文献，因此，只能引用几篇主要的有历史意义的文献以及几篇最近的

评论性文章。观测星际空间中性氢 21 厘米谱线的可能性是由 Bakker 和 van der Hulst 提出的，在 1951 年第一次观测到这根谱线。文献 8—10 报导了这些观测。

7. C. J. Bakker and H. C. van der Hulst, "Radiogolven uit het wereldruim," *Nederlands Tijds. Nat.* **11**, 201—221 (1945).

8. H. I. Ewen and E. M. Purcell, "Radiation from Galactic Hydrogen at 1,420 Mc/sec.," *Nature* **168**, 356 (1951).

9. C. A. Muller and J. H. Oort, "The Interstellar Hydrogen Line at 1,420 Mc/sec. and an Estimate of Galactic Rotation," *Nature* **168**, 357—358 (1951).

10. W. Christiansen and J. Hindman, "A Preliminary Survey of 1,420 Mc/s Line Emission from Galactic Hydrogen," *Australian J. Sci. Res.* **5**, 437—455 (1952).

下列文章报导了研究银河面上中性氢分布的基本工作。

11. H. C. van der Hulst, C. A. Muller, and J. H. Oort, "The Spiral Structure of the Outer Part of the Galactic System Derived from Hydrogen Emission at 21 cm Wavelength," *Bull. Astron. Inst. Netherlands* **12**, 117—149 (1954).

12. G. Westerhout, "The Distribution of Atomic Hydrogen in the Outer Parts of the Galactic System," *Bull. Astron. Inst. Netherlands* **13**, 201—246 (1957).

13. M. Schmidt, "Spiral Structure in the Inner Parts of the Galactic System Derived from the Hydrogen Emission at 21 cm Wavelength," *Bull. Astron. Inst. Netherlands* **13**, 247—268 (1957).

14. C. A. Muller and G. Westerhout, "A Catalogue of 21 cm Line Profiles," *Bull. Astron. Inst. Nether-*

lands **13**, 155—195 (1957).

15. F. J. Kerr, J. V. Hindman, and C. S. Gum, "A 21 cm Survey of the Southern Milky Way," *Australian J. Phys.* **12**, 270—292 (1959).

从 21 厘米的观测来定出银河自转是由 Kwee, Muller 和 Westerhout，以及 Kerr 作出的。

16. K. K. Kwee, C. A. Muller, and G. Westerhout, "The Rotation of the Inner Parts of the Galactic System," *Bull. Astron. Inst. Netherlands* **12**, 211—222 (1954).

17. F. J. Kerr, "Galactic Velocity Models and the Interpretation of 21-cm Surveys," *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.* **123**, 327—345 (1962).

以下各篇讨论了 21 厘米谱线的激发。

18. J. P. Wild, "The Radio Frequency Line Spectrum of Atomic Hydrogen and its Application in Astronomy," *Astrophys. J.* **115**, 206—221 (1952).

19. S. A. Wouthuysen, "On the Excitation Mechanism of the 21 cm Interstellar Hydrogen Emission Line," *Astron. J.* **57**, 31—32 (1952).

20. E. M. Purcell and G. B. Field, "Influence of Collisions Upon Population of Hyperfine States in Hydrogen," *Astrophys. J.* **124**, 542—549 (1956).

21. G. B. Field, "Excitation of the Hydrogen 21 cm Line," *Proc. IRE* **46**, 240—250 (1958).

Heeschen 以及 Kerr 和 Westerhout 写了银河系里中性氢 21 厘米线的研究的评论。

22. D. S. Heeschen, "Galactic Hydrogen Line Studies," *in* H. P. Palmer, R. D. Davies, and M. I. Large, eds., *Radio Astronomy Today*, Chap. 9, Harvard University Press, Cambridge, 1963.

23. F. J. Kerr and G. Westerhout, "Distribution of Interstellar Hydrogen," *in* A. Blaauw and M. Schmidt, eds., *Galactic Structure*, Chap. 9, pp. 167—202, University of Chicago Press, 1965.

van Woerden, Rougoor 和 Oort 发现了在离银河中心大约 3 千秒差距处的正在膨胀的内旋涡臂。Rougoor 和 Oort 对银河中心作了大量的研究。

24. H. van Woerden, G. W. Rougoor and J. H. Oort, "Expansion d'une structure spirale dans le noyau du Système Galactique, et position de la radiosource Sagittarius A," *Compt. Rend.* **244**, 1691—1695 (1957).

25. G. W. Rougoor and J. H. Oort, "Distribution and Motion of Interstellar Hydrogen in the Galactic System with Particular Reference to the Region within 3 Kiloparsecs of the Center," *Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.* **46**, 1—13 (1960).

关于银河系中中性氢的分布和运动的问题，对于非中心区，Lindblad 最近发表了评论;而 Kerr 则发表了对于中心区的评论。关于邻近星系中的中性氢分布由 Roberts 作了评述。

26. P. O. Lindblad, "Distribution and Systematic Motions of Neutral Hydrogen," I. A. U. Symposium No. 31, pp. 143—160（见文献 6)。

27. F. J. Kerr, "Interstellar Gas in the Central Region of the Galaxy," I. A. U. Symposium No. 31, pp. 239—251（见文献 6)。

28. M. S. Roberts, "The Hydrogen Distribution in Galaxies," I. A. U. Symposium No. 31, pp. 189—197（见文献 6)。

The volume of the proceedings of the I. A. U. Symposium

No. 31（见文献 6）中载有许多最近的 21 厘米银河的研究的文章。

8.3. Shklovsky 首先提到在星际空间中观测 18 厘米羟线的可能性。对它的观测，Barrett 和 Lilley 作了第一次不成功的尝试。

29. I. S. Shklovsky, "Possibility of Observing the Monochromatic Radiation from Interstellar Molecules," *Dokl. Akad. Nauk SSSR* **92**, 25—28 (1953).
30. A. H. Barrett and A. E. Lilley, "A Search for the 18 cm Line of OH in Interstellar Medium," *Astron. J.* **62**, 5—6 (1957).

星际 OH 线为 Weinreb, Barrett, Meeks, 和 Henry 所发现。他们的论文报导了在 Cas A 源中测到了两根较强的 OH 吸收线。后来，其他人在银河中心测到了 OH（吸收）线（文献 32 及 33）。银河中心和 Cas A 中 OH 线的进一步观测见文献 34—37。

31. S. Weinreb, A. H. Barrett, M. L. Meeks, and J. C. Henry, "Radio Observations of OH in the Interstellar Medium," *Nature* **200**, 829—831 (1963).
32. J. G. Bolton, K. J. van Damme, F. F. Gardner, and B. J. Robinson, "Observation of OH Absorption Lines in the Radio Spectrum of the Galactic Centre," *Nature* **201**, 279—281 (1964).
33. S. J. Goldstein, Jr., E. J. Gundermann, A. A. Penzias, and A. E. Lilley, "OH Absorption Spectra in Sagittarius," *Nature* **203**, 65 (1964).
34. N. H. Dieter and H. I. Ewen, "Radio Observations of the Interstellar OH Line at 1,667 Mc/s," *Nature* **201**, 279—281 (1964).
35. H. F. Weaver and D. R. W. Williams, "OH Ab-

sorption Profile in the Direction of Sagittarius A," *Nature* **201**, 380 (1963).

36. A. H. Barrett, M. L. Meeks, and S. Weinreb, "High-resolution Microwave Spectra of H and OH Absorption Lines in Cassiopeia A," *Nature* **202**, 475—476 (1964).

37. B. J. Robinson, F. F. Gardner, K. J. van Damme, and J. G. Bolton, "An Intense Concentration of OH Near the Galactic Centre," *Nature* **202**, 989—991 (1964).

以下文章报导了在 W49 源中发现了 OH（发射）线。作者们报导了超精细谱线分量的反常强度，意味着有一个我们很不熟悉的激发机制。

38. H. F. Weaver, D. R. W. Williams, N. H. Dieter, and W. T. Lum, "Observations of a Strong Unidentified Microwave Line and of Emission from the OH Molecule," *Nature* **208**, 29—31 (1965).

然后发现到 OH 发射有着高度线偏振（文献 39），而且变动很大（文献 40），随后的工作（见文献 41—44）证实了这些发现。

39. S. Weinreb, M. L. Meeks, J. C. Carter, A. H. Barrett, and A. E. E. Rogers, "Observations of Polarized OH Emission," *Nature* **208**, 440—441 (1965).

40. N. H. Dieter, H. F. Weaver, and D. R. W. Williams, "Secular Variations in the Radio Frequency Emission of OH," *Astron. J.* **71**, 160 (1966).

41. B. Zuckerman, A. E. Lilley, and H. Penfield, "OH Emission in the Direction of Radio Source W49," *Nature* **208**, 441—443 (1965).

42. R. X. McGee, B. J. Robinson, F. F. Gardner, and J. G. Bolton, "Anomalous Intensity Ratios of the

Interstellar Lines of OH in Absorption and Emission," *Nature* **208**, 1193—1195 (1965).

43. H. F. Weaver, D. R. W. Williams and N. H. Dieter, "OH Radio-Frequency Emission Near Very Bright H II Regions," *Astron. J.* **71**, 184 (1966).

44. D. R. W. Williams, N. H. Dieter, and H. F. Weaver, "The Linear Polarization of the OH Emission," *Astron. J.* **71**, 186 (1966).

Davies, de Jager 和 Verschuur 以及 Barrett 和 Rogers 观测到了 OH 辐射的圆偏振。

45. R. D. Davies, G. de Jager, and G. L. Verschuur, "Detection of Circular Polarization in the OH Emission Sources Near W3 and W49," *Nature* **209**, 974—977 (1966).

46. A. H. Barrett and A. E. E. Rogers, "Observations of Circularly Polarized OH Emission and Narrow Spectral Features," *Nature* **210**, 188—190 (1966).

下面各篇报导了关于 OH 射电谱线的偏振的进一步工作。

47. M. L. Meeks, J. A. Ball, and J. C. Carter, "The Polarization Parameters for OH Emission from W3," *Astron. J.* **71**, 392—393 (1966).

48. M. L. Meeks, J. A. Ball, J. C. Carter, and R. P. Ingalls, "Stokes Parameters for 1665-Megacycles-per-second Emission from OH near Source W3," *Science* **153**, 978—981 (1966).

49. A. E. E. Rogers, and J. M. Moran, P. P. Crowther, B. F. Burke, M. L. Meeks, J. A. Ball, and G. M. Hyde, "Interferometric Study of Cosmic Line Emission at OH Frequencies," *Phys. Rev. Letters* **17**, 450—452 (1966).

50. F. F. Gardner, R. X. McGee and B. J. Robinson, "18 cm OH-Line Radiation from NGC 6334," *Australian J. Phys.* **20**, 309—324 (1967).

以下文章报导 OH 发射区精细结构的研究。

51. A. E. E. Rogers, J. M. Moran, P. P. Crowther, B. F. Burke, M. L. Meeks, J. A. Ball, and G. M. Hyde, "The Positions and Angular Extent of OH Emission Associated with the H II Regions W3, W24, W49 and NGC 6334," *Astrophys. J.* **147**, 369—377 (1967).

52. D. D. Cudaback, R. B. Read, and G. W. Rougoor, "Diameters and Positions of Three Sources of 18 cm OH Emission," *Phys. Rev. Letters* **17**, 452—455 (1966).

53. R. D. Davies, B. Rowson, R. S. Booth, A. J. Cooper, H. Gent. R. L. Adgie, and J. H. Crowther, "Measurements of OH Emission Sources with an Interferometer of High Resolution," *Nature* **213**, 1109—1110 (1967).

54. J. M. Moran, P. P. Crowther, B. F. Burke, A. H. Barrett, A. E. E. Rogers, J. A. Ball, J. C. Carter, and C. C. Bare, "Spectral Line Interferometry with Independent Time Standards at Stations Separated by 845 kilometers," *Science* **157**, 676—677 (1967).

55. P. Palmer and B. Zuckerman, "Observations of Galactic OH," *Astrophys. J.* **148**, 727—744 (1967).

56. V. A. Hughes and R. Butler, "Radio Source W49 and Anomalous OH Emission," *Nature* **215**, 941—942 (1967).

57. W. Miller Goss, "OH Absorption in the Galaxy," *Astrophys. J. Supplement* **15**, 131—202 (1968).

58. H. F. Weaver, N. H. Dieter, and D. R. W. Wil-

liams, "Observations of OH Emission in W3, NGC 6334, W49, W51, W75 and Ori A," *Astrophys. J. Supplement* **16**, 219—274 (1968).

Heiles 以及 Ball 和 Meeks 测到了星际尘埃云中的正常 OH 发射。

59. C. E. Heiles, "Normal OH Emission and Interstellar Dust Clouds," *Astrophys. J.* **151**, 919—934 (1968).

60. J. A. Ball and M. L. Meeks, "Observations of Galactic OH Emission," *Astrophys. J.* **153**, 577—594 (1968).

以下五篇文章以及文献 6 评述了在射电波段上星际 OH 的观测。

61. B. J. Robinson, "Hydroxyl Radicals in Space," *Sci. Am.* **213**, 26—33 (1965).

62. N. M. Dieter, H. F. Weaver, and D. R. W. Williams, "The Interstellar Hydroxyl Radio Emission," *Sky and Telescopes* **31**, No. 3, 2—6 (1966).

63. N. H. Dieter and W. Miller Goss, "Recent Work on the Interstellar Medium," *Rev. Mod. Phys.* **38**, 256—297 (1966).

64. A. H. Barrett, "Radio Observations of Interstellar Hydroxyl Radicals," *Science* **157**, 881—889 (1967).

65. B. J. Robinson and R. X. McGee, "OH Molecules in the Interstellar Medium," *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* 5, 183—212 (1967).

Ehrenstein、Townes 和 Stevenson 对 OH 基 $^2\Pi_{3/2}$ 电子态的 $J=3/2$ 旋转态的 Λ 双重跃迁频率作了计算，并在实验室中测出。

66. G. Ehrenstein, C. H. Townes, and M. J. Stevenson,

"Ground State Doubling Transitions of OH Radical," *Phys. Rev. Letters* **3**, 40—41 (1959).

有几个作者计算了 OH 射电谱线的跃迁几率，虽然有时没有算对；这个问题的讨论和参考文献，见以下文章(本书中引用的爱因斯坦系数取自这篇文献)。

67. A. Carrington and T. A. Miller, "Einstein A Coefficient for the 18 cm Transition of OH," *Nature* **214**, 998—999 (1967).

文献 40，43 和 47 以及下面的十一篇文章中讨论了星际 OH 射电辐射的机制。

68. J. L. Symmonds, "Formation of Hydroxyl Molecules in Interstellar Space," *Nature* **208**, 1195—1196 (1965).

69. I. S. Shklovsky, "Emission of Mysterium as a Maser Effect," *Astron. Tzirk.* No. 372, 1—6 (1966).

70. F. Perkins, T. Gold, and E. E. Salpeter, "Maser Action in Interstellar OH," *Astrophys. J.* **145**, 361—366 (1966).

71. I. D. Johnson, "A Mechanism for Maser Action of OH Molecules in Interstellar Space," *Cornell-Sydney Univ. Astron. Center Report* No. 46 (1966).

72. M. M. Litvak, A. L. McWhorter, M. L. Meeks, and M. J. Zeiger, "Maser Model for Interstellar OH Microwave Emission," *Phys. Rev. Letters* **17**, 821—826 (1966).

73. A. H. Cook, "Suggested Mechanism for the Anomalous Excitation of OH Microwave Emission from H II Regions," *Nature* **210**, 611—612 (1966).

74. C. V. Meer, "Theory for the Polarization of Cosmic OH^- 18 cm Radiation," *Phys. Rev. Letters* **17**, 774—775 (1966).

75. P. L. Bender, "Polarization of Cosmic OH- 18 cm Radiation," *Phys. Rev. Letters* **18**, 562—564 (1967).

76. A. H. Cook, "Brightness and Temporal Variation of Radio Emission from Galactic OH," *Nature* **214**, 689—690 (1967).

77. V. A. Hughes, "Mechanism for Anamolous OH Emission from H II Regions," *Nature* **215**, 942—943 (1967).

78. J. A. Ball and D. H. Staelin, "Classification of OH Radio Emission Sources," *Astrophys. J.* **153**, 141—146 (1968).

以下两篇讨论了在中性氢区域中 OH 的激发。

79. A. E. E. Rogers and A. H. Barrett, "Excitation Temperature of the 18 cm Line of OH in H I Regions," *Astrophys. J.* **151**, 163—175 (1968).

80. W. Miller Goss and G. B. Field, "Collisional Excitation of Low Energy Permitted Transition by Charged Particles," *Astrophys. J.* **151**, 177—185 (1968).

文献 81 报导测到了星际羟 $^2\Pi_{1/2}$, $J = 1/2$ 激发态的 Λ 双重线辐射，文献 82 报导测到了 OH 的 $^2\Pi_{3/2}$, $J = 5/2$ Λ 双重线。

81. B. Zuckerman, P. Palmer, H. Penfield, and A. E. Lilley, "Detection of Microwave Radiation from the $^2\Pi_{1/2}$, $J = 1/2$ State of OH," *Astrophys. J.* **153**, L69—L76 (1969).

82. J. L. Yen, B. Zuckerman, P. Palmer, and H. Penfield, "Detection of the $^2\Pi_{3/2}$, $J = 5/2$ State of OH at 5-Centimeter Wavelength," *Astrophys. J.* **156**, L27—L32 (1969).

文献 83 第一次报导测到了星际氨线。 氨线的进一步观

测在文献 84 中报导。

83. A. C. Cheung, D. M. Rank, C. H. Townes, D. D. Thornton, and W. J. Welch, "Detection of NH_3 Molecules in the Interstellar Medium by Their Microwave Emission," *Phys. Rev. Letters* **21**, 1701—1705 (1968).

84. A. C. Cheung, D. M. Rank, C. H. Townes, and W. J. Welch, "Further Microwave Emission Lines and Clouds of Ammonia in Our Galaxy," *Nature* **221**, 917—919 (1969).

以下两篇文章以及文献 84 报导了星际水的观测，而测量星际水的可能性则在此之前曾由 Snyder 和 Buhl（文献 87）讨论过。

85. A. C. Cheung, D. M. Rank, C. H. Townes, D. D. Thornton, and W. J. Welch, "Detection of Water in Interstellar Regions by its Microwave Radiation," *Nature* **221**, 626—628 (1969).

86. S. H. Knowles, C. H. Mayer, A. C. Cheung, D. M. Rank, and C. H. Townes, "Spectra, Variability, Size and Polarization of H_2O Microwave Emission Sources in the Galaxy," *Science* **163**, 1055—1057 (1969).

87. L. E. Snyder and D. Buhl, "Water-Vapor Clouds in the Interstellar Medium," *Astrophys. J.* **155**, L65—L69 (1969).

Snyder, Buhl, Zuckerman 和 Palmer 测到了星际介质中的甲醛，而 Oka, Takagi 和 Morino 讨论了甲醛有关能级的超精细结构。

88. L. E. Snyder, D. Buhl, B. Zuckerman, and P. Palmer, "Microwave Detection of Interstellar Formaldehyde," *Phys. Rev. Letters* **22**, 679—681 (1969).

89. T. Oka, K. Takagi, and Y. Morino, "Microwave Spectrum of Formaldehyde in Vibrationally Excited States," *J. Mol. Spectry.* **14**, 27—52 (1964).

为了熟悉气体微波波谱学，可以阅读以下专著：

90. C. H. Townes and A. L. Schawlow, *Microwave Spectroscopy,* McGraw-Hill, New York, 1955.

图 8.1 为文献 87 中图 1 的变种；图 8.2，8.3 及 8.4 取自文献 64，83 及 87；图 8.5 为文献 88 的图的变种。

8.4. Kardashev 在以下文章中提出银河电离氢区中复合谱线的射电观测。

91. N. S. Kardashev, "On the Possibility of Detection of Allowed Lines of Atomic Hydrogen in the Radio Frequency Spectrum," *Astron. Zh.* **36**, 838—844 (1959).

Dravskikh 和 Dravskikh 以及 Sorochenko 和 Borodzich 测到了 104α 及 90α 氢线（Vitkevich 在 1964 年国际天文协会第 12 届大会上报告了 Sorochenko 和 Borodzich 的发现）。

92. Z. V. Dravskikh and A. F. Dravskikh, "An Attempt of Observation of an Excited Hydrogen Radio-line," *Astron. Tzirk.* No. 282, 2—4 (1964).

以下文章报导了其他氢复合线(109α, 126α, 156α, 158α, 166α, 253α)的观测。

93. B. Höglund and P. G. Mezger, "Hydrogen Emission Line $n_{110} \rightarrow n_{109}$ Detection at 5009 Megahertz in Galactic H II Regions," *Science* **150**, 339—340 and 347—348 (1965).

94. A. E. Lilley, D. H. Menzel, H. Penfield, and B. Zuckerman, "Detection of Hydrogen Emission Lines $n_{159} \rightarrow n_{158}$ and $n_{157} \rightarrow n_{156}$ in Galactic H II Regions," *Nature* **209**, 468—470 (1966).

95. P. Palmer and B. Zuckerman, "Detection of Hydrogen Emission Line 166α in M17," *Nature* **209**, 1118 (1966).

96. H. Penfield, P. Palmer, and B. Zuckerman, "Detection of the Hydrogen Emission Line 253α," *Astrophys. J.* **148**, L25—L28 (1967).

97. R. X. McGee and F. F. Gardner, "Hydrogen Recombination Lines 126α and 166α Observed in Galactic H II Regions," *Nature* **213**, 579 (1967).

98. P. G. Mezger and B. Höglund, "Galactic H II Regions. II," *Astrophys. J.* **147**, 490—518 (1967).

Gordon 和 Meeks 测到了 94α 和 148δ 氢谱线；Zuckerman, Palmer, Penfield 和 Lilley 观测了 137β 及 148δ 线；Gardner 和 McGee 报导了 158β 和 159β 线的观测。

99. M. A. Gordon and M. L. Meeks, "Observations of the 94α and 148δ Hydrogen and 94α Helium Emission Lines in the Orion Nebula," *Astrophys. J.* **149**, L21—25 (1967).

100. B. Zuckerman, P. Palmer, H. Penfield, and A. E. Lilley, "On the Electron Temperatures of H II Regions," *Astrophys. J.* **149**, L61—L64 (1967).

101. F. F. Gardner and R. X. McGee, "Detection of β Transitions in the Recombination Spectrum of Hydrogen near 9 cm Wavelength," *Nature* **213**, 480—481 (1967).

以下文章报导测出了 156α, 158α 和 159α 氦线，文献 99 中报导测出了 94α 氦线。

102. A. E. Lilley, P. Palmer, H. Penfield, and B. Zuckerman, "Radio Astronomical Detection of Helium," *Nature* **211**, 174—175 (1966).

Palmer 等人(文献 103)测到了 109α 碳谱线，谱线的证认

是由 Goldberg 和 Dupree（文献 104)作出的。

103. P. Palmer, B. Zuckerman, H. Penfield, A. E. Lilley, and P. G. Mezger, "Detection of a New Microwave Spectral Line," *Nature* **215**, 40—41 (1967).

104. L. Goldberg and A. K. Dupree, "Population of Atomic Levels by Dielectronic Recombination," *Nature* **215**, 41—43 (1967).

Lilley 和 Palmer 对复合谱线频率作了计算并制了表。

105. A. E. Lilley and P. Palmer, "Tables of Radio Frequency Recombination Lines," *Astrophys. J. Supplement* **16**, 143—174 (1968).

Griem 讨论了复合谱线的斯塔克致宽。

106. M. R. Griem, "Stark Broadening by Electron and Ion Impacts of nα Hydrogen Lines of Large Principal Quantum Number," *Astrophys. J.* **148**, 547—558 (1967).

以下文章及文献 104 中讨论了偏离热动平衡对大主量子数各能级上的占有数的影响，以及与此相关的复合谱线的增强。

107. L. Goldberg, "Stimulated Emission of Radio Frequency Lines of Hydrogen," *Astrophys. J.* **144**, 1225—1229 (1966).

有关复合谱线的观测以及如何解释的问题，见

108. P. G. Mezger and P. Palmer, "Radio Recombination Lines: A New Observational Tool in Astrophysics," *Science* **160**, 29—42 (1968).

中英名詞对照

本书中译名在可能时尽量根据科学出版社出版的《物理学名词》(1956 年版)和《天文学名词》(1959 年版)译出。这里列出的主要是没有收集在这两本书中的专业词汇，以及一些用得较多的名词。

二　画

二体碰撞	binary collision

三　画

干涉仪	interferometer
扫瓣——	swept-lobe——
相位开关——	phase-switching——
海岸——	cliff——
干涉条纹	interferometer pattern

四　画

孔径综合	aperture synthesis
方向性	directivity
方向增益	directive gain
方向图	(directivity) pattern
天线——	antenna——
功率——	power——
近场——	near-field——

远场——	far-field——
天线有效高度	antenna effective height
分辨率(分辨本领)	resolving power
分布函数	distribution function
反演跃迁(反跃迁)	inversion transition
反冲电子	recoil electron
双重性	doubling
双重线	doublet
开尔芬-亥姆霍兹收缩	Kelvin-Helmholtz contraction
月掩(射电)源	lunar occultation of(radio) source

五　画

主瓣	main lobe
可见度	visibility
-函数	-function
-幅度	-amplitude
-相位	-phase
可得功率	available power
占有数	population
导中心	guiding center
汇(用在“源与汇”上)	sink (in “source and sink”)
兰道阻尼	Landau damping
本速度	peculiar velocity
电子模式	electron mode
电子集体	ensemble of electrons
刘维方程	Liouville equation
包壳	envelope
母星系	parant galaxy

六　画

有效孔径(面积)	effective aperture (surface area)
寻常波	ordinary wave
光学厚度	optical thickness
光学厚	optically thick
光学薄	optically thin
伏拉索夫方程	Vlasov equation

七　画

束	beam
——立体角	——solid angle
——面积	——area
——效率	——efficiency
束宽	beam width
半半功率点——	half-power——, HPBW
第一零点——	——between the first nulls, BWFN
麦克斯韦方程	Maxwell's equations
麦克斯韦分布	Maxwell distribution
连续孔径	filled aperture
坐标系	frame
静——	rest——(R——)
实验室——	laboratory——(L——)
时间标度	time scale
阿尔芬模式	Alfvén mode
沙哈公式	Saha formula
狄喇克函数	Dirac function

汤姆逊散射	Thomson scattering

八　　画

彻体力	body force
非常波	extraordinary wave
单能量电子	monoenergetic electrons
抽运	pumping

九　　画

费米加速	Fermi acceleration
费米阈	Fermi threshold
欧姆定律	Ohm's law
哈密顿量	Hamitonian
玻耳兹曼方程	Boltzmann equation
玻印廷定理	Poynting theorem
栅瓣	grating lobes
相对论性电子	relativistic electrons
类星体	quasar
脉冲星	pulsar

十　　画

展源	extended source
流量比值	specific flux
流量单位	flux unit (f.u.)
旁瓣	side lobes
铅笔束	pencil beam
能量均分	equipartition of energy
爱因斯坦系数	Einstein's coefficient

十 一 画

康普顿散射	Compton scattering
逆——	inverse——
焦耳加热	Joule heating
密度	density
质量——	mass——
力——	force——
电荷——	charge——
电流——	current——
净电流——	net current——
热能——	thermal energy——
球面度	steradian
集体等离子体	collective plasma

十 二 画

斯托克斯参量	Stoke's parameters
量子放大器机制	maser mechanism
幂定律电子分布	power-law distribution of electrons
温度	temperature
天线——	antenna——
亮——	brightness——

十 三 画

瑞利-斩斯公式	Rayleigh-Jeans formula
碰撞参量	impact parameter
输运方程	transport equation
辐射标度	emission measure

源函数	source function
喷注状结构	jetlike structure

十 四 画

赫-罗图	Hertzsprung-Russell diagram
磁镜	magnetic mirror
磁声模式	magnetosonic mode
漏泄因子	stray factor

十 五 画

德拜半径(长度)	Debye radius (length)
潘加莱球	Poincaré sphere

[General Information]
书名=射电天体物理学
作者=
页数=280
SS号=0
出版日期=
Vss号=66031688